بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم

بخش فیزیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته

فیزیک گرایش بنیادی

درهمتنیدگی حالت‌های همدوس و بررسی ناهمدوسی آن‌ها

استاد راهنما :

دکتر مجید رهنما

مؤلف :

سمیه شجاعی باغینی

شهریور ۱۳۹۰

دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

گروه فیزیک

دانشکده علوم

دانشگاه شهید باهنرکرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: سمیه شجاعی باغینی

استاد راهنما: دکترمجید رهنما

استاد مشاور:

داور ۱: دکترمهدی میرزایی

داور ۲: دکترمحمدحسین زندی

نماینده تحصیلات تکمیلی: خانم دکترموج خالقی

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر است.

تقدیم به

پدر و مادرم

که گرمی دست‌هایشان گرمی زندگی من است

تشکر و قدردانی

سپاس خدای را که قدرت آموختن به من داد تا با ذره ذره‌ی وجود شنیده‌ها و دیدنی‌ها را با قلم حک کنم، گر چه هستی، فراتر از درک من است و این زیبایی عظمت پروردگار من است.

تشکر و قدردانی می‌کنم از زحمات تمامی کسانی که مرا در انجام این پایان‌نامه کمک کردند خصوصا استاد گرانقدر جناب آقای دکتر مجید رهنما که همچون پدری دلسوز همراه من بودند و همچنین داوران محترم جناب آقای دکتر زندی و جناب آقای دکتر میرزایی که داوری این پایان‌نامه را بر عهده داشتند و کلیه اساتید محترم بخش فیزیک و تمامی دوستان که یاری‌ام کردند کمال تشکر و قدردانی را دارم و در نهایت از زحمات بی دریغ خانواده‌ام، خصوصا پدر و مادرم که همیشه پشتوانه‌ی محکمی برایم بودند سپاسگذارم.

چکیده

در این مقاله درهمتنیدگی ماکروسکوپیک در سیستم‌های کوانتومی بررسی می‌شود. عدم قطعیت کدام مسیری مربوط به یک تک فوتون، که حالتی میکروسکوپیک است، از یک پرتوشکافنده عبور می‌کند و به عدم قطعیت کدام مسیری میدان ماکروسکوپیک، از طریق اندازه‌گیری غیرمخرب کوانتومی، تبدیل می‌شود.

تبدیل حالت‌های میکروسکوپیک به حالت‌های ماکروسکوپیک کوانتومی به پارادوکس گربه شرودینگر بر می‌گردد. در گربه شرودینگر، واپاشی رادیواکتیو اتم میکروسکوپیک ، با زندگی یک گربه درهمتنیده می‌شود، که نقش اساسی در فهم روابط بین مکانیک کوانتوم و مکانیک کلاسیک بازی می‌کند. در این جا، روشی برای خلق حالت‌های گربه شرودینگر و درهمتنیدگی این حالت‌های همدوس ارائه می شود.

تولید درهمتنیدگی حالت‌های همدوس در آزمایشگاه بسیار مشکل است زیرا ایجاد شرایط بدون افت برای دستگاه‌ها غیر ممکن است. همچنین مشکل اصلی همدوسی این حالت‌ها با محیط است. درهمتنیدگی این حالت‌ها را نمی‌توان نگه داشت و خیلی سریع با محیط برهمکنش می‌کنند، تاثیرات ناهمدوسی و افت وسایل اندازه‌گیری در درجه درهمتنیدگی مشاهده می‌شود.

لازم به ذکر است که درهمتنیدگی میدان‌های نوری ماکروسکوپیک، یک اصل اساسی در کوانتوم مکانیک است و می توان از آن‌ها برای روش‌های معین ارتباطی استفاده کرد.

