**به نام خدا**

**دانشکده مهندسی عمران**

# طیف طرح انرژی ورودی به سازه ها بر پایه شتابنگاشتهای ایران

# *Design Input Energy Spectra to Structures Based On Iranian Accelerograms*

**غلامرضا عبداله زاده**

رساله برای دریافت درجه دکتری در رشته مهندسی عمران - زلزله

اساتید راهنما:

**دکتر غلامرضا قدرتی امیری**

**دکتر مصطفی خانزادی**

استاد مشاور:

**دکتر محسنعلی شایانفر**

اسفند ماه 1385

# فهرست


| عنوان | صفحه |
|---|---|
| **علائم اختصاری** | 7 |
| چکیده | 12 |
| **فصل 1- کلیات** | 13 |
| 1-1- مقدمه | 14 |
| 1-2- معادلات اساسی انرژی | 19 |
| 1-3- اصول اساسی طراحی بر پایه مفاهیم انرژی | 25 |
| **فصل 2- مروری بر تاریخچه روشهای مبتنی بر انرژی** | 29 |
| 2-1- مقدمه | 30 |
| 2-2- روشهای تعیین انرژی هیسترزیس | 32 |
| 2-2-1- تعیین انرژی هیسترزیس با کمک انرژی ورودی غیرارتجاعی | 32 |
| 2-2-2- تعیین انرژی هیسترزیس با کمک تعریف شاخصهای شدت زلزله | 41 |

**فصل 3- انتخاب نگاشتهای زلزله** 56

3-1- مقدمه 57

3-2- جمع آوری نگاشتهای زلزله های ایران و تصحیح آنها 60

3-2-1- اصول کار دستگاههای شتابنگاشت 61

3-2-2- شبکه شتابنگاری کشور 62

3-2-3- دستگاههای مورد استفاده در شبکه شتابنگاری کشور 63

3-2-3-1- دستگاه شتابنگار آنالوگ SMA1 63

3-2-3-2- دستگاه شتابنگار SSA2 64

3-2-3-3- دستگاه لرزه نگار SSR1 66

3-2-3-4- دستگاه لرزه نگار PS2 67

3-2-4- تصحیح نگاشتها 68

3-2-4-1- ارزیابی منابع خطای شتابنگاشتها 68

3-2-4-1-1- خطاهای ایستگاهی 69

3-2-4-1-2- خطاهای ظهور و عددی سازی 69

3-2-4-2- پردازش نگاشتها 70

3-2-4-2-1- تعیین مقادیر فرکانسهای بالا و پائین برای تصحیح نگاشتها 70

3-2-4-2-2- بررسی تاثیرات فاصله کانونی، بزرگا و شرایط ساختگاهی
بر فرکانس تصحیح 72
3-2-4-3- نحوه اصلاح نگاشتها و استخراج پارامترهای جنبش نیرومند زمین 74
3-3- نگاشتهای منتخب 75
3-4- ویژگیهای نگاشتهای منتخب 81
3-4-1- عمق کانونی 81
3-4-2- پراکندگی جغرافیایی 81
3-4-3- مدت زمان تداوم زلزله 82
3-4-4- بزرگا 83
3-4-5- بیشینه شتاب حرکت زمین 84

**فصل 4- محاسبه مولفه های انرژی در تحلیل ارتجاعی** 85

4-1- تعیین طیف طرح انرژی ورودی ارتجاعی به سازه ها 86
4-2- تاثیرات میزان سختی خاک بر انرژی ورودی ارتجاعی 96
4-3- تاثیرات مدت زمان موثر تداوم زلزله بر انرژی ورودی ارتجاعی 98
4-4- تاثیرات میرایی بر انرژی ورودی ارتجاعی 102

**فصل 5- محاسبه مولفه های انرژی در تحلیل غیرارتجاعی** 108

5-1- مقدمه 109

5-2- تعیین انرژی ورودی غیرارتجاعی 109

5-2-1- تاثیرات میزان سختی خاک بر انرژی ورودی غیرارتجاعی 112

5-2-2- تاثیرات مدت زمان موثر تداوم زلزله بر انرژی ورودی غیرارتجاعی 114

5-2-3- تاثیرات میرایی بر انرژی ورودی غیرارتجاعی 118

5-2-4- تاثیرات شکل پذیری بر انرژی ورودی غیرارتجاعی 121

5-2-5- تاثیرات میزان نسبت سختی مدل دوخطی (Bilinear Model)

