بسم الله الرحمن الرحیم

۵۸۴۳۶

مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

ابرگرمایش تیغه ابررسانا با ثابت لانداو ـ گینزبرگ بزرگ

پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد

محمّد شاهی پسند

استاد راهنما: دکتر محمّدرضا کلاهچی

مرداد ۱۳۸۲

تقدیم به همهٔ خوبی ها :

پدر و مادرم

قدردانی

پیش از هر چیز باید از استاد راهنمای گرانمایه‌ام دکتر کلاهچی تشکّر کنم؛ چرا که ایشان برای من بیش از یک استاد راهنما بودند. از استاد بزرگوار و پایه گذار مرکز تحصیلات تکمیلی، دکتر ثبوتی نیز سپاسگزارم. حسین محمّد زاده دوستی دلسوز برای من بود و جا دارد از او تشکّر کنم. باید از رضا منصور کیایی به خاطر محبّتهایی که از او دیدم تشکّر و قدردانی کنم. بودن در کنار دوستانی چون جعفر مصطفوی امجد، علیرضا اکبری و سعید انصاری برای من بسیار با ارزش بود و البتّه که باید از این دوستان خوبم سپاسگزار باشم. از علی مرادیان به خاطر محبّتهای چندین ساله ممنونم. همچنین از جواد زنجانی، سیّد سعید مصطفوی، افشین افشار، سیّد محمود هاشمی و علیرضا مرادی نیز به خاطر خوبیهایشان قدردانی می‌کنم.

چکیده

مسألهٔ ابرگرمایش ابررساناها از دیدگاه اندازه گیری تجربی به دلیل تجمّع خطوط میدان در لبه های نمونهٔ مورد آزمایش و بروز پاره ای از خواصّ فلزی در این نواحی، با دشواریهای فراوانی همراه است و از این رو انگیزهٔ زیادی برای بررسی نظری این مسأله، اعم از عددی و تحلیلی وجود داشتهاست.

در این رساله، ما به بررسی مستقیم معادلات لانداو-گینزبرگ برای تیغهای ابررسانا با ثابت لانداو-گینزبرگ بزرگ جهت یافتن شاخهای از جواب که حداکثر میدان اعمالی خارجی را به ما می دهند(شاخهٔ ابرگرمایش) پرداخته ایم و در این راستا از تکنیک بسطهای مجانبی جفت شده به صورت رهیافتی برای توسعه کارهای تحلیلی قبلی سود جسته ایم. همچنین توافق خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی مشاهده کردهایم که خود همچنین معیاری بر این است که نگه داشتن جواب تا هر مرتبه از بسط تا چه حد ما را به جواب واقعی نزدیک می کند.

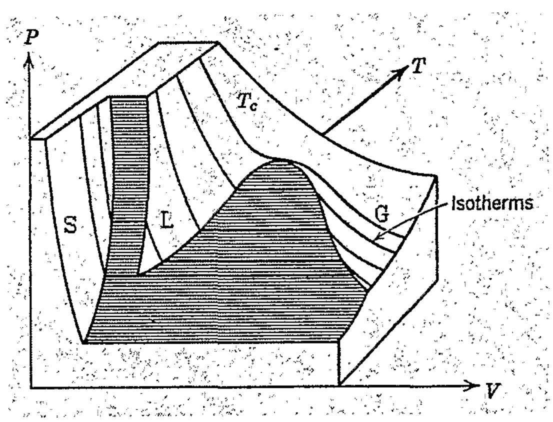
واژههای کلیدی: ابررسانایی، ابرگرمایش، معادلات لانداو-گینزبرگ، بسطهای مجانبی جفت شده

فهرست مندرجات

لیست اشکال

مقدّمه:

ابرگرمایش[1]، پدیده‌ای است که در مورد آب به خوبی مشاهده‌پذیر است. ولی تنها مختص به گذار فاز آب به بخار نیست. در واقع، هر مایعی را که بخواهیم با حرارت دادن از مایع به بخار تبدیل کنیم، مشاهده می‌شود که گذار فاز دقیقاً پس از عبور از نقطهٔ جوش اتّفاق نمی‌افتد؛ بلکه دمای آن ابتدا تا مقداری بالاتر از نقطه جوش افزایش می‌یابد و سپس مایع می‌جوشد. پس از به جوش آمدن است که دمای آن کاهش می‌یابد و به دمای جوش خود می‌رسد. پس از آن با ادامهٔ حرارت دادن، ضمن اینکه در دمای جوش باقی می‌ماند عمل تبخیر انجام می‌گیرد تا آنکه تمام مایع به گاز تبدیل شود. به عبارت دیگر، تمامی گذارهای فاز مرتبه اوّل، پسماند را به عنوان خصوصیت ذاتی در خود نهفته دارند.



