

سر آغاز

به نام خداوند جان و خرد
خداوند نام و خداوند جای
خداوند کیوان و گردان سپهر
ز نام و نشان و گمان برتر است
به بینندگان آفریننده را
نیابد بدو نیز اندیشه راه
سخن هر چه زین گوهران بگذرد
خرد گر سخن برگزیند همی
ستودن نداند کس او را چو هست
خرد را و جان را همی سنجد اوی
بدین آلت رای و جان و زبان
به هستیش باید که خستوشوی
پرستنده باشی و جوینده راه
توانا بود هر که دانا بود
از این پرده برتر سخن گاه نیست

کزین برتر اندیشه برنگذرد
خداوند روزی ده رهنمای
فرزنده ماه و ناهید و مهر
نگارنده برشده پیکر است
بینی مرنجان دو بیننده را
که او برتر از نام و از جایگاه
نیابد بدو راه جان و خرد
همان را گزیند که بیند همی
میان بندگی را بیایدت بست
در اندیشه سخته کی گنجد اوی
ستود آفریننده را کی توان
ز گفتاری کار یکسوشوی
به ژرفی به فرمانش کردن نگاه
زدانش دل پیر برنا بود
زهستی مرنده اندیشه را راه نیست

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی

از استاد راهنمای بزرگوام جناب آقای دکتر بهبهانی نژاد که در تمامی مراحل به من کمک کرده و تجربیات گرانبقدر خویش را در اختیار من قرار دادند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

فهرست مطالب

| صفحه | عنوان |
|----------|--|
| الف..... | سرآغاز..... |
| ب..... | فرم ارزشیابی..... |
| ج..... | اهدانامه..... |
| د..... | تقدیر و تشکر..... |
| ه..... | فهرست مطالب..... |
| ح..... | فهرست شکل‌ها..... |
| ک..... | فهرست جدول‌ها..... |
| ل..... | فهرست علامت‌ها..... |
| ن..... | فهرست اختصارها..... |
| س..... | چکیده پایان‌نامه..... |
| ۱..... | فصل اول..... |
| ۱..... | مقدمه..... |
| ۲..... | ۱-۱ روش المان مرزی..... |
| ۳..... | ۱-۱-۱ روش المان مرزی تقابل دوگانه..... |
| ۵..... | ۲-۱ مدل‌سازی رتبه‌کاسته..... |
| ۷..... | فصل دوم..... |
| ۷..... | پژوهش‌های پیشین..... |

| | | |
|-------|--|----|
| ۱-۲ | پیشینه پژوهش در زمینه تحلیل مساله انتقال حرارت هدایتی گذرا..... | ۷ |
| ۲-۲ | بررسی پژوهش‌های پیشین در زمینه مدل‌سازی رتبه‌کاسته..... | ۱۰ |
| ۱۲ | فصل سوم..... | |
| ۱۲ | معادلات حاکم و اعمال روش المان‌مرزی..... | |
| ۱-۳ | معادلات حاکم..... | ۱۲ |
| ۲-۳ | قضیه دیورژانس و گرین..... | ۱۴ |
| ۳-۳ | جواب اساسی..... | ۱۶ |
| ۴-۳ | تعیین جواب اساسی..... | ۱۷ |
| ۵-۳ | معادله انتگرال مرزی..... | ۱۹ |
| ۱-۵-۳ | معادله انتگرال مرزی در نقاط داخلی..... | ۲۰ |
| ۲-۵-۳ | معادله انتگرال مرزی در نقاط مرزی..... | ۲۲ |
| ۶-۳ | اعمال روش المان‌مرزی برای حل معادلات انتگرالی..... | ۲۴ |
| ۲۷ | فصل چهارم..... | |
| ۲۷ | روش تقابل دوگانه در تحلیل مسائل هدایتی غیردائم..... | |
| ۱-۴ | روش المان‌مرزی تقابل دوگانه برای حل معادله پواسون..... | ۲۷ |
| ۱-۱-۴ | گره‌های داخلی..... | ۳۰ |
| ۲-۱-۴ | بردار α | ۳۰ |
| ۳-۱-۴ | حل داخلی..... | ۳۱ |
| ۴-۱-۴ | روش‌های محاسبه تابع f | ۳۲ |
| ۲-۴ | روش المان‌مرزی تقابل دوگانه برای حل معادلات انتقال حرارت هدایتی غیردائم..... | ۳۳ |
| ۱-۲-۴ | بررسی پایداری عددی..... | ۳۵ |
| ۳۸ | فصل پنجم..... | |
| ۳۸ | روش‌های ساخت مدل‌های رتبه‌کاسته..... | |
| ۱-۵ | مدل‌سازی رتبه‌کاسته با استفاده از بردارهای ویژه..... | ۳۹ |
| ۱-۱-۵ | تحلیل ویژه مسائل غیردائم..... | ۳۹ |
| ۲-۱-۵ | مدل‌سازی رتبه‌کاسته مسائل غیردائم با استفاده از مودهای ویژه..... | ۴۰ |
| ۲-۵ | روشی برای رفع مشکل تصحیح استاتیکی..... | ۴۲ |
| ۳-۵ | الگوریتم لانسوز..... | ۴۴ |
| ۴-۵ | مزایا و معایب..... | ۴۵ |
| ۴۷ | فصل ششم..... | |
| ۴۷ | ارائه نتایج..... | |