کلیدواژه‌ها: درهمتنیدگی، عدم قطعیت کدام‌مسیری، پرتوشکافنده، اندازه‌گیری غیرمخرب کوانتومی، حالت‌های همدوس، ناهمدوسی

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول: مقدمه

۱-۱) اطلاعات کدام مسیری.....۴

۱-۲) برهمنهی و آمیختگی.....۶

۱-۳) چرا رفتار کوانتومی در دنیای ماکروسکوپی مشاهده نمی‌شود ؟.....۷

۱-۴)ناهمدوسی.....۱۱

فصل دوم: درهمتنیدگی کوانتومی

۲-۱) درهمتنیدگی کوانتومی ۱۷

۲-۱-۱) درهمتنیدگی در فضای هیلبرت.....۲۰

۲-۱-۲) یک جفت ذره(موجودیت کوانتومی) درهمتنیده شده با اسپین ۱/۲.....۲۱

۲-۲) متغیرهای پنهان.....۲۱

۲-۳) دوربری کوانتومی.....۲۲

۲-۴) تولید جفت‌های درهمتنیده شده ۲۴

۲-۴-۱) تولید فوتون‌های همبسته قطبشی با آبشار اتمی.....۲۴

۲-۴-۲)تولید جفت فوتون‌های همبسته با روش تبدیل پایین.....۲۶

۲-۴-۳)ایجاد حالت‌های درهمتنیده شده با پرتوشکافنده ۵۰:۵۰.....۲۹

۲-۴-۴) آزمایش تداخل سنج هانگ- یو- مندل ۳۵

۲-۴-۵) تداخل سنج مَخ زِندِر(*Mach-Zehnder interferometer*) با یک تک فوتون.....۳۶

۲-۴-۶) آزمایش تجربی برای اثبات نابودی تداخل فوتون با اطلاعات کدام‌مسیری.....۳۸
۲-۵) اندازه‌گیری درهمتنیدگی.....۴۱

فصل سوم: حالت همدوس

۳-۱) بررسی خصوصیات حالت‌های همدوس.....۴۳
۳-۲) عبور حالت همدوس از پرتوشکافنده.....۴۸
۳-۳) عبور حالت همدوس از تداخل سنج مَخ زِندِر.....۴۹

فصل چهارم: گربه شرودینگر

٤-۱) پارادوکس گربه شرودینگر.....۵۱
۴-۲) معرفی حالت‌های گربه شرودینگر.....۵۳
۴-۳) تولید حالت‌های گربه شرودینگر با عبور حالت همدوس از محیط کِر(*Kerr*).....۵۵

فصل پنجم: درهمتنیدگی حالت های همدوس

۵-۱) تداخل سنج مَخ زِندِر با برهمکنش کراس کِر(*Cross-Kerr*).....۵۹
۵-۲) درهمتنیدگی حالت‌های همدوس ۶۲
۵-۲-۱) اثبات درهمتنیدگی میدان‌های همدوس.....۶۴
۵-۳) درهمتنیدگی شش مد میدان.....۴۸

فصل ششم : بررسی خصوصیات حالت های درهمتنیده شده و ناهمدوسی آن‌ها

۶-۱) بررسی ماکسیمم درهمتنیدگی حالت‌های گربه شرودینگر.....۷۴
۶-۲) افت دستگاه درهمتنیدگی و نقص تداخل سنج مَخ زِندِر.....۷۵
۶-۳) بررسی ناهمدوسی حالت‌های گربه شرودینگر.....۷۶

۶-۴) نتیجه گیری..... ۷۹

پیوست‌ها

پیوست الف) کوانتوم مکانیک پرتوشکافنده.....۸۲

پیوست ب) ماتریس چگالی.....۸۶

پیوست ج) اثر کِر.....۸۷

پیوست د) اندازه‌گیری غیرمخرب کوانتومی (*Quantum nondemolition measurement*).....۸۹

پیوست و) محاسبات عبور دو مد از محیط کِر.....۹۰

مراجع ۹۲

فصل اول

مقدمه

فیزیک کلاسیک شامل مکانیک نیوتونی، الکترومغناطیس و مکانیک آماری، تا سال ۱۹۰۰ مسائل دنیای علم را پاسخ می‌داد. از سال۱۹۰۰ برای حل مسئله‌ی تابش جسم سیاه، مکانیک کوانتومی مطرح شد و تا سال ۱۹۲۸ با تلاش افرادی چون پلانک[۱]، انشتین[۲]، بوهر[۳]، دوبروی[۴]، هایزنبرگ[۵]، بورن[۶] و دیگران فرمول‌بندی و توانایی آن برای تطابق با تجربه تایید شد. تئوری کوانتوم، که اغلب از آن به عنوان یکی از موفق‌ترین تئوری‌های علمی نام می‌برند، برای ما توضیح می‌دهد که طبیعت در سطوح زیر اتمی چگونه رفتار می‌کند. در سطوح زیراتمی قواعد فیزیک کلاسیک که هر روزه آن‌ها را تجربه می‌کنیم، اعتبار و کارآیی خود را از دست می‌دهند. برای مثال به نظر می‌رسد ذرات زیر اتمی در یک زمان می‌توانند در دو مکان مختلف باشند، و یا می‌توان اطلاعات را سریع‌تر از سرعت نور منتقل کرد.

