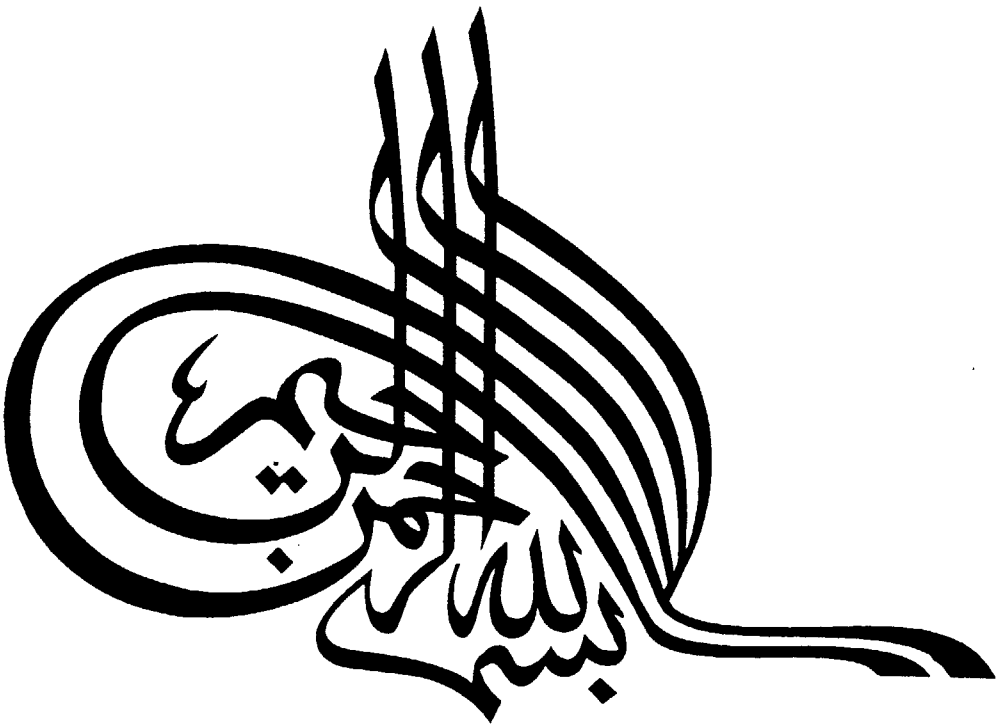


٤٨١٥١

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

حل معادلات اویلر با استفاده از روش رو همراه با افزایش دقت

۱۳۸۲ /۶/ ۲۰

نگارش: سید رضا حسینی سرشک

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

استاد راهنما: دکتر محمد حسن رحیمیان

استاد مشاور: دکتر مسعود میرزایی

پایان نامه کارشناسی ارشد

در

مهندسی مکانیک

گرایش تبدیل انرژی

۴۸۱۵۱

اردیبهشت ۱۳۸۲

صفحه تصویب پایان نامه کارشناسی ارشد

موضوع:

حل معادلات اویلر با استفاده از روش رو همراه با افزایش دقت

توسط:

سید رضا حسینی سرشک

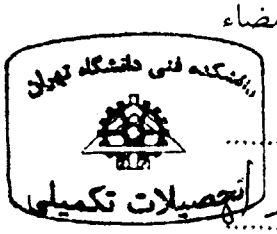
پایان نامه

برای در یافت درجه کارشناسی ارشد

رشته **مهندسی مکانیک** گرایش **تبدیل انرژی**

از این پایان نامه در تاریخ ۸۲/۲/۳۱ در مقابل هیئت داوران دفاع به عمل آمد و مورد تصویب قرار گرفت.

محل امضاء



سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده: **دکتر جواد فیض**.....

مدیر گروه آموزشی: **دکتر منصور نیکخواه بهرامی**.....

استاد راهنما: **دکتر محمد حسن رحیمیان**.....

استاد مشاور: **دکتر مسعود میرزایی**.....