| | | |
|----------|---|-------|
| ۴۷..... | تحلیل دوبعدی و گذرا برای مساله نمونه ۱..... | ۱-۶ |
| ۴۸..... | نتایج روش تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۱..... | ۱-۱-۶ |
| ۵۰..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۱..... | ۲-۱-۶ |
| ۵۲..... | مدل سازی رتبه کاسته برا یمساله نمونه ۱..... | ۳-۱-۶ |
| ۵۵..... | تحلیل سه بعدی و گذرا برای مساله نمونه ۲..... | ۲-۶ |
| ۵۶..... | نتایج روش تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۲..... | ۱-۲-۶ |
| ۵۸..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۲..... | ۲-۲-۶ |
| ۶۰..... | نتایج مدل سازی رتبه کاسته برای مساله نمونه ۲..... | ۳-۲-۶ |
| ۶۲..... | تحلیل دوبعدی و گذرا برای مساله نمونه ۳..... | ۳-۶ |
| ۶۳..... | نتایج تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۳..... | ۱-۳-۶ |
| ۶۵..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۳..... | ۲-۳-۶ |
| ۶۸..... | مدل سازی رتبه کاسته برای مساله نمونه ۳..... | ۳-۳-۶ |
| ۷۰..... | تحلیل سه بعدی و گذرا برای مساله نمونه ۴..... | ۴-۶ |
| ۷۱..... | نتایج روش تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۴..... | ۱-۴-۶ |
| ۷۲..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۴..... | ۲-۴-۶ |
| ۷۴..... | نتایج مدل سازی رتبه کاسته برای مساله نمونه ۴..... | ۳-۴-۶ |
| ۷۶..... | تحلیل دوبعدی و گذرا برای مساله نمونه ۵..... | ۵-۶ |
| ۷۷..... | نتایج روش تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۵..... | ۱-۵-۶ |
| ۷۸..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۵..... | ۲-۵-۶ |
| ۷۹..... | نتایج مدل سازی رتبه کاسته برای مساله نمونه ۵..... | ۳-۵-۶ |
| ۸۱..... | تحلیل دوبعدی و گذرا برای مساله نمونه ۶..... | ۶-۶ |
| ۸۱..... | نتایج روش تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۶..... | ۱-۶-۶ |
| ۸۴..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۶..... | ۲-۶-۶ |
| ۸۶..... | نتایج مدل سازی رتبه کاسته برای مساله نمونه ۶..... | ۳-۶-۶ |
| ۸۸..... | تحلیل سه بعدی و گذرا برای مساله نمونه ۷..... | ۷-۶ |
| ۸۹..... | نتایج روش تقابل دوگانه برای مساله نمونه ۷..... | ۱-۷-۶ |
| ۹۱..... | تحلیل ویژه برای مساله نمونه ۷..... | ۲-۷-۶ |
| ۹۲..... | نتایج مدل سازی رتبه کاسته برای مساله نمونه ۷..... | ۳-۷-۶ |
| ۹۶..... | فصل هفتم..... | |
| ۹۶..... | نتیجه گیری..... | |
| ۹۸..... | پیوست الف..... | |
| ۱۰۳..... | مراجع..... | |