این یافته‌ها نشان می‌داد که کوانتوم مکانیک از همان ابتدا ابهاماتی داشته و حتی اروین شرودینگر[۷] فیزیکدان اتریشی، که در توسعه تئوری کوانتومی نقش بسیار موثری ایفا کرد هم از تفسیر یافته‌های خود ناخرسند بود و با تاسف بسیار به یکی از همکاران خود گفته بود: "از این که در مورد تئوری کوانتوم کار می‌کنم چندان راضی نیستم".

برای این ابهامات پاسخ اجمالی ارائه شد، اما بسیاری قانع نشدند از جمله سوالات مفهمومی که توسط انشتین و همکارانش پودولسکی[۸] و روزن[۹]مطرح شد، آیا توصیف مکانیک کوانتوم از واقعیت فیزیکی کامل است یا خیر؟ که به پاسخ منفی رسیدند. آنها در این مقاله که به تناقض *EPR* مشهور شد [۱] با یک آزمایش فکری نشان دادند که اگر توصیف مکانیک کوانتوم از واقعیت کامل باشد به تناقض منجر می‌شود، به این صورت که، برای یک سیستم دو تابع موج به دست می‌آمد که با یکدیگر سازگار نبودند، این دو تابع، ویژه توابع دو عملگر جابجاناپذیر بودند. اگر بپذیریم توصیف مکانیک کوانتومی از واقعیت کامل نیست دو راه حل وجود دارد: باید

---

[1] Planck
[2] Einstein
[3] Bohr
[4] Debroglie
[5] Heisenberg
[6] Born
[7] Ervin Schrödinger
[8] Podolsky
[9] Rosen

متغیرهای جدیدی (متغییرهای پنهان[1]) را به کار برد تا این تناقض را رفع کنند و یا یک اصلاح ریشه‌ای در کوانتوم مکانیک بوجود آورد.

سپس بوهر جوابیه‌ای برای مقاله EPR بیان کرد که توصیف مکانیک کوانتومی از واقعیت کامل است [۲]. بوهر روی کامل بودن یا نبودن مکانیک کوانتوم بحث نکرد و نظریه خود را با این فرض گرفت که اساساً واقعیتی ورای مشاهدات ما وجود ندارد.

پس از آن افراد مختلفی از جمله شرودینگر[۳] مقالاتی نوشتند تا بتوانند آن را به گونه‌ای حل کنند. شرودینگر درهمتنیدگی[2] را، خاصیت اصلی کوانتوم مکانیک ذکر می‌کند و بیانی معادل بیان بیان انشتین و همکارانش مطرح می‌کند. شرودینگر برای حل این مسئله می‌گوید که بین دو سیستم مذکور، نوعی درهمتنیدگی وجود دارد و در واقع یک ارتباط، بین دو سیستم وجود دارد، وقتی یکی از آن‌ها را اندازه‌گیری می‌کنیم، نمی‌توان گفت که دیگری دست نخورده باقی می‌ماند و در واقع دو ذره به هم وابسته هستند، در اینجا به تناقضی مشابه تناقض *EPR* می‌رسیم، در این مقاله که در سال ۱۹۳۵ منتشر شد[۳] شرودینگر، پارادوکسی غیر عادی را مطرح کرد. شرودینگر آزمایشی که به صراحت آن را یک آزمایش کاملاً مزحک خواند بیان کرد تا بتواند توسط این آزمایش، اختلاف بین واقعیت‌های ملموس توسط انسان و واقعیت‌های دنیای کوانتوم را که خود خالق آن بود بیان کند.

پیامدهای این پارادوکس چنان خیره کننده بود که توجه فیزیکدانان بدان تا کنون ادامه داشته است، منظور از این پارادوکس این است که افکار ما را به وضعیتی معطوف سازد تا هر چه شفاف‌تر، ماهیت متناقض نظریه کوانتومی را برجسته سازد و از آن زمان تا کنون، آن را به عنوان پارادوکس گربه شرودینگر[3] شناخته‌اند. در زیر ترجمه این پاراگراف آمده است.