بر انرژی ورودی غیرارتجاعی 124

5-3- تعیین ضریب کاهندگی انرژی ورودی 127

5-3-1- تاثیرات میزان سختی خاک بر ضریب کاهندگی انرژی ورودی 130

5-3-2- تاثیرات مدت زمان موثر تداوم زلزله بر ضریب کاهندگی انرژی ورودی 134

5-3-3- تاثیرات میرایی بر ضریب کاهندگی انرژی ورودی 136

5-3-4- تاثیرات شکل پذیری بر ضریب کاهندگی انرژی ورودی 139

5-3-5- تاثیرات میزان نسبت سختی مدل دوخطی (Bilinear Model)

بر ضریب کاهندگی انرژی ورودی 142

5-4- تعیین انرژی هیسترزیس 144

5-4-1- تاثیرات میزان سختی خاک بر انرژی هیسترزیس 147

5-4-2- تاثیرات مدت زمان موثر تداوم زلزله بر انرژی هیسترزیس 148

5-4-3- تاثیرات میرایی بر انرژی هیسترزیس 152

5-4-4- تاثیرات شکل پذیری بر انرژی هیسترزیس 155

5-4-5- تاثیرات میزان نسبت سختی مدل دوخطی (Bilinear Model)

بر انرژی هیسترزیس 157

5-5- تعیین نسبت انرژی ورودی غیرارتجاعی به انرژی هیسترزیس 161

5-5-1- تاثیرات میزان سختی خاک بر نسبت انرژی ورودی غیرارتجاعی

به انرژی هیسترزیس 163

5-5-2- تاثیرات مدت زمان موثر تداوم زلزله بر نسبت انرژی ورودی غیرارتجاعی

به انرژی هیسترزیس 165

5-5-3- تاثیرات میرایی بر نسبت انرژی ورودی غیرارتجاعی به انرژی هیسترزیس 168

5-5-4- تاثیرات شکل پذیری بر نسبت انرژی ورودی غیرارتجاعی به انرژی هیسترزیس 171

5-5-5- تاثیرات میزان نسبت سختی مدل دوخطی (Bilinear Model)

بر نسبت انرژی ورودی غیرارتجاعی به انرژی هیسترزیس 174

**فصل 6- نتیجه گیری و پیشنهادات** 177

**مراجع** 188

# علائم اختصاری

$y$ = جابجایی جرم نوسانگر نسبت به زمین

$M$ = جرم نوسانگر

$M\ddot{y}$ = نیروی حاصله از حرکت شتابدار جرم نوسانگر

$C\dot{y}$ = نیروی میرایی

$Ky$ = نیروی ذخیره ای

$\ddot{x}_g$ = شتاب حرکت زمین

$M\ddot{x}_g$ = نیروی لرزه ای

$w_n$ = فرکانس طبیعی مرحله الاستیک نوسانگر

$x$ = نسبت میرایی

$C_r = 2Mw_n$ :ضریب میرایی بحرانی

$E_k$ =انرژی جنبشی نوسانگر نسبت به زمین

$E_s$ =انرژی کرنشی الاستیک ذخیره شده در فنر سیستم

$E_d$ = انرژی جذب شده توسط سازه به وسیله میراگرهای سازه

$E_h$ =انرژی جذب شده توسط سازه به سبب تغییر شکلهای غیرالاستیک سازه

$E_I$ = مجموع انرژی ورودی به نوسانگر الاستیک

$E_{Im}$ = انرژی ورودی به واحد جرم سازه غیرالاستیک ناشی از زلزله

$E_e$ = انرژی ارتعاشی الاستیک سازه

$F_s[y(t)]$ = مقدار نیروی واحد جرم ذخیره ای غیر الاستیک

$|A(w)|$ = طیف دامنه فوریه شتاب زمین

$H_v(w,w_n,x)$ = تابع انتقال شتاب زمین به سرعت نسبی نوسانگر الاستیک

$R_e[H_v(w,w_n,x)]$ = قسمت حقیقی تابع مختلط $(H_v(w,w_n,x))$

$R_E(w_n)$ = ضریب کاهش پاسخ انرژی ورودی زلزله به سازه

$m$ = شکل پذیری سازه

$m_{cum}$ = شکل پذیری تجمعی سازه

$C_E, C_H$ = ثابتهایی هستند که به مدل هیسترزیس ( مدل غیر خطی سازه ) و میرایی وابسته اند