شکل ۰.۰.۱: نمودار فاز P-V-T یک مادهٔ نوعی[۱]

در شکل (۰.۰.۱) نمودار فاز سه بعدی P-V-T یک ماده نوعی مانند آب آورده شده است[۱]. شکل قسمت هاشور خورده روی نمودار P-V و T-V تقریباً یکی است. S نمایانگر فاز جامد، L نمایانگر مایع و G نمایانگر گاز است. در تصویر T-V می‌توان فرایند جوشیدن آب معمولی از لحاظ ترمودینامیکی را در منحنیهای همفشار دید. امّا به دلیل پسماند، منحنی همفشار در هنگام گذار فاز بسته به آنکه گذار فاز در کدام جهت صورت گیرد، در مرز قسمت هاشور خورده مقدار کمی جابه‌جایی می‌یابد. به عبارت روشنتر، هنگامی که روی منحنی همفشار از مایع به گاز می‌رویم، با رسیدن به مرز هاشورخوردگی، منحنی در جهت افزایش دما بالا

[1] Superheating

می‌رود و سپس کمی بعد کاهش دوباره می‌یابد. این پدیده، همان ابرگرمایش آب است. بر عکس، هنگامی که از فاز بخار به طرف مایع می‌رویم، در هنگام رسیدن به مرز هاشور خوردگی، دما مقداری افت می‌کند و سپس دوباره بالا می‌رود و روی منحنی می‌افتد. این پدیده، همان ابرسرمایش [۲] آب است.

همین موضوع برای ابررسانایی که تحت میدان مغناطیسی قرار گرفته است نیز برقرار است. یعنی اینکه با افزایش میدان مغناطیسی از حالت ابررسانش تا مقادیر بزرگتر از میدان بحرانی، اصطلاحاً به ناحیهٔ ابرگرمایش وارد می‌شویم. از سوی دیگر، با کاهش میدان از حالت عادی تا مقادیر کوچکتر از میدان بحرانی، ضمن ماندن در حالت عادی، به ناحیهٔ ابرسرمایش می‌رسیم.

لانداو[۳] و گینزبرگ[۴] در سال ۱۹۵۰م معادلاتِ موسوم به معادلات لانداو-گینزبرگ را برای مطالعهٔ اثر میدان مغناطیسی اعمال شده به موازات ابررسانا ارائه کردند. از آن زمان کوششهایی برای بررسی ابرگرمایش ابررساناها در چارچوب این معادلات وجود داشته است. این معادلات هم غیر خطّی و هم جفت شده می باشند. به همین دلیل در حالت کلّی جوابی دقیق برای این معادلات به دست نیامده است و تمامی کارهای انجام شده، تقریبی و به صورت بسطهای اختلالی و محدود به حالاتی بوده است که در آنها پارامتر لانداو-گینزبرگ κ، یا کوچک و یا بزرگ بوده است. در سال ۱۹۵۸، گینزبرگ میدان ابرگرمایش را برای κ [۵] کوچک و بزرگ تخمین زد. وی برای $\kappa \to \infty$ معادلات لانداو-گینزبرگ رابرای نیم فضا[۶] دقیقاً حل نمود تا به دست آورد $H_{sh} = ۱/\sqrt{۲}$. همچنین باتوجّه به اینکه برای ابررساناهای سخت انتظار می‌رود میدان ابرگرمایش نسبتا بالا باشد، وی برای حالت κ کوچک از مقیاس دادن به متغیّرها بهره جست تا بستگی میدان ابرگرمایش به κ را به صورت $H_{sh} = const/\sqrt{\kappa}$ بیابد. گینزبرگ این ثابت را به صورت عددی برابر $const = ۰.۸۹H_c$ به دست آورد. گروه ابررسانایی اُرسِی[۷] در سال ۱۹٦٦ برای ابررسانای نوع اوّل روشی را به کار بردند که از لحاظ فیزیکی با روش گینزبرگ مشابه ولی از از لحاظ تکنیک ریاضی متفاوت بود. نهایتاً آنها توانستند ضریب عددی ۰.۸۹ را با مقدار تحلیلی $۲^{-۱/۴}$ جایگزین کنند. کمی بعد در سال ۱۹۷٦، هوگو پار [۸] از ترکیبی از مقیاس دهی ذاتی و رهیافت وردشی بهره جست تا برای ابررسانای نوع اوّل، بستگی میدان ابرگرمایش به κ را تا یک مرتبهٔ دیگر از