"شخصی می‌تواند حتی آزمایشهای کاملاً مضحکی را ترتیب دهد. مثلاً گربه‌ای را در یک اتاقک فولادی همراه با ابزار خیثانه‌ی زیر(که از دستکاری و دخالت مستقیم گربه باید محفوظ بماند) محبوس کرد. در یک شمارشگر گایگر، مقدار ناچیزی ماده پرتوزا قرار دارد. آن قدر ناچیز که شاید در مدت یک ساعت، تنها یکی از اتم‌ها فروپاشی کند. اما با احتمال مساوی، شاید هم نکند. اگر فروپاشی رخ دهد تیوب شمارگر تخلیه می‌شود و از طریق یک کلید برقی، چکشی رها می‌شود که ظرف شیشه‌ای محتوی هیدروژن سیانید را می‌شکند. اگر شخص، کل این سیستم را

[1] Hidden variables
[2] Entanglement
[3] Schrödinger's cat paradox

ساعتی به حال خود رها کند، چنانچه طی این زمان، اتمی فروپاشی نکرده باشد ممکن است شخص بگوید که گربه هنوز زنده است. چون اولین اتمی که فروپاشی کند گربه را مسموم می-کند. تابع موج کل سیستم ψ که حاوی گربه‌ی زنده و مرده به صورت محو شده[1] (برهمنهی) یا آمیزه‌ای[2] (آمیختگی یا "مخلوط")، از این دو حالت به نسبت مساوی است این امر را بیان خواهد کرد.

با بیان دیگری می‌توان گفت که بعد از سپری شدن یک ساعت، حالت گربه، برهمنهی از دو جمله است که یکی نشان دهنده‌ی گربه‌ی زنده و دیگری گربه‌ی مرده است.

گربه در حالتی غیرقطعی و نامعین وجود دارد، تا زمانی که یک مشاهده‌گر به درون جعبه بنگرد و ببیند که گربه زنده یا مرده است. شرودینگر بیان کرد که طبق قواعد مکانیک کوانتوم، گربه تا زمانی که کسی در جعبه را باز نکرده و مشاهده‌ای انجام نداده است، در حال زنده و مرده قرار دارد، این مفهوم در مکانیک کوانتوم به عنوان اصل بر همنهی[3] کوانتومی نامیده می‌شود. اما هنگامی که در جعبه باز شود گربه را یا در حالت زنده بودن و یا مرده بودن مشاهده می‌کنیم. اگر اندازه‌گیری را به کرات تکرار کنیم این دو پیشامد با احتمال مساوی رخ می‌دهد، اما تا زمانی که اندازه‌گیری صورت نگرفته برهمنهی وجود دارد. متاسفانه برخلاف میل شرودینگر، این تجربه‌ی تخیلی نه تنها باعث نشد که فیزیکدانان ابهام بعضی از خصوصیات نظریه کوانتوم را درک کنند، بلکه جعبه شرودینگر برای اکثر فیزیکدانان به مثال غیرمعمول و فوق العاده‌ی این نظریه تبدیل شد و برهمنهی حالت‌ها به جای به هم ریختن نظریه کوانتوم، به خصلت معرف آن بدل شد.

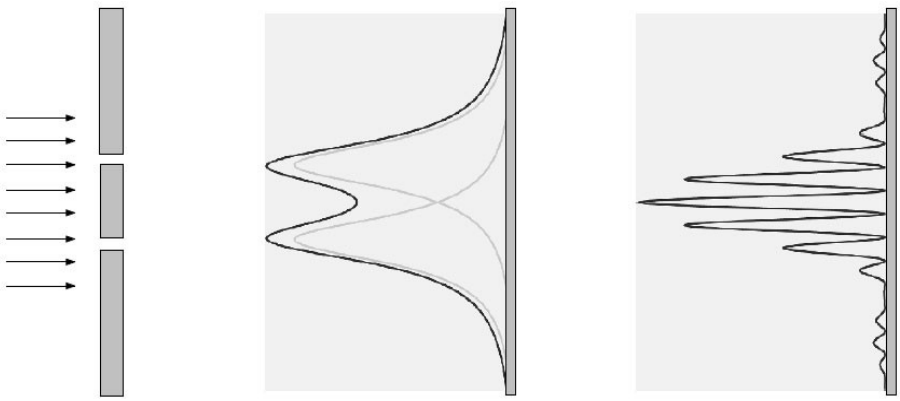
شرودینگر خاطرنشان می‌سازد، وجود اصل برهمنهی، از لحاظ ریاضی ضروری است، تا تئوری کوانتوم بتواند پیش‌گویی‌های دقیق خود را از عملکرد جهان در سطح زیراتمی ارائه دهد. مسئله این است که گربه شرودینگر در یک مقیاس ماکروسکوپی است. در این مورد تفاوت بین دنیا ماکروسکوپی[4] و میکروسکوپی[5] بسیار حائز اهمیت است. آیا در دنیای ماکروسکوپی می‌توان این برهمنهی را داشت و گربه درحالت هم زنده بودن و هم مرده بودن باشد؟

