دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

عنوان پایان‌نامه:

کاربرد روش ذاتاً بدون نوسان با ضرایب وزنی WENO

در یک الگوریتم فشار مبنا

نگارش:

امین حبیبی

ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد در رشته

مهندسی هوافضا گرایش آیرودینامیک

استاد راهنما:

دکتر محمد حسن جوارشکیان

مهر ۱۳۹۰

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم به اساتید ارجمندی که

از خرمن علمشان خوشه چیدیم

و

از دریای حلمشان نکته ها آموختیم

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

به پاس زحمات و فداکاریهای بی دریغشان

بسمه تعالی

دانشگاه فردوسی مشهد

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان نامه آقای **امین حبیبی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **هوا فضا** گرایش **آئرودینامیک** در ساعت **۱۲** روز **۹۰/۰۷/۱۲** در محل **کلاس ۲۱۵** دانشکده **مهندسی** با حضور امضا کنندگان ذیل تشکیل گردید. پس از بررسی های لازم، هیأت داوران پایان نامه نامبرده را با نمره به عدد به حروف و با درجه مورد تأیید قرار داد.

عنوان رساله

کاربرد روش ذاتاً بدون نوسان با ضرایب وزنی WENO در یک الگوریتم فشار مبنا

هیئت داوران امضا

- **داور: دکتر محمود پسندیده فرد**

  دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

- **داور و نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر احسان روحی گل خطمی**

  استادیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

- **استاد راهنما: دکتر محمد حسن جوارشکیان**

  دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

- **مدیر گروه: دکتر حمید نیازمند**

  دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

اظهارنامه

اینجانب **امین حبیبی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **هوا فضا** دانشکده **مهندسی** دانشگاه فردوسی مشهد نویسنده پایان نامه **کاربرد روش ذاتاً بدون نوسان با ضرایب وزنی WENO در یک الگوریتم فشار مبنا** تحت راهنمایی **دکتر محمد حسن جوارشکیان** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه فردوسی مشهد » و یا « Ferdowsi University of Mashhad » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

تاریخ **امضای دانشجو**

۹۰/۰۷/۳۰ **امین حبیبی**

فهرست مندرجات

فصل اول : بررسی منابع ۱

۱-۱-مقدمه ۲

۱-۲-پیشینه پژوهش ۴

فصل دوم : معادلات اساسی حاکم و گسسته سازی ۱۲

۲-۱-معادلات اساسی حاکم ۱۳

۲-۲-گسسته سازی معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان سیال ۱۴

۲-۲-۱-موقعیت متغیرها و شبکه ۱۴

۲-۲-۲-گسسته سازی ۱۵

۲-۳-روش ENO ۱۷

۲-۴-روش WENO ۲۰

۲-۵-محاسبه شار با متغیرهای مشخصه به روش WENO ۲۲

۲-۶-تصحیح عقب افتاده ۲۴

۲-۷-الگوریتم حل ۲۷

فصل سوم : نتایج و بحث ۲۹

۳-۱-جریان گذرا در لوله ضربه ۳۰

۳-۲-شرایط فیزیکی اولیه لوله ضربه وپارامترهای عمومی ۳۳

۳-۳-مقایسه نتایج حل عددی ۳۴

۳-۴-بحث در نتایج ۷۳

نتیجه گیری ۷۵

پیشنهادات ۷۶

ضمائم ۷۷

الف-محاسبه شار به روش مشخصه ها ۷۸

ب-موج یک بعدی ۸۸

ج-تقریب و درون یابی ENO و WENO ۹۳

د-شبیه سازی جریان لوله ضربه با درون یابی مرتبه بالا در چگالی مبنا ۱۰۵

مراجع ۱۱۲

فهرست نمادها و علائم اختصاری

CBC	Convection Boundedness Criterion
ENO	Essentially Non-Oscillatory
NVD	Normalized Variable Diagram
NVF	Normalized Variable Formulation
PISO	Pressure Implicit with Splitting of Operators
QUICK	Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
TDMA	Tri-Diagonal Matrix Algorithm
TVD	Total Variation Diminishing
UNO	Uniformly Non-Oscillatory
WENO	Weighted Essentially Non-Oscillatory

بسمه تعالی

مشخصات رساله/پایان نامه تحصیلی دانشجویان

دانشگاه فردوسی مشهد

عنوان پایان نامه:

کاربرد روش ذاتاً بدون نوسان با ضرایب وزنی WENO در یک الگوریتم فشار مبنا

نام نویسنده: امین حبیبی

نام استاد راهنما: دکتر محمد حسن جوارشکیان

دانشکده : مهندسی	**گروه: مکانیک**	**رشته تحصیلی: هوا فضا-آئرودینامیک**
تاریخ تصویب: ۸۹/۱۲/۲۳		**تاریخ دفاع: ۹۰/۰۷/۱۲**
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد ●	**○ دکتری**	**تعداد صفحات: ۱۱۳**

چکیده پایان نامه :

در این تحقیق ایده "هذلولوی کردن یک الگوریتم فشار مبنا" به طوری که قادر باشد جریان از ماخ صفر تا ۲ را شبیه سازی نماید با استفاده از تکنیک درون یابی مرتبه بالای WENO در یک نرم افزار یک بعدی برای جریان های غیر لزج در حجم محدود توسعه داده شده و برای تحلیل جریان در لوله ضربه در نسبت فشارهای مختلف به کار گرفته شده است.

یکی از سخت ترین آزمایشهای یک روش عددی ، کاربرد آن در شبیه سازی جریان لوله ضربه می باشد به طوری که اگر روشی بتواند جریان لوله ضربه را به خوبی تسخیر کند در مواجهه با هرگونه ناپیوستگی احتمالی موجود در جریان های هذلولوی نیز موفق عمل خواهد کرد. تاکنون روش های متعددی برای شبیه سازی جریان لوله ضربه ارائه شده است اما تفاوت این تحقیق با کارهای ارائه شده در این است که در این تحقیق از یک الگوریتم فشار مبنا استفاده می شود. الگوریتمهای فشار مبنا در حالت معمولی به طور ذاتی دارای خاصیت بیضوی هستند و برای تحلیل جریان های هذلولوی مناسب نیستند. در این تحقیق با محاسبه شارها از روش مشخصه ها به الگوریتم فشار مبنا خاصیت هذلولوی داده می شود و الگوریتم این قابلیت را پیدا می کند که جریان را از ماخ صفر تا ۲ شبیه سازی کند. همچنین از روش درون یابی مرتبه بالای WENO استفاده شده است که این موجب درشت تر شدن شبکه و کاهش چشمگیر هزینه محاسبات نسبت به روش های مرتبه پایین می شود. برای استفاده از روش درون یابی WENO بایستی مقادیر مراکز سلولها معلوم باشند درحالیکه مقادیر مراکز سلولها در روش های ضمنی معلوم نیست و به طور همزمان در حال محاسبه شدن می باشد و در نتیجه هنگام استفاده از درون یابی مرتبه بالای WENO در روش های ضمنی با مشکل مواجه می شویم. برای رفع این مشکل از تکنیک "تصحیح عقب افتاده" استفاده شده است. پس از استفاده از تصحیح عقب افتاده دستگاه های معادلات به صورت "نیمه ضمنی" در می آیند و حل می شوند. الگوریتم های فشار مبنا به طور ذاتی دارای خاصیت بیضوی هستند و پس از هذلولوی شدن فقط تا ماخ حدود ۲ می توانند رفتار هذلولوی مطلوبی داشته باشند و با بالاتر رفتن عدد ماخ مجدداً ذات بیضوی آنها غالب می شود و نتایج غیر دقیقی می دهند.

کلید واژه:

۱. درونیابی WENO
۲. روش مشخصه ها
۳. الگوریتم فشار مبنا
۴. لوله ضربه
۵. خاصیت هذلولوی

امضای استاد راهنما:

محمد حسن جوارشکیان

دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ:

بسمه تعالي

Graduate Studies Thesis\Dissertation Information
Ferdowsi University of Mashhad

Title of Thesis\Dissertation:

Application of Weighted Essentially Non-Oscillatory (WENO) scheme in a pressure-based algorithm

Author: Amin Habibi
Supervisor: Dr. Mohammad Hasan Javareshkian

Faculty: Engineering	**Department: Mechanics**	**Specialization: Aerospace (Aerodynamics)**

Approval Date: 14/03/2011	**Defense Date: 04/10/2011**
M.Sc. ● **Ph.D.** ○	**Number of Pages: 113**

Abstract:

In computational fluid dynamics (CFD), great research efforts have been devoted to the development of accurate and efficient numerical algorithms suitable for solving flow in the various Reynolds and Mach number regimes. There are indeed two pressure and density based algorithms. In pressure based algorithms, pressure is used as a working variable. Unlike density variations in lower Mach numbers, which are very low, Pressure variations are remarkable. Thus, this method can be used in all desired Mach numbers.