داور مدعو: **دکتر عبدالله شادآرام**.....

داور داخلی: **دکتر وحید اصفهانیان**.....

تشکر و قدردانی

با نام و یاد یگانه هستی بخش که شمیم وجودش در تلاش و تکاپوی تمامی ذرات کائنات ساری و جاریست و لطافتی دارد که این مختصر را بیان آن نیست. خدای را سپاسگزارم که تنها با اتکا به او گام برداشتم و در راه مقصود بذر یاس نکاشتم و نیاز خویش جز به صاحب آن ناز نگفتم.

در اینجا لازم می دانم تا از اساتید گرانقدر خود آقایان دکتر محمد حسن رحیمیان و دکتر مسعود میرزایی که با زحمات بی دریغشان مرا در انجام این پایان نامه مساعدت فرمودند کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

چکیده

این پایان نامه به بررسی دقت روشهای بالادست مرتبه اول، دوم و سوم درحل میدانهای جریان غیر لزج فراصوتی با استفاده از روش رو (Roe) در یک شبکه با سازمان و مختصات منحنی الخط پرداخته است. تقریبات مرتبه دوم و سوم ارائه شده در این مقاله با استفاده از دو روش چاکراورسی با محدود کننده minmod و روش ماسکل با محدود کننده Van Albada محاسبه شده و نتایج بدست آمده با نتایج مراجع دیگر مقایسه گردیده است. جهت انجام این کار دو مسئله نمونه تحلیل شده که این مسائل عبارتند از جریان با عدد ماخ ۱/۶۵ بر روی یک برآمدگی در داخل یک کانال و جریان با عدد ماخ ۲ حول یک گوشه تراکمی دو بعدی. در این تحقیق مشخص شد که عدم اعمال محدود کننده ها اگرچه موجب کاهش باقی مانده ها (residuals) تا دقت ماشین شده لیکن نوساناتی را در اطراف امواج ضربه ای ایجاد می کنند در حالی که با اعمال محدود کننده ها این نوسانات حذف شده و علی رغم حصول نتایج قابل توجه، اولا باقیمانده ها تا دقت ماشین کاهش نیافته و در ثانی ضخامت موج ضربه ای اندکی افزایش می یابد. مقایسه نتایج بدست آمده نشان می دهد که روش چاکراورسی با و بدون اعمال محدود کننده از دقت بالاتری نسبت به روش ماسکل در تسخیر ناپیوستگی های موجود در میدان جریان برخوردار است.