---

[1] Smeared
[2] Mixed
[3] Superposition
[4] Macroscopic
[5] Microscopic

۱-۱) اطلاعات کدام مسیری[1]

برای فهم بهتر این پارادکس و تفاوت بین دنیای میکروسکوپی و ماکروسکوپی مثالی می‌زنیم، اگر توپ بیسبالی را به طرف دیواری که دو پنجره دارد پرتاب کنیم، توپ از درون یکی از پنجره-ها و نه از درون هر دوی آن‌ها، عبور خواهد کرد، اما برای دنیای میکروسکوپیک، در پرتاب الکترون به دو شکاف، ممکن است در آن واحد الکترون از دو شکاف عبور کند، پدیده تداخل[2] چنین امری را نشان می‌دهد، اگر مسیر هر الکترون را مستقیماً مشاهده می‌کردیم و عبور الکترون را از شکاف ۱ یا شکاف ۲ می‌دیدیم، دیگر الگوی تداخل نداشتیم.



شکل (۱-۱): الگوی تداخلی در دو شکاف. شکل وسط الگوی تداخل در کلاسیک و شکل سمت راست الگوی تداخل در کوانتوم را نشان می‌دهد[۴].

[1] Which-path
[2] Interference

در دو شکاف که در شکل (۱-۱) آمده است دو حالت داریم، ذره‌ای که از هر دو شکاف عبور می‌کند با برهم نهی دو تابع موج ψ_1 و ψ_2، که به ترتیب از دو شکاف یک و دو عبور می‌کنند و روی پرده یک الگوی تداخلی مطابق با شکل(۱-۱) مشاهده می‌شود. حالت ذره در سطح شکاف با برهمنهی

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(x) + \psi_2(x)) \qquad (۱-۱)$$

و چگالی احتمال آن بصورت

$$\rho(x) = \frac{1}{2}|\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2 \qquad (۱-۲)$$

است. این برهمنهی در ناحیه‌ی دو شکاف گسترش یافته است، در واقع دو مسیر داریم و نمی‌توان با قطعیت مسیر ذره را مشخص کرد. حال اگر یک آشکارساز را در یکی از دو شکاف قرار دهیم و موقعیتی از ذره را در یکی از دو شکاف اندازه بگیریم و بفهمیم که ذره از کدام شکاف عبور کرده است، $\psi(x)$ را به یک ناحیه ویژه‌ای محدود می‌کنیم. در اینجا تداخل از بین می‌رود و چگالی احتمال بصورت

$$\rho(x) = \frac{1}{2}|\psi_1(x)|^2 + \frac{1}{2}|\psi_2(x)|^2 \qquad (۱-۳)$$

است در این حالت ما اطلاعات کدام مسیری را بدست آوردیم و تداخل و برهمنهی از بین می‌رود. در توپ بیسبال عملا" اطلاعات کدام مسیری را داریم پس برهمنهی وجود ندارد[۴]، مانند زمانی که گربه را مشاهده می‌کنیم، ما آن را مرده و یا زنده می‌بینیم چون اطلاعات کدام مسیری را داریم و برهمنهی مرده و زنده بودن گربه از بین می‌رود. اما از کوانتوم مکانیک می‌دانیم که دنیای ریز، خواص کوانتومی از خود نشان می‌دهد. پارادوکس واقعی گربه این است که دنیای ماکروسکوپی تجربه‌ی روزمره‌ی ما خواص کوانتومی ندارد و ما هیچگاه در این دنیا چیزی متناظر با تداخل بین گربه‌ی زنده و مرده مشاهده نمی‌کنیم.