The main purpose of this thesis is the development of methods for computation of flows at all Mach numbers by extending the pressure-correction formulation to ensure shock-capturing properties. But this approach used up to now has also problems. The main problem of this procedure in PISO, SIMPLE, *etc.* algorithms is their elliptic equation for pressure. This property is caused the propagation of results in higher Mach Numbers which the flows have the hyperbolic property.

In this thesis, this problem as the main disadvantage of the pressure-based method has been solved. The characteristic Variables, together with use of a Riemann solver, which is proposed in this thesis, are used. The Weighted Essentially Non-oscillating (WENO) scheme is extended to the computation of transient flows in pressure-based method. A scheme base on Weighted Essentially Non-Oscillating (WENO) has been developed into an implicit finite volume procedure. To achieve higher accuracies in convection fluxes, the higher order interpolations are used. Higher interpolations without boundedness criteria are producing oscillations in discontinuities, but the WENO scheme has the boundedness criteria. The other advantage of WENO method compare to the boundedness NVD and TVD methods which the accuracy is decreased by first order for interpolation in discontinuities is its higher accuracy in all domains.

Then, the developed scheme is applied to the computation of transient shock-tube problem. The results of the WENO scheme are compared with the analytical results , and are in good agreement.

Signature of Supervisor:	**Key Words:**
Dr. Mohammad Hasan Javareshkian **Date:**	**1. WENO Interpolation** **2. Characteristic Method** **3. Pressure-based Algorithm** **4. Shock-Tube** **5. Hyperbolic Property**

فصل اول

بررسی منابع

۱-۱- مقدمه

معادلات دیفرانسیلی که حرکت سیال و پدیده های همراه آن را توصیف می کنند بیش از یک قرن است که بدست آمده اند. جریان های سیالات که اغلب با انتقال حرارت و گاهی با واکنش شیمیایی توأم می باشند، در مهندسی اهمیت زیادی دارند. در حالی که فقط برای جریانهای آرام در اشکال ساده مثل لوله (لوله، کانالها و...) و مواردی از این قبیل می توان حلی تحلیلی پیدا کرد. برای جریانهای پیچیده تر مهندسان تا چند دههٔ قبل منحصراً روی اطلاعات آزمایشگاهی تکیه داشتند، ولی جمع آوری اطلاعات تجربی نه فقط سخت و زمان بر،که بسیار گران قیمت است. همچنین در طول آزمایش خطاهایی مانند خطاهای اندازه‌گیری و مشاهده ای وجود دارد. به عنوان نمونه در آزمایشات تونل باد، برای ایجاد جریان توربولانس در عدد رینولدز بحرانی مورد نظر مقداری خطا وجود دارد[۱]. از سوی دیگر با ظهور کامپیوتر امکان حل عددی جریان های پیچیده فراهم شد و زمینهٔ دیگری برای بررسی مسائل مربوطه ایجاد شد. با افزایش سرعت و ظرفیت کامپیوترها این بخش پیشرفت قابل توجهی کرده و امروزه به عنوان ابزاری قوی در کنار روش های آزمایشگاهی به کار می رود. در این حالت، معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان سیال به روش اجزاء محدود، حجم محدود، تفاضل محدود و... گسسته و حل می شوند.