فهرست مطالب

مقدمه ۱

فصل اول: مروری بر کارهای انجام شده

مقدمه ۴

۱-۱ دسته بندی روشهای عددی در یک نگاه کلی ۴

۱-۱-۱ روشهای فشار مبنا در برابر روشهای دانسیته مبنا ۴

۱-۱-۲ روشهای تفاضل مرکزی در برابر روشهای بالاست ۵

۱-۱-۳ معادله مدل ۸

۱-۱-٤ روشهای تسخیر شوک در برابر برازش شوک ۸

۱-۱-۵ محاسبات جریان یکنواخت؛ چرا معادلات غیر یکنواخت ؟ ۱۰

۱-۲ انتگرالگیری زمانی ۱۱

۱-۲-۱ روشهای دقیق در زمان در مقابل روشهای غیر دقیق در زمان ۱۲

۱-۲-۲ روشهای صریح و ضمنی ۱۳

۱-۳ جداسازی مکانی ۱۴

۱-۳-۱ روشهای حل دقیق ریمان (ERS) ۱۶

۱-۳-۲ روش تجزیه برداری شار (FVS) ۱۷

۱-۳-۳ حل کننده تقریبی ریمان (ARS) ۱۸

۱-٤ جداسازی مکانی و زمانی در این مطالعه ۱۹

فصل دوم: معادلات حاکم

مقدمه ۲۱

۲-۱ فرمولاسیون ریاضی سیستم معادلات اویلر ۲۲

۲-۲ فرمولاسیون بقائی معادلات اویلر ۲۳

۱-۲-۲ فرمولاسیون انتگرالی معادلات اویلر ۲۳
۲-۲-۲ فرمولاسیون بقائی دیفرانسیلی ۲۴
۲-۳ سیستم مختصات دکارتی ۲۴
۲-٤ معادلات اویلر در مختصات کلی ۲۵
۲-۵ معادلات اویلر به صورت انتقال یافته ۲۸
۲-٦ معادلات اویلر در مختصات دو بعدی ۳۲
۲-۷ شرایط مرزی ۳۳
۱-۷-۲ نگاشت عددی مرزها ۳۴
۲-۷-۲ سطوح مرزی ۳۴

فصل سوم: روش عددی

مقدمه ۳۷
۳-۱ روشهای بالادست برای معادلات اویلر ۳۹
۳-۲ مبنای اساسی روشهای جریان از بالادست ۴۰
۳-۳ معرفی ایده گودنوف برای حل معادلات اویلر ۴۵
۳-٤ حل کننده تقریبی ریمانی رو ۴۷
۳-۵ حل میدان جریان دو بعدی ۵۳
۳-۵-۱ هندسه شبکه ۵۳
۳-۵-۲ متریکهای تبدیل ۵۳
۳-۵-۳ شارهای جابجایی ۵۴
۳-۵-٤ استفاده از گام زمانی متغیر ۵۶

فصل چهارم: افزایش مرتبه دقت

مقدمه ۵۸

٤-١ اصول افزایش دقت در روشهای بالادست ۵۸

٤-٢ مروری بر روش رو مرتبه اول ۵۹

٤-٣ افزایش مرتبه دقت به روش ماسکل ۶۰

٤-٣-١ محدود کننده Van Albada ۶۲

٤-٤ افزایش مرتبه دقت به روش چاکراورسی ۶۲

فصل پنجم: ارائه نتایج و بحث

مقدمه

٥-١ جریان بر روی برآمدگی در داخل کانال ۶۷

٥-٢ جریان حول گوشه تراکمی دو بعدی ۷۵

فصل ششم: نتیجه گیری

٦-١ نتیجه گیری کلی ۸۰

٦-٢ پیشنهاد برای کارهای آینده ۸۰

پیوست

میدان جریان سه بعدی لزج ۸۳

مراجع ۸۷

فهرست شکلها

شکل۱-۱- سلول j با مرزهایی در $j+\frac{1}{2}$ یا E و $j-\frac{1}{2}$ یا W ۶

شکل۲-۱- ناپیوستگیهای متغیرهای اولیه (p,ρ,u) در عبور از یک موج ضربه ای. در مقایسه با پروفیل پیوسته پارامترهای شار ($\rho u, \rho u^2 + p$) ۹