۱-۲) برهمنهی و آمیختگی[1] (آمیزه یا "مخلوط")

همانطور که اشاره کردیم در دیدگاه اول به نظر می‌آید که در جعبه بسته، گربه یا زنده و یا مرده است و نمی‌توان یکی از این دو وضعیت را پیشگویی کرد و مانند این است که گفته شود در آزمایش دو شکاف الکترون ممکن است از درون یک شکاف و یا از دیگری عبور کند، اما از درون هر دو عبور نکرده است. در اینجا با جهل کلاسیکی روبرو هستیم که نمی‌توان آن را به صورت حالت کلاسیکی ساده شرح داد که آن را با آمیختگی توضیح می‌دهیم. با فرض، گروه مرکبی از N ذره را وقتی به عنوان آمیختگی توصیف می‌کنیم که N_1 ذره از آن‌ها، در حالت N_1 و N_2 ذره از آن‌ها در حالت N_2 هستند که $N_1 + N_2 = N$. آمیختگی حالتی را شرح می‌دهد که از ماهیت آن مطمئن نیستیم و این به خاطر عدم قطعیت نیست بلکه تنها معلول جهل کلاسیکی است. حالت کوانتومی هر یک از N ذره یا N_1 است و یا N_2، اما نمی‌دانیم کدام یک است.

تمایز بین برهمنهی و آمیختگی را با آزمایش تداخل دو شکاف بیان می‌کنیم. اگر N_1 تابع موج ذره‌ای را توصیف کند که از شکاف یک عبور کرده است و N_2 تابع موج ذره‌ای را توصیف می‌کند که از شکاف ۲ عبور کرده باشد. در این صورت در یک حالت برهمنهی، تداخل مشاهده خواهد شد. اگر فرض کنیم بعضی از ذرات را به سمت یک شکاف و بقیه را به سمت شکاف دیگر گسیل می‌دهیم و نه به طرف هر دو شکاف. این مجموعه ذرات با آمیختگی توصیف می‌شوند چون هر ذره تنها از یک شکاف عبور می‌کند لذا تداخل صورت نمی‌گیرد. این یک نکته خیلی مهم است که برهمنهی‌ها، منجر به تداخل می‌شوند اما در آمیختگی تداخل صورت نمی‌گیرد.

در پارادوکس گربه شرودینگر اگر آزمایش را تکرار کنیم، حالت مجموعه گربه‌ها با آمیختگی نشان داده می‌شود در صورتی که کوانتوم مکانیک می‌گوید آن را می‌بایستی با برهمنهی نمایش دهیم، در واقع، آنچه را که در دنیای ماکروسکوپیک مشاهده می‌کنیم با آمیختگی توصیف می‌شود[۵].

[1] Mixture

۱-۳) چرا رفتار کوانتومی در دنیای ماکروسکوپی مشاهده نمی‌شود ؟

در بیشتر موقعیت‌های ماکروسکوپیک تفاوت بین رفتار کوانتومی و کلاسیکی، یعنی بین برهمنهی و آمیختگی، بسیار کوچکتر از آن بوده که از طریق تجربی مشاهده شود، در این بخش علت آن را بحث می کنیم.

ممکن است بگوییم که پارادوکس گربه، یک معضل واقعی را مطرح نمی‌کند، چون کوانتوم مکانیک در مورد دنیایی با مقیاس بزرگ نیز صادق نیست و به کار نمی آید، این نظریه برای توجیه اجسام زیر میکروسکوپیکی مانند اتم‌ها، فوتون‌ها و نظایر آن‌ها ابداع شده است و کاربردی در مورد اجسام ماکروسکوپیک ندارد.

اما در قواعد مکانیک کوانتمی هیچ گزاره‌ای سراغ نداریم که معادله شرودینگر را تنها برای اجسام کوچک محدود کند. در واقع مطابق اصول آن، معادله شرودینگر، همانطور که در مورد الکترون به کار می‌آید شامل گربه و توپ بیسبال نیز می‌شود. پس چرا گربه و توپ بیسبال رفتار کوانتومی از خود بروز نمی‌دهند؟ در اینجا به بررسی این علت‌ها می‌پردازیم.