اولین مشکل در حل معادلات جریان، فشار است. در حالت کلی برای فشار معادله ای وجود ندارد. برای سیالات تراکم پذیر که عدد ماخ بالای ۰/۳ دارند (یا به عبارتی جریان تراکم پذیر) می توان از طریق معادلات حالت فشار را به دیگر متغیرها ارتباط داد و معادله ای برای فشار بدست آورد. اما در جریان های غیر قابل تراکم این امکان وجود ندارد. در این جریان ها به طور غیر مستقیم، فشار از طریق معادله پیوستگی به سیستم معادلات مرتبط می شود. روشهایی از قبیل تابع جریان، تابع ورتیسیتی و معادله پوآسن را تقریباً در همهٔ روش های عددی برای حل مشکل فشار می توان به کار برد. اما این روش ها کلی نبوده و دارای محدودیت هایی هستند. همچنین کار محاسباتی

اضافه ای را می طلبند. یکی از مشکلاتی که در ارتباط دادن فشار به معادلهٔ پیوستگی وجود دارد ذخیره کردن متغیرهای اسکالر و برداری در یک محل است (non-staggered). در روش اجزاء محدود از نظر ریاضی اثبات می شود که مرتبه درون یابی فشار باید یک درجه از سایر متغیرها کمتر باشد. در نتیجه نمی توان از همان گره هایی که برای سرعت استفاده می شود برای فشار استفاده کرد [۲] . این مشکل با ذخیره کردن فشار، در گره های مجزا از سرعت (staggered) برطرف می شود [۳]. (در اجزاء محدود منظور از staggered شبکه جابجا شده نیست بلکه متغیرها در گره های متفاوتی ذخیره می شوند برای مثال برای یک المان مربعی ساده، سرعت در گوشه های المان و فشار در مرکز المان ذخیره می شود.) در روش حجم محدود نیز این عمل باعث ایجاد میدان‌های فشاری موجی می شود [۴]. در روش حجم محدود این مشکل با استفاده از شبکه جابجا شده (staggered) بر طرف می گردد که در آن متغیرهای فشار و سرعت جدا از هم هستند. استفاده از شبکه جابجا شده دارای پیچیدگی هایی مثل اعمال شرایط مرزی است. مشکل شبکه هم محل را می توان با روش های دیگر برطرف کرد. در روش اجزاء محدود از روش پنالتی فشار را از معادلات حذف می کنند [۳]. در روش حجم محدود با استفاده از روش رو (Rhie) و چو (Chow) [۵] فشار به سرعت ارتباط داده می شود و مشکل ایجاد میدان فشاری موجی حل می شود. در کار حاضر که در شبکه هم محل انجام شده ارتباط سرعت و فشار از طریق متغیرهای مشخصه (یا متغیرهای ریمان) و حل مسئله ریمان انجام شده که در فصل دوم توضیح داده خواهد شد.

دومین مشکل اصلی در گسسته سازی معادلات، تخمین جملات جابجایی روی وجوه سلول با استفاده از گره های مجاور است. در این راستا باید با دقت کافی، جملات جابجایی را محاسبه کرد. علاوه بر این پایداری عددی با بالا رفتن دقت کاهش نیابد. روش های با دقت مرتبه اول نتایج غیر دقیقی را درگرادیان های شدید به دلیل پخش عددی می دهند. از طرفی روشهای مرتبه بالا اگر خاصیت محدود کنندگی نداشته باشند ممکن است نوسانات غیر فیزیکی در گرادیان های شدید ایجاد نمایند. در دو دههٔ اخیر برای مسائل تراکم پذیر که شامل ناپیوستگی هایی مثل موج ضربه ای هستند

روش های دقت بالایی بر پایهٔ حل ریمان ارائه شده کـه در حجـم محـدود و تفاضـل محـدود ایجـاد و توسعه داده شده اند. این روش ها در اجزاء محدود کمتر توسعه داده شده اند.

تحمیل خواص محدود کنندگی به این روشها منجر به تولید روشهای دقت بـالا مـی شـود کـه نتـایج خوبی را در گرادیان های شدید و امواج ضربه ای، بدون تولید نوسان ارائـه مـی دهنـد. ایـن روشـهای محدود کننده عبارت است از :

۱) روش کاهش تغییرات کل (TVD)

۲) روش فرمولاسیون متغیر بی بعد شده (NVF) کـه از نمـوداری تحـت عنـوان نمـودار متغیـر بی بعد شده (NVD) استفاده می کند.

۳) روش ذاتاً غیر نوسانی (ENO) .

۴) روش ذاتاً غیر نوسانی با ضرایب وزنی (WENO) .

از روش های بالا TVD و ENO و WENO براساس متغیر های مشخصه بنا شده اسـت (هرچنـد در متغیر های اولیه و بقایی نیز قابل کاربرد است).