$g$ = شتاب ثقل

$t_0$ = مدت زمان حرکت زمین

$t_1$ و $t_2$ = به ترتیب زمان آغاز و پایان حرکت قوی زمین

$\ddot{x}_g$ و $\dot{x}_g$ و $x_g$ = به ترتیب تاریخچه زمانی شتاب ، سرعت و جابجایی حرکت زمین

$t_5$ و $t_{95}$ = بر اساس روش تری فوناک (Trifunac et.al.,1975) به ترتیب زمانی است که حرکت زمین از لحظه شروع به حرکت به سطح 5 و 95 درصد سطح کل انرژی ورودی به سازه در زلزله مربوط برسد

$T_g$= پریودهای اصلی ارتعاش

$T_n$ = پریود طبیعی سازه

$I_A$ = شاخص آریاس

$I_E$ = شاخص شدت هاسنر

$I_C$ = شاخص مشخصه شدت پارک

$I_F$ = شاخص شدت فاجفار

$v_{\max}$= ماکزیمم سرعت حرکت زمین در یک زلزله

$P$ = شاخص توان

$P_a$ = شاخص توان شتاب زلزله

$P_v$ = شاخص توان سرعت زلزله

$P_d$ = شاخص توان جابجایی زلزله

$P_D$ = شاخص پتانسیل تخریب

$a_{rms}$ = شاخص توان مقدار موثر شتاب زلزله

$v_{rms}$= شاخص توان مقدار موثر سرعت زلزله

$d_{rms}$ = شاخص توان مقدار موثر جابجایی زلزله

$a_{\max}$ = حداکثر شتاب حرکت زمین

$v_{\max}$ = حداکثر سرعت حرکت زمین

$d_{\max}$ = حداکثر جابجایی حرکت زمین

$S_v$ = طیف پاسخ شبه سرعت

$S_a$ = طیف پاسخ شبه شتاب

$S_I$ = شدت طیفی هاسنر

$\overline{V_S}$ = سرعت موج برشی متوسط در فاصله 30 متری در عمق زمین

$E_{S_{\max}}$ = ماکزیمم انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه الاستیک خطی

$E$ = نمایش عمومی انرژی ورودی و یا هیسترزیس

$Q$ = نمایش عمومی شاخصهای شدت

$a$ و $b$ = پارامترهای رگرسیون غیر خطی

$r$ = ضریب همبستگی مابین انرژی ورودی (و یا هیسترزیس) و شاخصهای شدت

$g_1$و $g_2$ =اعداد ثابتی هستند که در سه ناحیه طیفی با حداقل نمودن کوواریانس (و یا حداکثر نمودن ضریب همبستگی $r$ )حاصل می شوند

$n_{eq}$= تعداد سیکلهای معادلی که در آنها سازه وارد مرحله غیرالاستیک می شود

$F_y$ = نیروی متناظر با نقطه تسلیم سازه

$x_y$ =تغییر مکان متناظر با نقطه تسلیم سازه

$x_{\max}$ =ماکزیمم تغییر مکان سازه

$n$و $m$= متغیرهایی هستند که به ویژگی زلزله منطقه و پارامترهای سازه ای بستگی دارند

$n_0$ = تعداد دفعاتی است که منحنی شتاب حرکت زمین محور افقی را در واحد زمان قطع نموده است

$I_D$= شاخص مانفردی

$PGA$و $PGV$ =ماکزیمم شتاب و سرعت حرکت زمین

$R$= ضریب کاهش مقاومت سازه

## - چکیده:

در سالهای اخیر پیشنهادات مختلفی در خصوص استفاده از روش انرژی در طرح سازه های جدید و ارزیابی سازه های موجود مطرح گردید . این روش که بر پایه طرح عملکردی سازه ها تعریف شده است در مقایسه با روشهای فعلی که طراحی ها را با استفاده از ماکزیمم شتاب زمین انجام می دهد ، توجیه و توضیح بهتری برای عملکرد ساختمانها و تخریب آنها در مقابل زلزله های مخرب اخیر داشته است . از پارامتر هائی که در روشهای فعلی اثرات آن نادیده گرفته می شود می توان به پارامتر مدت زمان وقوع زمین لرزه و اثرات رفتار هیسترزیس سازه در بارگذاری رفت و برگشتی زلزله اشاره کرد. در روش طراحی بر پایه انرژی که بر اساس مفاهیم انرژی و تعادل انرژی های ورودی به سازه و انرژی های مستهلک شده و جذب شده در آنها شکل گرفته است ، اثرات پارامتر های مذکور به صورت مستقیم در معادلات منظور شده و رفتار و عملکرد واقعی تری از سازه را نمایش می دهد.