تداخل: به مثال توپ بیسبال برمی‌گردیم که به سمت دو پنجره در دیوار پرتاب شده است. چرا توپ بیسبال تداخل از خود نشان نمی‌دهد، می‌دانیم که ماکسیمم‌ها در الگوی تداخل زمانی ایجاد می‌شود که اختلاف مسیر از دو شکاف به اندازه یک طول موج دوبروی باشد، این طول موج $\lambda = \frac{h}{p}$، که برای توپ ۰.۲۳ کیلوگرمی با سرعت $8.9\ m/s$ به طرف دیواری پرتاب می‌شود برابر با $3.2\times10^{-34}\ m$ است. مشاهده می کنیم که اختلاف فاصله بین ماکسیمم‌های مجاور در الگوی تداخل حتی به مراتب کوچکتر از ابعاد یک اتم است در نتیجه توپ و یا هر جسم ماکروسکوپی دیگری، اگر از خود تداخل نشان دهد ما بدان پی نخواهیم برد.

اصل عدم قطعیت[1]: در سال ۱۹۲۷، هایزنبرگ، با اصول ریاضی توانست عدم قطعیت در مکان و اندازه‌حرکت بسته موج را با تابش توزیع گوسی بدست آورد. این عدم قطعیت بصورت $(\Delta p)(\Delta x) \geq \frac{h}{2}$ نشان داده می‌شود و به این صورت تفسیر می‌شود که ممکن نیست به طور همزمان اندازه حرکت و مختصات یک سیستم را با دقت دلخواه اندازه بگیریم و هر چه دقت در اندازه‌گیری یکی بیشتر باشد در دیگری کمتر خواهد بود [۶].

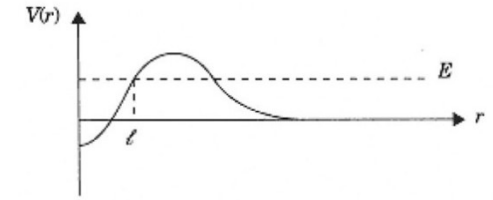
[1] Uncertainty principle

گر چه گروهی مخالف این عقیده هستند. نظر آنها این است که مکان و اندازه حرکت هر دو با هم وجود دارد و این از جهل ما نسبت به متغیرهای پنهان است که مانع آگاهی ما از آن‌ها می‌شود[۷]، مهم این است که همه اجسام ماکروسکوپی و میکروسکوپی مشمول اصل عدم قطعیت هستند، اما برای اجسام ماکروسکوپی اثر آن چنان کوچک است که عملاً″ پیامدی ندارد. برای مثال با انتخاب مقدار Δx = ۰.۰۲۵ cm در رابطه عدم قطعیت $(\Delta x)(\Delta p_x) = \frac{\hbar}{2}$ برای توپ ۰.۲۳kg خواهیم داشت Δv= ۹.۱ × ۱۰ $^{-۳۱}$ m/s، که این دلواپسی در سرعت حرکت توپ آن قدر ناچیز است که اصلاً″ مشاهده‌پذیر نیست به طوری که می‌توان مسیر حرکت توپ را مشخص نمود، اما در مورد الکترون چنین نیست.

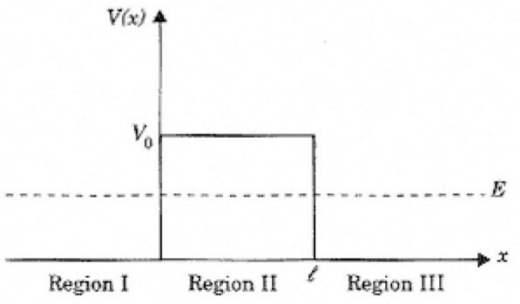
تونل‌زنی کوانتومی[1]: تونل‌زنی اثر کوانتومی محض دیگری است که همتای کلاسیکی ندارد، در اینجا بررسی می‌کنیم که چرا در دنیای با مقیاس بزرگ مشاهده نمی‌شود.

تونل‌زنی اولین بار توسط جرج گاموف[۸] و سپس گرنی[۲] و کاندون[۳] [۹]، برای توجیه پرتوزایی ∝، یعنی گسیل ذره ∝ از هسته‌های اتمی ناپایدار، مطرح شد. ذرات ∝ بر اثر نیروهای هسته‌ای در چاه پتانسیل به دام افتاده‌اند. مشکل اینجاست که پتانسیل جاذبه هسته‌ای به مراتب زیادتر از انرژی جنبشی ذرات ∝ است، پس این ذرات بایستی درون هسته به دام افتاده باشند، اما پرتوزایی در عمل نشان می‌دهد که ذرات صعود می‌کنند. گاموف، گرنی و کاندون با کوانتوم مکانیک نشان دادند که این امر چگونه رخ می‌دهد.