فهرست شکل‌ها

- شکل ۳-۱: شماتیکی از ناحیه محاسباتی جهت استخراج معادلات حاکم ۱۳
- شکل ۳-۲: شماتیکی از ناحیه محاسباتی ۱۴
- شکل ۳-۳: دایره ای با شعاع ε به مرکز چشمه‌ای نقطه‌ای X' ۱۸
- شکل ۳-۴: فاصله r بین چشمه و نقاط ناحیه ۱۹
- شکل ۳-۵: ناحیه انتگرال‌گیری برای نقاط داخلی ۲۰
- شکل ۳-۶: ناحیه انتگرال‌گیری برای نقاط مرزی ۲۲
- شکل ۳-۷: نحوه تعیین زاویه داخلی نقاط مرزی ۲۳
- شکل ۴-۱: گره‌های مرزی و داخلی ۲۸
- شکل ۵-۱: روندنمای به‌کار رفته در تحلیل مساله ۴۶
- شکل ۶-۱: شبکه‌بندی BEM مساله ۱ ۴۸
- شکل ۶-۲: تغییرات دما نسبت به زمان در سه نقطه A ، B و C ۴۹
- شکل ۶-۳: تغییرات شار نسبت به زمان در نقطه D ۴۹
- شکل ۶-۴: تغییرات دما نسبت به مکان در زمان‌های مختلف ($y=4$) ۵۰
- شکل ۶-۵: مقادیر ویژه جریان در صفحه Z ۵۰
- شکل ۶-۶: مقادیر ویژه جریان در صفحه λ ۵۱
- شکل ۶-۷: قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه در صفحه λ ۵۱
- شکل ۶-۸: تغییرات دما نسبت به زمان در سه نقطه A ، B و C ۵۳
- شکل ۶-۹: تغییرات شار نسبت به زمان در نقطه D ۵۳
- شکل ۶-۱۰: تغییرات دما نسبت به مکان در زمان‌های مختلف ($y=4$) ۵۴
- شکل ۶-۱۱: شبکه‌بندی BEM مساله ۲: (a) المان‌های مرزی (b) گره‌های داخلی ۵۶
- شکل ۶-۱۲: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط $A(5/6,5/6,5/6)$ ، $B(5/6,5/6,0.5)$ و $C(5/6,5/6,1/6)$ ۵۶
- شکل ۶-۱۳: تغییرات شار نسبت به زمان در نقطه $D(0.75,0.75,1)$ ۵۷
- شکل ۶-۱۴: تغییرات دما نسبت به مکان در زمان‌های مختلف ($x=y=5/6$) ۵۷
- شکل ۶-۱۵: مقادیر ویژه در صفحه Z ۵۸
- شکل ۶-۱۶: مقادیر ویژه در صفحه λ ۵۸
- شکل ۶-۱۷: قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه در صفحه λ ۵۹
- شکل ۶-۱۸: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A ، B و C ۶۰
- شکل ۶-۱۹: تغییرات شار نسبت به زمان در نقطه D ۶۱
- شکل ۶-۲۰: تغییرات دما نسبت به مکان در زمان‌های مختلف ۶۱

| | |
|---|----|
| شکل ۶-۲۱: شبکه‌بندی BEM مساله ۳..... | ۶۳ |
| شکل ۶-۲۲: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A و B..... | ۶۴ |
| شکل ۶-۲۳: تغییرات شار نسبت به زمان در نقاط C و D..... | ۶۴ |
| شکل ۶-۲۴: تغییرات شار نسبت به مکان در زمان‌های مختلف ($y = 3$)..... | ۶۵ |
| شکل ۶-۲۵: مقادیر ویژه در صفحه Z..... | ۶۶ |
| شکل ۶-۲۶: مقادیر ویژه در صفحه λ | ۶۶ |
| شکل ۶-۲۷: قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه در صفحه λ | ۶۷ |
| شکل ۶-۲۸: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A و B..... | ۶۸ |
| شکل ۶-۲۹: تغییرات شار نسبت به زمان در نقاط C و D..... | ۶۹ |
| شکل ۶-۳۰: تغییرات دما نسبت به مکان در زمان‌های مختلف ($y = 0$)..... | ۶۹ |
| شکل ۶-۳۱: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A(0.5,0.5,0.5) و B(1/6,0.5,1/6)..... | ۷۱ |
| شکل ۶-۳۲: تغییرات شار نسبت به زمان در نقاط C(0.75,0.75,1) و D(1/12,1/12,1)..... | ۷۲ |
| شکل ۶-۳۳: مقادیر ویژه در صفحه Z..... | ۷۳ |
| شکل ۶-۳۴: مقادیر ویژه در صفحه λ | ۷۳ |
| شکل ۶-۳۵: قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه در صفحه λ | ۷۴ |
| شکل ۶-۳۶: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A و B..... | ۷۵ |
| شکل ۶-۳۷: تغییرات شار نسبت به زمان در نقاط C و D..... | ۷۵ |
| شکل ۶-۳۸: شبکه‌بندی BEM مساله ۵..... | ۷۷ |
| شکل ۶-۳۹: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A، B و C..... | ۷۷ |
| شکل ۶-۴۰: مقادیر ویژه در صفحه Z..... | ۷۸ |
| شکل ۶-۴۱: مقادیر ویژه در صفحه λ | ۷۸ |
| شکل ۶-۴۲: قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه در صفحه λ | ۷۹ |
| شکل ۶-۴۳: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A، B و C..... | ۸۰ |
| شکل ۶-۴۴: هندسه مربوط به مساله نمونه ۶..... | ۸۱ |
| شکل ۶-۴۵: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A و B..... | ۸۲ |
| شکل ۶-۴۶: توزیع دما در ایرفویل در لحظه $t=5s$ (Fluent 6.3)..... | ۸۲ |
| شکل ۶-۴۷: توزیع دما در ایرفویل در لحظه $t=5s$ (Current BEM)..... | ۸۳ |
| شکل ۶-۴۸: توزیع دما در ایرفویل در لحظه $t=15s$ (Fluent 6.3)..... | ۸۳ |
| شکل ۶-۴۹: توزیع دما در ایرفویل در لحظه $t=15s$ (Current BEM)..... | ۸۴ |
| شکل ۶-۵۰: مقادیر ویژه در صفحه Z..... | ۸۵ |
| شکل ۶-۵۱: مقادیر ویژه در صفحه λ | ۸۵ |
| شکل ۶-۵۲: قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه در صفحه λ | ۸۶ |
| شکل ۶-۵۳: تغییرات دما نسبت به زمان در نقاط A و B..... | ۸۶ |
| شکل ۶-۵۴: توزیع دما در ایرفویل در لحظه $t=5s$ (ROM 130 Modes)..... | ۸۷ |
| شکل ۶-۵۵: توزیع دما در ایرفویل در لحظه $t=15s$ (ROM 130 Modes)..... | ۸۷ |
| شکل ۶-۵۶: هندسه مربوط به مساله نمونه ۷..... | ۸۹ |