[۲] Supercooling

[۳] L. D. Landau

[۴] V. L. Ginzburg

[۵] kappa which is called GL parameter

[۶] half-space

[۷] Orsay Group on Superconductivity

[۸] Hugo Parr

بسط حساب کند. در سالهای ۱۹۹۵ و ۱۹۹۶ به ترتیب چپمَن [۹] و دالگِرت [۱۰]، روش بسطهای مجانبی جفت شده را به کار بستند تا مسألهٔ ابرگرمایش نیم فضا را به ترتیب برای ابررساناهای نوع دوم و اوّل مورد بررسی قرار دهند؛ ضمن اینکه آنها قادر بودند این کار را الگومندانه به انجام رسانند. کار دالگرت به گونه‌ای است که بتوان بسط نظری را تا مرتبه های بالاتر نیز پیش برد؛ البته بسته به قدرت کامپیوتر مورد استفاده و زمان صرف شده. البته حجم محاسبات در مرتبه های بالاتر سریعاً افزایش می یابد. ما بر آن شدیم که مسٔالهٔ ابرگرمایش را برای یک تیغهٔ ابررسانا در حالت حدّی $\kappa \to \infty$ مورد بررسی قرار دهیم و در این راستا از روش مورد استفاده توسّط دالگرت و چپمن به گونه‌ای متفاوت سود جسته ایم.

این پایان نامه شامل ۴ فصل می باشد که دو فصل اوّل شامل مباحث مقدّماتی است و صرفاً جنبهٔ آشنایی دارد. فصل دوم به بحث درباره معادلات لانداو-گینزبرگ اختصاص یافته است. فصل سوّم، به بررسی و معرّفی تکنیکهای ریاضی به کار برده شده، به صورتی جداگانه می پردازد و نهایتاً در فصل چهارم، به سراغ مسألهٔ اصلی می‌رویم و آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در فصل اوّل هدف ما چشم اندازی گذرا به پدیدهٔ شگفت انگیز ابررسانایی و بررسی خواص و جنبه های گوناگون آن می باشد. همچنین در این فصل ما به معرّفی پدیدهٔ ابرگرمایش نیز پرداخته ایم.

در فصل دوّم کوشیده ایم تا با رهیافتی ساده معادلات لانداو-گینزبرگ را در کلّی ترین حالت خود استخراج نماییم. این رهیافت که بر مبنای مبحث کمینه نمودن انرژی استوار است، بر دیدگاه میکروسکوپیک حداقل تکیه را دارد به علاوه، صورتی که ما از این معادلات ارائه کرده‌ایم، هم دارای ناوردایی تحت تبدیلات پیمانه‌ای است و هم اینکه در معادلهٔ پیوستگی صدق می کند.

دو چیز ما را بر آن داشت که تکنیکهای ریاضی به کار برده شده را در یک فصل جداگانه بیاوریم. اوّل اینکه استفاده از روش مجانبهای جفت شده در فیزیک ماده چگال تا سالهای اخیر چندان معمول نبوده است و لذا ناآشنا می نماید. دیگر اینکه برای معرّفی و ملموس ساختن یک روش ریاضی، همواره بهتر این است که آن روش را برای مسأله‌ای به کار ببریم که دارای جواب تحلیلی دقیقی باشد. البته در مسائل عملی فیزیک معمولاً چنین امکانی برای یافتن جواب دقیق بر حسب توابع مقدماتی وجود ندارد و صرفاً مجبوریم به جوابهایی تا چند مرتبه‌ای از اختلال قانع شویم. لذا فصل سوّم را به این موضوع اختصاص داده ایم .