شکل ۱-۳- حل معادله برگرز برای یک ناپیوستگی متحرک. ۴۱

شکل ۲-۳- خاصیت مشخصه ای و بیان روش بالادست که بر مبنای خاصیت مشخصه ای است. ۴۳

شکل ۳-۳- مشارکت هر یک از اطلاعات در ساختن روش بالادست ۴۵

شکل٤-۳- انفصال شار برای مساله ریمان خطی ۵۰

شکل ۲-۳- شبکه بندی در میدان فیزیکی(سمت چپ) و در میدان محاسباتی (سمت راست) ۵۴

شکل۱-٤- تعیین متغیرهای اولیه در سطوح سلول به روش مرتبه اول ۵۹

شکل۲-٤- تعیین متغیرهای اولیه در سطوح سلول به روش مرتبه دوم ۶۱

شکل۳-٤- تعیین متغیرهای اولیه در سطوح سلول به روش مرتبه سوم ۶۱

شکل۱-۵- شبکه مورد استفاده ۱۵۱×۵۱ ۶۷

شکل۲-۵- توزیع عدد ماخ بر روی دیواره پایینی با دقت مرتبه اول در شبکه های مختلف ۶۸

شکل۳-۵- خطوط هم فشار جریان مافوق صوت در داخل میدان جریان با عدد ماخ ۱/٦۵ ۷۰

شکل۴-۵- توزیع عدد ماخ بر روی دیواره پایینی بدون محدود کننده ۷۱

شکل۵-۵- توزیع عدد ماخ بر روی دیواره پایینی با محدود کننده ۷۱

شکل۶-۵- توزیع عدد ماخ در وسط کانال (y=۰/۵) برای روش چاکراورسی ۷۳

شکل۷-۵- توزیع عدد ماخ در وسط کانال (y=۰/۵) برای روش ماسکل ۷۳

شکل۸-۵- نمودار باقیمانده ها برای روش چاکراورسی و روش مرتبه اول ۷۴

شکل۹-۵- نمودار باقیمانده ها برای روش ماسکل ۷۴

شکل۱۰-۵- شبکه داخل کانالی با گوشه تراکمی ۱۰ درجه ۷۵
شکل۱۱-۵- خطوط همتراز فشار در میدانی با شبکه بی سازمان خود تطبیق (AMR) ۷۶
شکل۱۲-۵- خطوط همتراز فشار در شبکه باسازمان فشرده شده روی دیواره پایین با دقت مرتبه سوم به روش چاکراورسی ۷۶
شکل۱۳-۵- خطوط همتراز فشار در شبکه باسازمان فشرده شده روی دیواره پایین با دقت مرتبه اول ۷۶
شکل۱۴-۵- خطوط همتراز فشار در شبکه باسازمان فشرده شده روی دیواره پایین با دقت مرتبه سوم به روش ماسکل ۷۶
شکل۱۵-۵- مقایسه تغییرات فشار روی دیواره پایینی به روش مرتبه سوم با نتایج AMR ۷۷
شکل۱۶-۵- مقایسه تغییرات فشار روی دیواره پایینی به روش مرتبه اول با نتایج AMR ۷۷

فهرست علائم

علائم لاتین

ماتریس ژاکوبین	A
پارامتر تراکمی	b
سرعت صوت	c
انرژی	E, e
شار جابجایی	F, f
انتالپی	H, h
پارامتر معرف دقت	k
معکوس ماتریس بردارهای ویژه	l
عدد ماخ	M
فشار	P, p
نماد معرف پارامترهای اولیه	q
میانگین وزنی دانسیته	R
ماتریس بردارهای ویژه	r
سطح	S
دما	T
زمان	t, τ
خطای بریدگی	TE
مؤلفه سرعت غیر هم نواخت در جهت ξ	U
مولفه سرعت در جهت x	u
مؤلفه سرعت غیر هم نواخت در جهت η	V
مولفه سرعت در جهت y	v

مؤلفه سرعت غیر هم تراخت در جهت ζ	W'
مولفه سرعت در جهت z	w
محور افقی دستگاه مختصات	x
محور عمودی دستگاه مختصات	y

علائم یونانی

قدرت موج	α
ثابت حرارتی ویژه	γ
محور عمودی در میدان محاسباتی	η
مقدار ویژه	λ
محور افقی در میدان محاسباتی	ξ
دانسیته	ρ
محدود کننده Van Albada، پارامتر معرف دقت	ϕ

زیرنویسها

شرق	E
بردار یکه در جهت x	i
بردار یکه در جهت y	j
بردار یکه در جهت z	l
چپ	L
پارامتر معرف j یا k یا l	m
راست	R
غرب	W
مشتق نسبت به x	x
مشتق نسبت به y	y

مشتق نسبت به η	η
مشتق نسبت به ζ	ζ
جریان آزاد	∞

بالا نویس ها

مرتبه زمانی	n
متوسط	$\wedge$

مقدمه

نتایج تجربی همواره در ارزیابی حلهای ریاضی معادلات حاکم بر حرکت سیال بسیار با ارزش بوده اند. از طرف دیگر رشد روز افزون ظرفیت سخت افزار کامپیوترها، علاقه به استفاده از دینامیک سیالات عددی، بعنوان ابزاری جهت تحلیل، طراحی و یا بررسی مسائل مشکل و پیچیده دینامیک سیالات و انتقال حرارت را افزایش می دهد.