- شکل ۶-۵۷: تغییرات دما نسبت به زمان در گره A..... ۸۹
- شکل ۶-۵۸: توزیع دما در تیر در لحظه $t=5$ s (Fluent 6.3)..... ۹۰
- شکل ۶-۵۹: توزیع دما در تیر در لحظه $t=5$ s (Current BEM)..... ۹۰
- شکل ۶-۶۰: توزیع دما در تیر در لحظه $t=15$ s (Fluent 6.3)..... ۹۱
- شکل ۶-۶۱: توزیع دما در تیر در لحظه $t=15$ s (Current BEM)..... ۹۱
- شکل ۶-۶۲: مقادیر ویژه در صفحه z..... ۹۲
- شکل ۶-۶۳: مقادیر ویژه در صفحه λ ۹۲
- شکل ۶-۶۴: قسمت های حقیقی و موهومی در صفحه λ ۹۳
- شکل ۶-۶۵: تغییرات دما نسبت به زمان در نقطه A..... ۹۴
- شکل ۶-۶۶: توزیع دما در تیر در لحظه $t=5$ s (ROM 200 Modes)..... ۹۴
- شکل ۶-۶۷: توزیع دما در تیر در لحظه $t=15$ s (ROM 200 Modes)..... ۹۵

فهرست جدول‌ها

- جدول ۶-۱: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۱.....۵۵
- جدول ۶-۲: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۲.....۶۲
- جدول ۶-۳: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۳.....۷۰
- جدول ۶-۴: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۴.....۷۶
- جدول ۶-۵: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۵.....۸۰
- جدول ۶-۶: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۶.....۸۸
- جدول ۶-۷: مقایسه زمان محاسبات دو روش المان مرزی تقابل دوگانه و رتبه‌کاسته برای مساله ۷.....۹۵

فهرست علامتها

| | |
|-------|---|
| A | ماتریس ضرایب متغیرها در گام زمانی $n+1$ ام در شکل گسسته‌سازی شده معادلات حاکم |
| B | ماتریس ضرایب متغیرها در گام زمانی n ام در شکل گسسته‌سازی شده معادلات حاکم |
| b | قسمت غیرهمگن معادله پواسون |
| c | بردار پایه فضای رتبه کاسته |
| f | توابع هندسی که در روش المان مرزی تقابل دوگانه به کار می‌روند. |
| G | ماتریس ضرایب در روش المان مرزی |
| H | ماتریس ضرایب در روش المان مرزی |
| I | ماتریس واحد |
| K | ضریب هدایت گرمایی |
| L | تعداد گره‌های داخلی |
| N | تعداد گره‌های مرزی |
| n | بردار نرمال بر سطح |
| Q | بردار متغیرها |
| q | تابع شار |
| q^* | مشتق حل اساسی نسبت به بردار مکان |
| r | فاصله بین دو گره |
| S | سطح ناحیه محاسباتی |
| t | زمان |
| u | دما |
| u^* | حل اساسی دما در روش المان مرزی |
| V | حجم ناحیه محاسباتی |
| W | بردار سمت راست شکل گسسته‌سازی شده معادلات حاکم |
| X | ماتریس بردارهای ویژه سمت راست |
| Y | ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ |

| | |
|------------------------------------|------------|
| ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه جریان | Z |
| ناحیه محاسباتی | Ω |
| اپراتور لاپلاس | ∇^2 |
| تابع دلتای دیراک | Δ |
| تابع میانمایی | ϕ |
| مرز ناحیه محاسباتی | Γ |
| مقدار ویژه | λ |
| ضریب پخش حرارتی | κ |