بالاخره در فصل چهارم، وارد مسألهٔ مورد بررسی می شویم و به ارائهٔ جواب آن تا پنج مرتبه از بسط می

[۹] S. J. Chapman

[۱۰] A. J. Dolgert

پردازیم. همانطور که خواهید دید اصولاً امکان توسعهٔ این جواب تا مرتبه های بالاتر وجود دارد گرچه حجم محاسبات لازم در هر مرتبه تقریباً بامجموع حجم محاسبات مرتبه‌های قبلی برابری می کند و تأثیر کمتری هم در بهبود جواب قبلی بر جای می گذارد. از این رو بسته به دقّتی که مورد نیاز ما است، در نظر گرفتن چند مرتبهٔ اوّل تقریب، به خوبی برای ما کفایت کند. همچنین به حلّ عددی مسأله در این فصل می‌پردازیم و بدین ترتیب معیاری برای سنجش دقّت جوابهای تحلیلی خود به دست می آوریم.

فصل ۱

پیش درآمدی بر ابررسانایی

۱—۱ خواصّ بنیادی ابررساناها

در اینجا هدف ما این است که چشم اندازی بر خواصّی که وجه مشترک ابررساناها می باشند ارائه دهیم[۵]. این خواص عبارتند از:

- اثر مایسنر—اُشنفلد[۱] (۱۹۳۳). میدان مغناطیسی به درون نمونهٔ ابررسانا نفوذ نمی کند. یعنی القای مغناطیسی درون ابررسانا صفر است $B = 0$. در بسیاری از حالات مهم، این اثر ممکن است ناکامل باشد.

- مقاومت صفر در دماهای $T < T_c$. دمای T_c اصطلاحاً دمای بحرانی[۲] خوانده می شود.

- ابررسانایی همچنین می تواند با اعمال میدان مغناطیسی خارجی H_c تخریب شود که این میدان اعمالی در اصطلاح میدان مغناطیسی بحرانی[۳] خوانده می شود. به طور تجربی داریم:

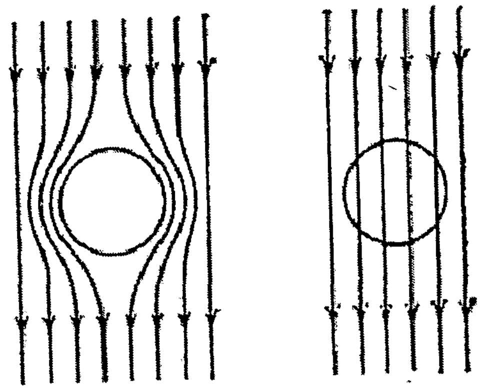
$$H_c(T) = H_c(0)[1 - (T/T_c)^2]$$

---

[۱] Meissner-Oschenfeld effect

[۲] critical temperature

[۳] critical magnetic field



شکل ۱.۱.۱: اثر مایسنر[۵]

- قاعدهٔ سیلزبی[۴] بیان می‌کند که مشتق پتانسیل برداری در سطح برابر میدان مغناطیسی خارجی می‌باشد و یا به عبارتی دیگر میدان تولید شده توسّط ابرجریان در سطح، با میدان مغناطیسی بحرانی خارجی برابر می باشد.

- به بیان دقیقتر، میدان مغناطیسی در لایه ای سطحی به ضخامتی حدود $\delta \sim 10^{-5} - 10^{-6}\, cm$ غیر صفر است؛ جایی که در آنجا جریانهای پوششی جاری است. بستگی تجربی این عمق نفوذ مغناطیسی به دما عبارت است از:

$$\delta(T) = \delta(0)\frac{1}{\sqrt{1-(T/T_c)^4}}$$

- گذار فاز به حالت ابررسانایی در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، از نوع دوم است. یعنی که هیچ گرمای نهان گذاری وجود ندارد و البته یک ناپیوستگی در ظرفیت گرمایی ویژه وجود دارد. برعکس، وقتی $H \neq 0$ گذار فاز از مرتبهٔ اوّل خواهد بود.

- عمق نفوذ مغناطیسی به طور پیوسته از مقدار متناهی در $T < T_c$ تا بی‌نهایت در دمای T_c تغییر می کند. در هنگام گذار مقاومت ویژه تغییر ناگهانی می یابد. در این حالت افزایش شگرفی در هدایت گرمایی انتظار می رود؛ باوجود اینکه مقدار هدایت گرمایی در نقطهٔ گذار پیوسته است.

- آخرین خاصیت خیلی مهم این است که سهم الکترونها در گرمای ویژه در دماهای پایین رفتاری به صورت $\exp(-\Delta/k_BT)$ دارد که نمایانگر وجود یک شکاف در طیف برانگیختگی اوّلیّه می باشد. امّا این

[۴] Silsby rule