در این تحقیق بر پایه نگاشتهای منتخب از مناطق مختلف ایران و پس از تعیین انرژیهای ورودی ارتجاعی و غیر ارتجاعی، انرژی هیسترزیس و نسبت این انرژیها به یکدیگر، اثر پارامترهای مختلف سازه ای و غیرسازه ای بر روی این انرژیها مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور دستیابی به این اهداف مجموعا 110 نگاشت از زلزله های مختلف ایران ثبت شده در خاکهای چهارگانه ( بر اساس دسته بندی آئین نامه طراحی ساختمانها در برابر زلزله، آئین نامه 2800 )، انتخاب و تحلیل دینامیکی سازه ها تحت اثر نگاشتها در حالت ارتجاعی و غیرارتجاعی و برای سازه هایی با پارامترهای مختلف سازه ای انجام و طیف طرح انرژی ورودی ارتجاعی برای کشور ایران پیشنهاد گردید.

# فصل 1

## کلیات

## 1-1- مقدمه:

بر روی کره زمین تا کنون 42 بلای طبیعی شناخته شده است که از میان آنها زلزله مهیب ترین و مخربترین بلای طبیعی به شمار می رود. با عنایت به آنکه بیش از نیم میلیارد نفر از مردم جهان در مناطق زلزله خیز سکونت داشته و با وقوع صدها زلزله کوچک و بزرگ در طول سال به طور متوسط سالانه ده الی پانزده هزار نفر از مردم جهان جان خود را از دست داده و هزینه های بسیار سنگینی نیز بر باقیماندگان از این حادثه مخرب تحمیل میگردد، این حقیقت شناخت هر چه بیشتر این حادثه طبیعی و توسعه روزافزون راههای مقابله با آن را برای محققین امری اجتناب پذیر ساخته است.

پس از وقوع زلزله های مخرب چند سال اخیر از جمله زلزله های Northridge (1994) و Hyogoken-Nanbu(Kobe, 1995) که تخریب بسیاری از ساختمانهای طرح و اجرا شده بر اساس آئین نامه و روشهای طراحی مبتنی بر شتاب یا جابجایی را در پی داشته است، بازنگری و بازبینی روشهای طراحی ساختمانها در برابر زلزله برای محققین آشکار شد.

بر اساس روشهای طراحی مبتنی بر شتاب یا جابجایی ( Acceleration / Displacement based seismic design) سازه ها تا زمانی در مقابل زلزله مقاومت کافی دارند که مقاومت حد نهایی آنها و یا ظرفیت تغییر شکل آنها بزرگتر از مقادیر ورودی لرزه ای متناظرحاصله در زلزله های شدید باشد ومعمولا هم دراین خصوص ماکزیمم جابجایی نسبی (یا شکل پذیری) از دسته پارامترهای سازه ای است که اکثرا برای ارزیابی عملکرد غیرخطی سازه ها مورد استفاده قرار میگیرد. در روش طراحی مبتنی بر شتاب برای طراحی مقاوم سازه ها در برابر زلزله، نیرو به عنوان پارامتر

کلیدی در معیارهای طراحی انتخاب شده و بیانگر این موضوع است که تا زمانیکه مقاومت یک سازه بیشتر از نیروی لرزه ای وارد به آن باشد آن سازه میتواند سالم باقیمانده و با این شرایط هدف طراحی تامین شده است . با وجود این مشخص شده است که نیروی لرزه ای به تنهایی نمی تواند سازه را نابود کند مگر آنکه در سازه به اندازه کافی تغییر شکل ایجاد نماید که این موضوع نیز می بایستی در بی شمار سیکلهای غیرارتجاعی مورد بررسی قرار گیرد.