در این مطالعه روش WENO برای کنترل ترمهای جابجایی در روش حجم محدود در یـک الگـوریتم فشار مبنا توسعه داده می شود و نتایج آن در جریان های غیر پایا و رژیم تراکم پـذیر بـا نتـایج دقیـق تحلیلی مقایسه خواهد شد.

۱-۲- پیشینه پژوهش

در طول سه دهه گذشته به علت توسعه در تکنولوژی کامپیوتر تعدادی شاخه جدید در علوم مهندسـی ظاهر شده اند. یکی از این شاخه های جدید دینامیک سیالات محاسـباتی (CFD) اسـت کـه در ایـن دوران پیشرفت زیادی کرده است. سختی، زمانبری و گران بـودن اطلاعـات تجربـی و آزمایشـگاهی در مطالعه جریان سیال و توجه به این واقعیت که کامپیوترها در انجام تعداد عملیات در ثانیـه سـریع تـر شده اند و ظرفیت ذخیره سازی اطلاعات آنها در حال افزایش است، موجب شده که تحلیل جریـان از

طریق دینامیک سیالات محاسباتی مورد مطالعه قرار گیرد. ولی اساساً در حل مسایل جریان سیال هنوز با دشواری هایی برای تحلیل عددی مواجه هستند. سه مشکل اصلی که باید بر آنها غلبه شود عبارتند از :

۱) پیچیدگی فیزیک جریان

۲) پیچیدگی هندسه جریان

۳) حدود دقت، پایداری و اقتصادی بودن روش های حل عددی.

اکثر جریانهای واقعی غیر پایا و متلاطم هستند. حتی در شرایطی که مرز مسأله مستقل از زمان است، اغتشاشات به وجود آمده توسط منابع متلاطم برای تحلیل، احتیاج به معادلات سه بعدی وابسته به زمان دارند که باید حل شوند و در مجموع هدف بر توسعه یک روش حل عددی کامل که قابلیت کاربرد در یک دامنه وسیعی را داشته باشد متمرکز است .

از معیارهای یک روش عددی، دقت، پایداری و اقتصادی بودن محاسبات عددی است. دقت عموماً با رعایت موارد زیر افزایش می یابد :

۱) استفاده از گره های محاسباتی بیشتر در شبکه عددی.

۲) استفاده از فرمول درون یابی با دقت مرتبه بالاتر.

۳) کنترل بعضی از خواص شبکه، به طور مثال درجه و صف بندی شبکه و خطوط شبکه.

اما انجام هر کدام از روش های بالا باعث افزایش هزینهٔ محاسباتی خواهد شد. از طرفی برای بهبود روش های موجود در هر سه زمینهٔ بالا تحقیقات وسیعی انجام می شود.

در این راستا روش های مختلف عددی ایجاد و توسعه داده شده اند، بخش بزرگ و مهمی از این روش ها، روش باقیمانده های وزنی است. فرم کلی این روش برای معادلات ناویر استوکس به صورت زیر است.

$$\int_V W(\rho \frac{Du_i}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij} - \rho B_i)dV \qquad (۱-۱)$$

که در آن B_i نیروی حجمی و σ_{ij} تانسور تنش است که برای سیال نیوتنی به صورت زیر است :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \qquad (۲-۱)$$

در رابطهٔ (۱-۱) بر اساس تابع W شکل های متفاوتی از روش های عددی حاصل می شود. برای نمونه اگر W را تابع شکل انتخاب کنیم، $W = N$، روش اجزاء محدود گلرکین، و اگر تابع W برابر واحد، $W = 1$، انتخاب شود، روش حجم محدود و اگر تابع دلتای دراک، $W = \delta(\vec{x} - \vec{x}_0)$، انتخاب شود روش نقاط محدود حاصل می شود.