فهرست اختصارها

| | |
|---------------------------------|-----|
| Boundary Element Method | BEM |
| Dual Reciprocity Method | DRM |
| Proper Orthogonal Decomposition | POD |
| Reduced Order Modeling | ROM |

چکیده پایان نامه

| | |
|--|------------------------------|
| نام خانوادگی: خریدار | نام: الهام |
| عنوان پایان نامه: شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت هدایتی غیردائم با استفاده از روش المان‌مرزی و مدل‌سازی رتبه‌کاسته | |
| استاد راهنما: دکتر مرتضی بهبهانی‌نژاد | استاد مشاور: دکتر عزیز عظیمی |
| درجه تحصیلی: کارشناسی ارشد | رشته: مهندسی مکانیک |
| محل تحصیل (دانشگاه): شهید چمران اهواز | |
| دانشکده: مهندسی | |
| تاریخ فارغ التحصیلی: | |
| تعداد صفحه: ۱۰۹ صفحه | |
| کلیدواژه‌ها: مدل‌سازی رتبه‌کاسته، انتقال حرارت هدایتی گذرا، روش المان‌مرزی تقابل دوگانه | |
| چکیده: | |
| <p>در پایان‌نامه حاضر مدل‌سازی رتبه‌کاسته مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا، توسط مودهای ویژه سیستم صورت پذیرفته‌است. بردارهای ویژه سیستم، به‌عنوان پایه‌های فضای رتبه‌کاسته در نظر گرفته شده‌اند. به‌منظور تحلیل عددی مساله از روش المان‌مرزی تقابل دوگانه استفاده شده‌است. در ادامه، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه سمت چپ و سمت راست سیستم محاسبه شده و برای ساخت مدل رتبه‌کاسته مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در تحلیل عددی، معادله حاکم بر مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا از حالت پایه انحراف پیدا می‌کند. یکی از روش‌های رایج برای حل این مشکل، استفاده از تصحیح استاتیکی است، ولی این روش از قابلیت مدل رتبه‌کاسته می‌کاهد. بدین منظور جهت کاهش اثرات ناشی از تصحیح استاتیکی، معادلات حاکم تنها بر اساس مقادیر ویژه غیرصفر بیان شدند. مشاهده شد که در تحلیل عددی معادله پواسون به روش المان‌مرزی تقابل دوگانه، تعداد مقادیر ویژه صفر با تعداد گره‌هایی که شرط مرزی آن‌ها از نوع دیریکله است، یکسان می‌باشد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که با انتخاب تعداد اندکی از مودهای غالب، مدل رتبه‌کاسته حاضر قادر خواهد بود نتایج رضایت‌بخشی را نتیجه دهد. برای این منظور هفت مثال با شرایط مرزی مختلف در مسائل دوبعدی و سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهند که هر چقدر سیستم معادلات حاصله بزرگتر باشد و نیز تعداد شرایط مرزی دیریکله بیشتر باشد نتایج رضایت‌بخش‌تری حاصل خواهد شد به‌طوری که در برخی موارد، این روش می‌تواند بیشتر از ۹۰ درصد در زمان محاسبات صرفه‌جویی کند. به‌علاوه با بررسی رفتار مقادیر ویژه سیستم، می‌توان نسبت به پایداری سیستم معادلات عددی حاکم اظهار نظر نمود.</p> | |

فصل اول

مقدمه

امروزه به وفور از روش‌های عددی در حل مسائل مهندسی استفاده می‌شود. این روش‌ها عموماً مبتنی بر حل تقریبی یک معادله یا دسته‌ای از معادلات حاکم بر محیط مورد بررسی می‌باشند. علت اصلی در توسعه این‌گونه روش‌ها و استفاده‌های مکرر از آن‌ها، به‌ویژه از سال‌های ۱۹۶۰ به بعد را در سه عامل مهم می‌توان خلاصه کرد: اول اینکه بسیاری از مسائل عملی مهندسی خصوصاً مسائل انتقال حرارت و مکانیک سیالات را نمی‌توان به‌صورت تحلیلی محاسبه کرد که این عامل معمولاً به‌سبب هندسه‌های نامنظم، شرایط مرزی پیچیده یا خواص فیزیکی غیرخطی و یا معادله غیرخطی حاکم بر مساله می‌باشد. دوم توسعه و بسط علوم رایانه‌ای در محاسبات عددی و روش‌های برنامه‌ریزی و سوم، تحقیقات اساسی انجام گرفته بر روی اصول پایه‌ای چون حساب تغییرات و روش مانده‌های وزن‌دار که مبنای اولیه بسیاری از روش‌های عددی به‌حساب می‌آیند. اولین روش عددی شناخته شده که در حیطه عمل خود کاربرد وسیعی نیز یافت روش تفاضل محدود است که در آن، تحلیل معادلات حاکم بر مساله با استفاده از سری تیلور و با بسط موضعی روی متغیرهای نامعلوم، شروع شده و عملیات تکراری تا رسیدن به دقت مورد نظر در تمامی دامنه مورد بررسی ادامه می‌یابد. در این روش، که مبنای محاسباتی آن را می‌توان به‌عنوان یک حالت خاصی از روش مانده‌های وزن‌دار به‌حساب آورد، حجم بالای عملیات محاسباتی و تکراری و همچنین عدم توانایی در مدل‌کردن انواع محیط‌های فیزیکی را می‌توان از جمله ضعف‌های اساسی به‌حساب آورد.