[1] Quantum tunneling
[2] Gurney
[3] Condon



(a)



(b)

شکل (۱-۲): (a) انرژی پتانسیل ذره‌ی $\propto$ با انرژی E در هسته‌ی اتم. (b) طرح سد پتانسیل [۱۰].

در شکل (۱-۲) موجی از سمت چپ به سد پتانسیلی برخورد می‌کند که ارتفاعش V_0، زیادتر از انرژی ذره E است. در منطقه I و III پتانسیل در معادله شرودینگر صفر است V(x)=0 و جواب‌های معادله‌ی امواج تخت به صورت

در منطقه I

$$\psi = A_1 e^{ikx} + A_2 e^{-ikx}$$

در منطقه III

$$\psi = A_5 e^{ikx} + A_6 e^{-ikx}$$

در منطقه II پتانسیل $V(x)=V_0 > E$

$$\psi = A_3 e^{px} + A_4 e^{-px}$$

است که در آن $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ و $p = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$

پرتو ذرات فرودی به منطقه I وارد می‌شوند باید بدانیم که چه کسری از آن‌ها به منطقه III نفوذ می‌کنند، مجذور نسبت دامنه موج فرودی به دامنه کسری از موج، که در سد نفوذ کرده جواب ماست که از نظر کلاسیکی انتظار داریم که این کسر صفر شود. با کمک شرایط مرزی و اینکه تابع موج و مشتق اول آن باید در $x=0$ و $x=l$ پیوسته باشند[۱۰] نشان می‌دهیم که

$$\text{کسری که نفوذ می‌کند} = |\frac{A_5}{A_1}|^2 = \frac{16E(V_0-E)}{V_0^2} e^{-2\rho l} \qquad (۴-۱)$$

مشروط بر اینکه $\rho l \gg 1$

طبق اصل عدم قطعیت تکانه‌ی ذره بصورت $P = \frac{\hbar}{l}$ است، زمان لازم برای پیمودن هسته‌ای به قطر l برابر با $\frac{l}{v} = ml^2/\hbar$ است، نیم عمرهای اندازه‌گیری شده‌ی هسته‌های ناپایداری که ذره $\propto$ گسیل می‌کنند دامنه‌ای از چند میلیونم ثانیه تا ده‌ها میلیارد سال دارند. اگر نیم عمر یک سال را در نظر بگیریم، ذره در این زمان حدود $۱۰^{۲۷}$ مرتبه به سد پتانسیل خود برخورد می‌کند، پس احتمال تونل‌زنی از معادله (۱-۴) مساوی $e^{-۶۲}$=$۱۰^{-۲۷}$ بدست می‌آیدکه برای l و E و V_0، مقادیر قابل قبولی وجود دارد.

در نتیجه مکانیک کوانتوم، پدیده تونل‌زنی را توجیه می‌کند. برای اجسام ماکروسکوپیک معادله (۱-۴) صادق است، اما سرعت تونل‌زنی کوانتومی آن چنان کم است که هرگز انتظار نمی‌رود که این پدیده رخ دهد. برای مثال، برای یافتن احتمال فرار یک زندانی با وزن ۱۰۰ کیلوکه دیوار یک متری، آن را محصور کرده است، برآورد پتانسیل V_0 برابر با $۱۰^{۶}$ ژول است که این انرژی می‌تواند دیوار را خراب کند، از طرفی انرژی زندانی E، برابر با $۱۰^{۲}$ ژول است، پس احتمال تونل‌زنی به خارج از زندان در هر قدم $۱۰^{-۱۰^{۳۸}}$ است. می‌بینیم که احتمال فرار نزدیک به صفر است.

نتیجه می‌گیریم که تونل‌زنی کوانتومی، تداخل و عدم‌قطعیت، نقش مهمی در دنیای میکروسکوپی ایفا می‌کند ولی نقش محسوس در دنیای با مقیاس بزرگ ندارد گرچه برای آن صادق است.