انتخاب $W = 1$ باعث ارضاء بقاء شده و این مزیتی برای روش حجم محدود می باشد. در کار حاضر از روش حجم محدود استفاده شده است. یکی از نکات مهم در روشهای عددی درون یا برون یابی مقادیر متغیرها در مکانهایی که محاسبه نشده اند می باشد. ساده ترین روش فوق اختلاف مرتبه اول بالادست (Upwind) می باشد که این روش دارای پخش عددی بالایی می باشد. برای اصلاح یا کاهش پخش عددی روش هایی مانند هیبرید(HYBRID) و قانون توانی (POWER-LAW) ارائه شد [۴] و [۶]. هر چند پایداری عددی بالایی در این روشها وجود دارد ولی پخش عددی زیادی دیده می شود. بنابراین روشهای درون یابی مرتبه بالاتر مورد نیاز است. روش QUICK با دقت مرتبه سوم توسط لئونارد بوسیله دو نقطه بالادست و یک نقطه پایین دست بدست آمد [به نقل از مرجع شماره ۷]. روش مرتبه سوم دیگر توسط آگاروال ارائه شد [به نقل از مرجع شماره ۸].

این روشها در محدوده وسیعی کار می کنند و به طور کلی نتایج دقیق تری نسبت به نتایج روش اختلاف بالا دست مرتبه اول معمولی دارند، اما چون محدود نشده اند در زمانی که عدد *پکلت* (نسبت جابجایی به پخش) شبکه بزرگ است. نوسانات غیر فیزیکی در حوزه حل در محل هایی که

گرادیان بالا است ایجاد می کنند. این بدان معنا است که این روشها فاقد محدود کننـدگی و پایـداری هستند.

در برخورد با گرادیان های شدید، برای جلوگیری از نوسـانات در روش هـای مرتبـۀ بـالا، یـک سـری تکنیک های جدید معرفی شده اند که عموماً به دو دسته طبقه بندی می شوند که عبارتند از :

۱- روش ویسکوزیته مصنوعی (Artificial Viscosity).

۲- روش های محدودکننده.

که روش مورد استفاده در این تحقیق از نوع دوم است.

در روش ویسکوزیتۀ مصنوعی، یک شار ضـد پخشـی بـه شـار عـددی اضـافه مـی شـود، یکـی از راه های اعمال این شار ضد پخشی اضافه نمودن درصدی از اختلاف شار مرتبه بالا و مرتبه اول به شـار عددی می باشد. ولی این روش ها به هنگام شبیه سازی گرادیان های شدید، مقـداری پخـش عـددی تولید می کنند.

راه بهتر بدست آوردن جوابهای مطلوب استفاده از روشهایی است که خاصیت محدود کنندگی دارند و می توانند از نوسانهای غیر فیزیکی جلوگیری کنند. در این روشها , شارهای عددی در سطح ورودی به سلول محاسباتی را با به کار بردن یک محدود کننده شار که مقداری محدودیت ایجاد می کند، اصلاح می کنند. از جمله روشهایی که برای محدود کردن شار استفاده می شود روش کاهش تغییرات کل (TVD) و روش نمودار متغیر بی بعد (NVD) و روش های ذاتاً غیر نوسانیENO و WENO می باشد.

روش نمودار متغیر بی بعد شده و معیار محدودکنندگی CBC از روش های مهمی بود که اولـین بار توسط لئونارد و گسکل و لو برای جریان های پایدار و بعـد هـا توسـط لئونـارد بـرای جریـان هـای ناپایدار ارائه شد [به نقل از مرجع شماره ۷]. این روش شامل تغییر روش درونیـابی در ناحیـه حـل بـر اساس متغیر های بی بعد می باشد. در این روش در گرادیان های شدید از درون یابی هـای مرتبـۀ اول

و در نواحی دیگر از روش های درونیابی مرتبهٔ بالا استفاده می شود. این روش در متغیر های اولیه و بقایی به کار می رود. استفاده از دو نوع درونیابی (یا گسسته سازی) باعث کاهش پایداری این روش می شود.

روش کاهش تغییرات کل (TVD) اولین بار توسط هارتن (Harten) [۹] ارائه شد. این روش، در الگوریتم های چگالی مبنا که برای جریانهای تراکم پذیر است ارائه شده است [به نقل از مرجع ۱۰]. و بعدها توسط عیسی و جوارشکیان [۱۱] در الگوریتم فشار مبنا گسترش داده شد. در روش کاهش تغییرکل(TVD) در گرادیان های شدید دقت درون یابی برای جلوگیری از نوسان به مرتبهٔ اول کاهش می یابد. در واقع در نواحی گرادیان شدید از درون یابی مرتبهٔ بالا استفاده نمی شود. در این روش نوع گسسته سازی تغییر نمی کند. این محدودیت بوسیلهٔ محدود کننده هایی مثل محدود کننده minmod یا harmod اعمال می شود.