بر اساس این روشها طیفهای پاسخ ارتجاعی و غیرارتجاعی در مدت چند دهه گذشته به منظور محاسبه شتاب و یا جابجایی طرح بر اساس برش پایه مورد استفاده قرار می گرفتند. این طیفها با وجود تمامی محاسن و سادگی ، اثرات پارامترهایی همچون مدت زمان تداوم حرکت زمین (duration )، تعداد سیکلهای رفت و برگشتی پاسخ ، زوال سختی و مقاومت در منحنی هیسترزیس سازه و یا پتانسیل جذب این پارامتر از سوی سازه ها را شامل نبوده است [Khashaee et.al., 2003]. با توجه به این واقعیات اکثر تحقیقات و مطالعات انجام شده منجر به پیشنهاد توسعه فلسفه روشهای طراحی موجود به سمت روشهای طراحی با اعتمادپذیری بیشتر شده است. در این خصوص کمیته SEAOC Vision 2000 پس از بررسی و مطالعه آئین نامه های چند سال گذشته طراحی ساختمانها در برابر زلزله امریکا از جمله SBCCI 1993, BOCA 1993, ICBO 1994، روش طراحی عملکردی ساختمانها در مقابل زلزله (Performance-based seismic design) را به منظور پیش بینی و تعریف عملکرد لرزه ای ساختمانها در هنگام زلزله پیشنهاد نموده است [Khashaee et al. 2003].

امروزه با توجه به پیشرفتهای حاصله در انجام مطالعات و اجرای سیستم ها ی نوینی همچون کنترل فعال و غیر فعال و به منظور کاهش انرژی ورودی به ساختمانها و اتلاف آنها ، نیاز به روشهای جدید در آنالیز و طراحی سازه ها که قادر به تفسیر و توجیه رفتار سازه ها تحت اثر حرکات زمین در این سیستمها باشد مشهود به نظر می رسد. بر پایه این نیاز، مفهوم انرژی که از حاصلضرب نیرو در تغییر شکل سازه تحت اثر آن نیرو حاصل می شود به عنوان پارامتری موثر در تعیین پایداری و مقاومت سازه در مقابل تخریب های سازه ای و نهایتاً انهدام آنها در حرکات رفت و برگشتی غیر ارتجاعی مطرح شد.

تعریف طراحی لرزه ای قابل اعتماد برای سازه ها تنها با ارائه و مشخص نمودن میزان پتانسیل تخریب مورد انتظار از زمین لرزه در ساختمانها به عنوان گام اول طراحی مقاوم سازه ها دربرابر زلزله، میسر است. روشهای مبتنی بر تخمین انرژی ورودی و دیگر پارامترهای انرژی به عنوان ابزاری مناسب جهت تسهیل در تعیین ویژگیهای چنین طراحی هایی مدنظر میباشد. در سالهای اخیر، با عنایت به مزایای پیش گفته، پیشنهادات مختلفی در خصوص استفاده از روش انرژی در طرح سازه های جدید و ارزیابی سازه های موجود مطرح گردید [Zahrah et al. 1984, Akiyama 1985, 1990, Fajfar et al. 1989, 1990, 1992, Uang et al. 1988a,1988b, 1994, Kuwamura et al. 1989, Lawson et al. 1995, Bertero 1996, Krawinkler 1997, Mander et al. 1997] . این روش که بر پایه طرح عملکردی سازه ها تعریف شده است در مقایسه با روشهای فعلی که طراحی ها را با استفاده از ماکزیمم شتاب زمین

انجام می دهند ، توجیه و توضیح بهتری برای عملکرد ساختمانها و تخریب آنها در مقابل زلزله های مخرب اخیر داشته است . همانطور که عنوان شد، از پارامتر هائی که در روشهای فعلی اثرات آن نادیده گرفته می شود می توان به پارامتر مدت زمان تداوم زمین لرزه و اثرات رفتار هیسترزیس سازه در بارگذاری رفت و برگشتی زلزله اشاره کرد. در روش طراحی بر پایه انرژی که بر اساس مفاهیم انرژی و تعادل انرژی های ورودی به سازه و انرژی های مستهلک شده و جذب شده در آنها شکل گرفته است ، اثرات پارامتر های مذکور به صورت مستقیم در معادلات منظور شده و رفتار و عملکرد واقعی تری از سازه را نمایش می دهد . در این روش معیار انرژی بیان می کند که شکست و انهدام در سازه ها زمانی رخ می دهد که انرژی ورودی به سازه بیشتر از حد ظرفیت انرژی قابل جذب و قابل استهلاک توسط سازه در رفتار غیر ارتجاعی اش باشد .