دیگر روش عددی مهم روش اجزای محدود می‌باشد که به لحاظ ویژگی‌های خاص در تقسیم‌بندی محیط‌ها به یک سری اجزایی که در ارتباط و همساز با هم عمل می‌کنند و همچنین فرمول‌بندی ساده خود، از کاراترین و مورد استفاده‌ترین روش‌ها به‌شمار می‌آید. در این روش با تقسیم‌بندی دامنه مورد بررسی به اجزای کوچکتر و اعمال شرایط تعادل و همسازی بین آن‌ها، یک

دستگاه معادلات کلی تشکیل می‌شود که حل این دستگاه در نهایت به تحلیل کامل سیستم می‌انجامد. این روش، هرچند در بین پژوهشگران و متخصصین بیشترین توجه را به خود معطوف داشته ولی در این میان مشکلاتی چون حجم بالای اطلاعات و داده‌های اولیه، عدم توانایی کامل در مدل کردن محیط‌های نامحدود و همچنین عدم کارایی لازم در تحلیل برخی سیستم‌های پیچیده، نمی‌توان چشم‌پوشی کرد.

روش المان مرزی از دیگر روش‌های عددی مطرح می‌باشد که اخیراً جهت حل مشکلات فوق مورد توجه بسیار قرار گرفته است. در ادامه این روش معرفی خواهد شد.

۱-۱ روش المان مرزی

روش المان مرزی یکی از موثرترین روش‌های عددی انواع مسائل مهندسی است که بر پایه تئوری معادلات انتگرالی بنا نهاده شده است. برای حل مسائل به روش المان مرزی، بر خلاف روش‌های عددی دیگر، ابتدا می‌بایست معادله دیفرانسیلی حاکم بر مساله به فرم انتگرالی تبدیل شود. پس از تبدیل فرم دیفرانسیلی معادله به فرم انتگرالی، معادله حاصل شامل بر چند عبارت انتگرالی روی حجم (کل ناحیه محاسباتی) می‌شود. در صورتی که معادله حاکم بر مساله دارای جواب اساسی باشد، به کمک استفاده از قضیه گرین می‌توان تمامی عبارت‌های انتگرالی روی کل ناحیه را به عبارت‌های انتگرالی روی مرز تبدیل نمود. سپس با شبکه‌بندی مرز مساله و انتگرال‌گیری روی هر یک از المان‌های مرزی مجهولات مساله به دست می‌آیند. از جمله مزایای این روش می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- **حجم داده‌های ورودی به مراتب کمتر:** در BEM تنها نیاز به المان‌بندی مرز دامنه مورد بررسی (به جای تمامی محیط) می‌باشد که این عامل باعث کاهش چشمگیر اطلاعات اولیه در تحلیل خواهد شد. در این صورت میدان عمل استفاده‌کننده بسیار افزایش یافته و تحلیل مساله، زمان و هزینه کمتری را دربر می‌گیرد.
- **دقت بیشتر:** در BEM تا قبل از مرحله گسسته‌سازی محیط، هیچ تقریبی بر فرمول‌بندی حاکم بر مساله وارد نشده و از طرف دیگر فرمول‌بندی به گونه‌ای است که تمامی گره‌ها در

ارتباط توام با هم هستند. این دو عامل مهم به اضافه حجم معادلات به مراتب کمتر، بر دقت بیشتر این روش می‌افزاید.

- **مدل کردن محیط‌های با مرز نامحدود:** در BEM بدون نیاز به تعریف مرزهای مجازی و هرگونه محدود کردن محیط مورد بررسی، مدل کردن و تحلیل محیط‌های نامحدود و نیمه نامحدود میسر می‌شود.