در روشهای ذاتاً غیر نوسانی ENO و WENO بر خلاف روشهای NVD و TVD که در ناپیوستگی ها، روشهای درون یابی مرتبه بالا به روش مرتبه اول تغییر می کند، در ناپیوستگی ها هم از روشهای درون یابی مرتبه بالا استفاده می کنند. روش های ENO و WENO نیز دارای خاصیت کاهش تغییرات کل (TVD) می باشند. این روشها با جزئیات کاربرد آن در فصل دوم توضیح داده خواهد شد.کارهای برجسته ای که در این روشها انجام شده را می توان به این صورت بیان کرد:

در سال ۱۹۸۷ هارتن (Harten) و همکارانش [۱۲]، [۱۳] و [۱۴] روش های دقت مرتبهٔ بالا یکنواخت بدون نوسان، UNO وENO را ارائه دادند، که در این مقاله ها خاصیت TVD و دقت یکنواخت در همهٔ ناحیهٔ حل با مرتبهٔ بالا اثبات و برای حل معادلات اسکالر بقایی و معادلات اولر در حالت چگالی مبنا ارائه شده است. در سال۱۹۹۰ یانگ (Yang) [۱۵] روشENO مرتبهٔ ۲ و در سال ۱۹۹۱ یانگ (Yang) [۱۶] ENO مرتبهٔ ۳ را با استفاده از جداسازی فلاکس ها (Splitting Flux) برای حل معادلات اولر در چگالی مبنا مورد استفاده قرار داد. در سال ۱۹۹۴ لیو (Lio) و

همکاران [۱۷] روش WENO را که در نحوهٔ محاسبه گرادیان ها با ENO مقداری متفاوت بود و از مقادیر وزنی استفاده می کرد در روش چگالی مبنا ارائه دادند. در سال ۱۹۹۶ پریرا (Pereira) و کبیاشی (Kobyashi) [۱۸]، ENO را در یک الگوریتم فشار مبنا برای جریان های دائم توسعه دادند. در سال ۲۰۰۲ وانگ (Wang) و هانگ (Huang) [۱۹] روش ENO-Pade را ارائه دادند. در سال ۲۰۰۳ سرنا (Serna) و ماکینا (Maquina) [۲۰] روش POWER ENO که در محاسبه گرادیان ها با ENO مقداری متفاوت بود با ارائه محدود کننده جدید در روش چگالی مبنا ارائه دادند.

WENO روش جدیدی است و اخیراً در آیرودینامیک با موفقیت به کار گرفته شده است. یانگ ، ین و چینگ در سال ۲۰۰۲ جریان اولر سه بعدی را در گستره وسیعی از اعداد ماخ بر روی یک بال متناهی به کمک WENO شبیه سازی کردند و عملکرد WENO را در داشتن همگرایی خوب ، و در عین حال ، دقت بالا چشمگیر گزارش کردند [۲۱]. ولف و همکارانش در سال ۲۰۰۵ شبیه سازی جریان آیرودینامیک تراکم پذیر را بر روی ایرفویل فوق بحرانی RAE2822 با هر دو روش ENO و WENO در حالت حجم محدود و یک شبکه بی سازمان انجام دادند وگزارش کردند که WENO بهتر عمل کرده است هرچند که عملکرد ENO هم رضایت بخش بوده است [۲۲]. کلیوت چنیکف و بالمان در سال ۲۰۰۶ روش WENO را برای شبیه سازی جریان گذر صوتی ناپایا حول ایرفویل فوق بحرانیBAC3-11 به کار بردند و نتایج مطلوبی را گزارش کردند[۲۳].

هوانگ ، لین و یانگ در سال ۲۰۰۹ روش WENO را برای دسته وسیعی از جریان های لزج و پایا روی ایرفویل S809 امتحان کردند که معادله ناویر- استوکس را برای متغییرهای اولیه و با مدل توربولنسی اسپالارت – آلماراس یک معادله ای حل می کرد. همچنین جریان سه بعدی گذر صوتی لزج روی بال متناهی ONERA-M6 و همچنین جریان ابر صوتی بر روی مدل HB-2 را مورد