از میان انواع مختلف انرژی ، محققان دریافتند که انرژی ورودی به سازه ، $E_I$ ، می تواند به عنوان یک پارامتر مناسب و پایدار در روش طراحی سازه ها بر پایه انرژی انتخاب شده و درک بهتر این روش و شناخت عمیقتر رفتار سازه ها در برابر زلزله ها را توسعه بخشد. این انرژی در واقع مقدار انرژی ورودی به یک سازه در هنگام وقوع زمین لرزه بوده و به مدت زمان تداوم زلزله، شکل پذیری سازه و مدل رفت و برگشت غیرالاستیک وابستگی داشته و تغییر میکند. این انرژی در درون سازه به دو شکل کلی انرژی های قابل بازگشت (شامل انرژی جنبشی و انرژی کرنشی الاستیک ) و انرژی های مستهلک شونده ( شامل انرژی کرنشی غیر الاستیک و انرژی میرائی ) تقسیم شده و در نهایت در انتهای حرکت زمین نیز توسط میراگرها و رفتار غیر الاستیک سازه مستهلک می شود. این رفتار رفت

و برگشتی غیر الاستیک سازه که بخشی از انرژی ورودی به سازه ها را مستهلک می نماید ، همان بخش از انرژی است که سبب تخریبات جزئی و در نهایت انهدام کامل سازه می گردد. بنابراین با شناخت انرژی پایدار ورودی به سازه ها و رابطه آن با انرژی هیسترزیس میتوان میزان خطرپذیری یک ساختمان در مقابل یک زلزله را شناخت و به طراحی آن پرداخت. برای بکارگیری روش انرژی محاسبه طیف انرژی ورودی منتجه از زلزله های قوی مورد انتظار (طیف طرح انرژی) نسبت انرژی ورودی الاستیک به غیر الاستیک، نسبت انرژی هیسترزیس به انرژی ورودی غیرالاستیک و بررسی اثر پارامترهای مختلف سازه ای و محیطی و ویژگیهای نگاشت زلزله بر آنها امری اجتناب ناپذیر است. در همین راستا و طی دهه اخیر بحث طراحی بر پایه انرژی ( Energy-based seismic design) به عنوان یکی از روشهای طراحی عملکردی ساختمانها بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است چرا که با پیشرفتهای حاصله در این روش بسیاری از پارامترها و رفتارهای مطرح در طرح لرزه ای سازه ها قابلیت توجیه و اعمال در فرایند طراحی را یافته اند.

در این تحقیق سعی شده است بر اساس نگاشتهای انتخاب شده از نواحی مختلف ایران با خاکهای متفاوت، طیف طرح انرژی الاستیک حاصل شده و سپس با یافتن مقدار نسبت انرژی ورودی الاستیک به انرژی ورودی غیر الاستیک و به تبع آن تعیین مقدار نسبت انرژی هیسترزیس به انرژی ورودی غیر الاستیک و بررسی اثرات پارامترهای سازه ای، محیطی و ویژگیهای نگاشتهای انتخاب شده بر روی این انرژیها و نسبت بین آنها، امکان طرح سازه ها بر اساس روش انرژی با پذیرش میزان تخریب قابل قبول، فراهم گردد.

## 2-1- معادلات اساسی روش انرژی

برای یک سیستم یک درجه آزادی الاستیک به جرم $M$ با سختی خمشی ( ثابت فنر ) $K$ و ضریب میرایی $C$ که تحت اثر جابجایی زمین $x_g$ واقع شده است معادله تعادل دینامیکی بدین شکل بیان می‌شود:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = -M\ddot{x}_g \qquad (1)$$

که در این معادلات به ترتیب :

$y$ = جابجای جرم نوسانگر نسبت به زمین

$M\ddot{y}$ = نیروی حاصله از حرکت شتابدار جرم نوسانگر

$C\dot{y}$ = نیروی میرایی

$Ky$ = نیروی ذخیره ای کرنشی فنر

$\ddot{x}_g$ = شتاب حرکت زمین

$M\ddot{x}_g$ = نیروی لرزه ای

که با تقسیم معادله فوق به جرم نوسانگر خواهیم داشت:

$$\ddot{y} + 2xw_n\dot{y} + w_n^2 y = -\ddot{x}_g \qquad (2)$$

که در آن :

$w_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$ :فرکانس طبیعی مرحله الاستیک نوسانگر