علاوه بر مزایای اشاره شده در بالا این روش دارای محدودیت‌هایی نیز می‌باشد. به‌عنوان مثال، ماتریس‌های ایجاد شده در پیاده‌سازی عددی روش المان‌مرزی به‌صورت ماتریس‌های پر می‌باشند. این موضوع مهم‌ترین محدودیت این روش می‌باشد که با افزایش تعداد المان‌ها باعث طولانی‌شدن زمان حل برنامه می‌شود. در فصل سوم شرح دقیق‌تری از روش المان‌مرزی آورده شده‌است.

در کار حاضر از روش المان‌مرزی جهت تحلیل مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا استفاده شده‌است. روش‌های مختلفی جهت تحلیل مسائل انتقال حرارت هدایتی گذرا با استفاده از روش المان‌مرزی وجود دارد. در بخش بعد یکی از این روش‌ها توضیح داده خواهد شد.

۱-۱-۱ روش المان‌مرزی تقابل دوگانه

انتگرال‌های دامنه در روش المان‌مرزی به دلایل مختلفی مثل وجود نیروهای حجمی، حالت‌های اولیه، جملات غیرخطی و... به‌وجود می‌آیند. در اولین سال‌های استفاده از روش المان‌مرزی، همیشه این نیاز وجود داشت که حل اساسی مربوط به مساله مورد بررسی حتما وجود داشته باشد. این حل اساسی باید تمامی جملات موجود در معادله حاکم را به‌حساب می‌آورد تا از انتگرال‌های دامنه در فرمولاسیون معادله انتگرال‌مرزی جلوگیری کند، در غیر این صورت سلول‌های داخلی باید تعیین می‌شدند.

در سال‌های بعد با پیشرفت‌هایی که در این روش صورت گرفت، حل اساسی بسیاری از معادلات تعیین شدند، ولی حلی اساسی که برای هر حالتی قابل استفاده باشد، تعیین نشد. همچنین، در بسیاری از موارد، تغییر یک برنامه، جهت اعمال یک حل اساسی جدید، بدین جهت که کاربر فقط می‌خواهد یک معادله دیفرانسیل که تنها کمی متفاوت با معادلات قبلی است را

بررسی کند، جالب به نظر نمی‌رسید. استفاده از سلول‌های داخلی جهت ارزیابی انتگرال‌های روی دامنه، نیازمند گسسته‌سازی داخلی است که این عمل موجب افزایش قابل توجه داده‌های مورد نیاز جهت اجرای برنامه می‌شود، در نتیجه روش المان‌مرزی جذابیت خود را نسبت به روش المان محدود یا روش‌های عددی دیگر از دست می‌دهد.

جهت پرهیز از مشکلات فوق، باید روش المان‌مرزی به‌گونه‌ای ایجاد می‌شد که ویژگی‌های زیر را داشته باشد:

۱. حلی را ارائه دهد که تنها به گسسته‌سازی مرز دامنه نیاز داشته باشد؛ بدون نیاز به گسسته‌سازی دامنه
۲. نیازی به به‌دست‌آوردن حل اساسی جدید در هر مساله نداشته باشد.
۳. در هر مساله‌ای با استفاده از یک روش مشابه قابل استفاده باشد مثل روش المان محدود.

تعدادی از روش‌هایی که شرایط فوق را ایجاد می‌کنند به‌صورت زیر هستند:

۱. انتگرال‌گیری تحلیلی انتگرال دامنه
۲. استفاده از سری‌های فوریه
۳. روش بردار گالرکین
۴. روش تقابل چندگانه
۵. روش تقابل دوگانه

اگرچه روش انتگرال‌گیری تحلیلی دامنه روش دقیقی است، ولی استفاده از آن تنها به مسائل خیلی ساده‌ای که در آن‌ها انتگرال را می‌توان به‌صورت تحلیلی محاسبه کرد، محدود می‌شود. روش تبدیل فوریه نیز یک روش سرراست جهت استفاده در بسیاری از مسائل نمی‌باشد، زیرا محاسبه ضرایب از نظر محاسباتی طاقت فرساست، با این وجود این روش در چندین حالت ساده استفاده شده‌است و موفقیت‌آمیز بوده‌است. در روش بردار گالرکین از یک حل اساسی اولیه مرتبه بالاتر و قضیه گرین جهت تبدیل انتگرال‌های دامنه به‌خصوصی به انتگرال‌های مرزی معادل استفاده می‌شود. مشکل اصلی این روش آنست که تنها می‌تواند در مسائل نسبتاً ساده مورد

استفاده قرار گیرد. روش تقابل چندگانه، بسطی از روش بردار گالرکین است. در این روش به جای استفاده از تنها یک حل اساسی مرتبه بالا، به تعداد مورد نیاز از آن‌ها استفاده می‌شود. مشکل اصلی این روش آنست که این روش را نمی‌توان در مسائل غیرخطی عمومی مورد استفاده قرار داد، هر چند این روش در حل چندین مساله وابسته به زمان مورد استفاده قرار گرفته است و موفقیت آمیز بوده‌است.