بهر حال بکارگیری CFD بعنوان ابزاری دقیق در مطالعه و تحقیقات، کاری بسیار سخت و زمان بر می باشد. چرا که بعد از طراحی روشهای عددی، این روشها باید تستهای مشخصی را پشت سر بگذارند. بعلاوه این روشها باید بسیار قابل اعتماد و فراگیر باشند. بنابراین اصلاح هر الگوریتم عددی در هر سطحی، حتی یک اصلاح کوچک، کاری است بسیار مشکل اما جالب. بخصوص زمانی که این الگوریتم با اصلاحات اعمال شده توسط دانشمندانی که در این زمینه و در طول سالها فعالیت کرده اند کامل و کاملتر گردد.

دانش CFD به سالها قبل بر می گردد. اما دهه ۱۹۷۰ را می توان نقطه شروع و پایه گسترش الگوریتمهای جداسازی مرکزی برای معادلات اویلر و ناویر استوکس دانست. الگوریتمهای فیزیکی یا همان روشهای بالادست که اساس همه آنها روش گودنوف می باشد، روشهایی بودند که در دهه ۱۹۸۰ مورد توجه قرار گرفتند. اصلاحات بیشتر در دقت، قابلیت اعتماد و راندمان الگوریتمای عددی موضوعی است که این روزها بیشتر مورد تحقیق و بررسی قرار می گیرد.

اهداف این پایان نامه را بطور خلاصه می توان بصورت زیر بیان کرد:

۱- حل میدان جریان تراکم پذیر غیر لزج با استفاده از روشهای بالادست

۲- مقایسه و ارزیابی الگوریتمهای عددی موجود و انتخاب شده از لحاظ مرتبه دقت، قابلیت اعتماد و راندمان در حل معادلات سیال.

۳- تهیه برنامه ای که نهایتا بتوان آن را در کاربردهای هوا و فضا مورد استفاده قرار داد.

به منظور رسیدن به اهداف مورد نظر در این پایان نامه مراحل زیر به ترتیب انجام شد:

۱- حل معادله موج. با استفاده از روش رو مرتبه اول و مقایسه نتایج آن با روشهای تفاضل مرکزی

۲- حل مساله یک بعدی لوله شوک. با استفاده از روش رو مرتبه اول که این مساله یکی از معروفترین مسائل جریان تراکم پذیر می باشد. لوله شوک یک لوله کاملا بسته است که به دو ناحیه پر فشار و کم فشار تقسیم می شود. این دو ناحیه به وسیله یک دیافراگم از هم جدا می شوند.

۳- حل میدان جریان تراکم پذیر دو بعدی در مختصات منحنی الخط با استفاده از روش رو مرتبه اول و مقایسه نتایج حاصله با نتایج مراجع موجود.

٤- افزایش مرتبه دقت روشهای بالادست با استفاده از روش ماسکل که توسط ون لیبر ارائه شد. محدودکننده مورد استفاده در این روش محدود کننده Van Albada می باشد. این روش در دو حالت با محدود کننده و بدون اعمال آن مورد بررسی قرار گرفت.

۵- افزایش مرتبه دقت روشهای بالادست با استفاده از روش چاکراورسی. در این روش دقتهای مرتبه دوم و سوم ارائه شد. محدود کننده مورد استفاده در این روش محدود کننده Minmod می باشد که در این روش نیز تاثیرات اعمال یا عدم اعمال این محدود کننده مورد بررسی قرار گرفته است.