

اهدانامه

تقدیم به پدر و مادر مهربانم که در تک تک لحظات زندگی ام همواره
یار و یاور من بوده و هستند.

تقدیر و تشکر

بر خود لازم می‌دانم تا از زحمات بی‌دریغ استاد راهنما، جناب آقای دکتر شاپور مرادی و استاد مشاور جناب آقای دکتر کورش حیدری شیرازی که با راهنمایی‌ها و مشاوره‌های خود، مرا در انجام این پایان‌نامه یاری نموده‌اند، قدردانی نمایم. در خاتمه، از تمامی اساتید گروه مکانیک دانشگاه شهید چمران اهواز که در ارتقای علمی اینجانب نقش داشته‌اند، کمال تشکر را دارم.

فهرست مطالب

موضوع	صفحه
اهدانامه	أ.....
تقدیر و تشکر	ب.....
فهرست مطالب	ج.....
فهرست شکل‌ها	و.....
فهرست جدول‌ها	ح.....
فهرست علامت‌ها و اختصارها	ط.....
حروف انگلیسی	ط.....
حروف یونانی	ی.....
اختصارها	ک.....
چکیده	ل.....
فصل اول	
مقدمه	۱.....
فصل دوم	
مروری بر پژوهش‌های پیشین	۴.....
۱-۲ روش کوادراتور و المان کوادراتور دیفرانسیلی	۴.....
۲-۲ کمانش و پس‌کمانش سازه‌ها	۵.....
۳-۲ ترک و تشخیص ترک در سازه‌ها	۶.....

فصل سوم

۸.....	مدل سازی پژوهش	۸
۸.....	۱-۳ مدل سازی ترک در تیر	۸
۱۱.....	۲-۳ معادلات حاکم	۱۱
۱۱.....	۱-۲-۳ معادلات حرکت	۱۱
۱۷.....	۲-۲-۳ شرایط مرزی	۱۷
۱۸.....	۳-۲-۳ معادلات پیوستگی	۱۸

فصل چهارم

۲۰.....	حل عددی معادلات	۲۰
۲۰.....	۱-۴ روش کوادراتور دیفرانسیلی	۲۰
۲۰.....	۱-۱-۴ ضرائب وزنی روش کوادراتور دیفرانسیلی	۲۰
۲۱.....	۲-۱-۴ نقاط دقت روش کوادراتور دیفرانسیلی	۲۱
۲۲.....	۲-۴ روش المان کوادراتور دیفرانسیلی	۲۲
۲۳.....	۳-۴ حل معادلات استاتیکی	۲۳
۲۴.....	۱-۳-۴ اعمال معادلات حاکم	۲۴
۲۴.....	۲-۳-۴ روش طول قوس	۲۴
۲۸.....	۴-۴ حل معادلات دینامیکی	۲۸
۳۰.....	۵-۴ مسأله ارتعاشات تیر پس کمانه شده ترک دار با در نظر گرفتن استهلاک درونی	۳۰
۳۱.....	۶-۴ تشخیص ترک	۳۱
۳۲.....	۱-۶-۴ الگوریتم زنبور عسل مصنوعی	۳۲

فصل پنجم

۳۵.....	ارائه نتایج	۳۵
۳۶.....	۱-۵ فرکانس های اندازه گیری شده برای کوتاه شدگی های مشخص تیر کمانه شده	۳۶