روش المان مرزی تقابل دوگانه تمامی شرایط گفته شده در بالا را ارضا می‌کند، یعنی این روش را می‌توان با هر نوع حل اساسی مورد استفاده قرار داد و به سلول‌های داخلی نیازی ندارد، هر چند کاربرد می‌تواند در این روش گره‌های داخلی را تعریف کند. در کار حاضر نیز از این روش جهت تحلیل مسائل انتقال حرارت هدایت استفاده شده‌است.

همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، یکی از مهم‌ترین معایب روش المان مرزی ایجاد ماتریس‌های پر و نامتقارن در برنامه است که این موضوع با افزایش تعداد المان‌ها موجب طولانی‌تر شدن زمان حل برنامه می‌شود. هدف این پایان‌نامه استفاده از روشی است که با داشتن دقت مناسب بتواند درجه آزادی سیستم را کاهش دهد. با کاهش درجات آزادی سیستم سرعت محاسبات در هر گام زمانی بالا رفته و در نتیجه زمان تحلیل مساله انتقال حرارت گذرا کاهش می‌یابد. در قسمت بعد یکی از این روش‌ها معرفی می‌گردد.

۲-۱ مدل سازی رتبه کاسته

روش‌های عددی برای توسعه مدل سازی فیزیکی در مسائل انتقال حرارت مناسب هستند ولی در ابعاد خیلی بالا، هزینه محاسباتی این گونه مدل سازی‌ها زیاد بوده و نمی‌توان از آن‌ها در کاربردهای معمولی استفاده کرد. بنابراین علی‌رغم افزایش فعالیت‌های تحقیقاتی در این زمینه کاربرد کمی از آن‌ها در صنعت مشاهده می‌شود. در دهه‌های اخیر به منظور کاهش زمان محاسباتی و نیز کاهش هزینه‌ها، روش مدل سازی رتبه کاسته مورد بررسی قرار گرفته است. در این روش ضمن کاهش تعداد معادلات دقت حل مساله همچنان پایدار باقی می‌ماند.

یک روش ساخت مدل‌های رتبه کاسته این است که میدان جریان غیردائم را بر حسب تعداد اندکی از مودهای فراگیر جریان بیان نمود. این مودها می‌توانند یک سری از مودهای فرضی باشند و به هر شکل دلخواه انتخاب شوند. ولی از نظر مفهومی ساده‌ترین انتخاب می‌تواند مودهای ویژه

جریان باشد. داول و همکاران انتخاب موده‌های ویژه جریان را در تحلیل مسائل آیرودینامیک از چند جنبه زیر حائز اهمیت دانسته‌اند [۱]:

۱. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه برای جریان‌های غیردائم وجود دارند. بنابراین ممکن است بتوان توسط آن‌ها برخی مفاهیم اساسی فیزیک جریان غیردائم را استخراج نمود.
۲. اگر تعداد اندکی از موده‌های ویژه غالب باشند، می‌توان توسط آن‌ها به یک مدل محاسباتی کارا برای دستیابی به یک حل دقیق و سریع میدان جریان غیردائم دست یافت.
۳. با ساختن یک مدل آیرودینامیکی در فضای مودال می‌توان موده‌های ویژه آیرودینامیکی را با موده‌های ویژه سازه ترکیب کرد و به یک مدل آیرولاستیک با حداقل تعداد درجات آزادی دست یافت.

بنابراین یک مدل CFD متداول که شامل 10^4 تا 10^6 درجه آزادی است را می‌توان با انتخاب حدود ۱۰ تا ۱۰۰ مود غالب به ۱۰ تا ۱۰۰ درجه آزادی کاهش یافت.

روش دوم برای ساخت یک مدل رتبه‌کاسته روش تجزیه متعامد مناسب است. در این روش توابع پایه (مودها) با استفاده از داده‌های تجربی و یا عددی به‌گونه‌ای محاسبه می‌شوند که متوسط محتویات انرژی سیستم را به بهترین شکل ممکن ردگیری کنند. با تصویر معادلات حاکم روی این توابع و با در نظر گرفتن تعدادی از موده‌های غالب می‌توان تعداد کمی معادله دیفرانسیل معمولی (ODE) برای حرکت سیال به دست آورد به‌گونه‌ای که بتوان همه میدان جریان را با دقت قابل قبولی با استفاده از این معادلات دیفرانسیل معمولی توصیف نمود.

در این پایان‌نامه مدل‌سازی رتبه‌کاسته مساله انتقال حرارت هدایتی گذرا بر مبنای روش اول یعنی، بیان دینامیک مساله غیردائم بر اساس موده‌های ویژه مد نظر می‌باشد.