۲-۵	بررسی دقت حل عددی حالت تعادل تیر پس کمانه شده سالم و ترکدار	۳۷
۳-۵	تغییرات ماکزیمم جابه‌جایی عرضی تیر دو سر مفصل ترک‌دار با افزایش بار	۳۸
۴-۵	تأثیر نقاط دقت بر همگرایی ماکزیمم جابه‌جایی عرضی و کوتاه‌شدگی انتهایی	۴۰
۵-۵	تأثیر عمق و مکان ترک بر ماکزیمم جابه‌جایی	۴۱
۶-۵	بررسی دقت حل عددی پاسخ فرکانسی تیر دو سر مفصل کمانه شده سالم و ترک دار	۴۳
۷-۵	مقایسه فرکانس‌های طبیعی عددی و تجربی تیر دو سر گیردار کمانه شده ترک دار	۴۴
۸-۵	مقایسه فرکانس‌های طبیعی عددی و تجربی تیر کمانه شده سالم و ترک‌دار	۴۵
۹-۵	تأثیر نقاط دقت بر همگرایی فرکانس‌های طبیعی	۴۶
۱۰-۵	تغییرات فرکانس‌های طبیعی با افزایش بار	۴۸
۱۱-۵	تغییرات فرکانس‌های طبیعی تیر دو سر گیردار ترک‌دار با افزایش بار	۵۰
۱۲-۵	تغییرات فرکانس‌های طبیعی تیر دو سر مفصل ترک‌دار با تغییر کوتاه‌شدگی	۵۵
۱۳-۵	تغییرات فرکانس‌های طبیعی تیر دو سر مفصل بر حسب مکان نسبی ترک	۵۷
۱۴-۵	تغییرات فرکانس‌های طبیعی تیر دو سر گیردار بر حسب مکان نسبی ترک	۶۰
۱۵-۵	تأثیر عمق ترک بر فرکانس‌های طبیعی تیر دو سر مفصل ترک‌دار	۶۲
۱۶-۵	تعیین محل و عمق ترک	۶۵

فصل ششم

۶۸	نتیجه‌گیری و پیشنهادات	۶۸
۱-۶	نتیجه‌گیری	۶۸
۲-۶	پیشنهادات	۶۹
۷۱	مراجع	۷۱
۷۴	پیوست	۷۴
۸۹	چکیده انگلیسی	۸۹

فهرست شکل ها

- شکل ۳-۱: تیر ترک دار تحت نیروی محوری ۸
- شکل ۳-۲: مدل سازی ترک به صورت فنر چرخشی ۹
- شکل ۳-۳: مود اول، دوم و سوم ترک در تئوری مکانیک شکست ۹
- شکل ۳-۴: سطح مقطع تیر در محل ترک ۱۰
- شکل ۳-۵: تغییر شکل المان تیر در اثر بارگذاری ۱۲
- شکل ۳-۶: المان تیر تحت نیروها و گشتاورهای درونی و بیرونی ۱۴
- شکل ۴-۱: المان های تیر و گره های موجود در آنها ۲۲
- شکل ۴-۲: فضای بار- جابه جایی در روش طول قوس ۲۶
- شکل ۴-۳: فلوجارت الگوریتم زنبور عسل مصنوعی ۳۴
- شکل ۵-۱: تغییرات حداکثر جابه جایی عرضی تیر با افزایش بار وارده ۳۹
- شکل ۵-۲: نمودار بار- جابه جایی به ازای دامنه های مختلف نقص هندسی ۳۹
- شکل ۵-۳: ماکزیمم جابه جایی قائم بر حسب نقاط دقت ۴۰
- شکل ۵-۴: کوتاه شدگی انتهایی تیر بر حسب نقاط دقت ۴۱
- شکل ۵-۵: تغییرات ماکزیمم جابه جایی عرضی تیر بر حسب مکان نسبی ترک ۴۲
- شکل ۵-۶: تغییرات ماکزیمم جابه جایی عرضی تیر بر حسب عمق نسبی ترک ۴۲
- شکل ۵-۷: همگرایی فرکانس طبیعی اول با تغییر نقاط دقت ۴۷
- شکل ۵-۸: همگرایی فرکانس طبیعی دوم با تغییر نقاط دقت ۴۷
- شکل ۵-۹: همگرایی فرکانس طبیعی سوم با تغییر نقاط دقت ۴۸
- شکل ۵-۱۰: همگرایی فرکانس طبیعی چهارم با تغییر نقاط دقت ۴۸
- شکل ۵-۱۱: تغییرات فرکانس های طبیعی اول تا هفتم با افزایش بار وارده ۴۹
- شکل ۵-۱۲: اولین شکل مود متقارن در لحظه کمانش ۵۰
- شکل ۵-۱۳: تغییرات فرکانس های طبیعی اول تا چهارم با افزایش بار وارده ۵۰
- شکل ۵-۱۴: تغییرات فرکانس های طبیعی اول تا چهارم با افزایش بار وارده ۵۱

- شکل ۵-۱۵: تغییرات فرکانس طبیعی اول با افزایش بار وارده..... ۵۲
- شکل ۵-۱۶: تغییرات فرکانس طبیعی دوم با افزایش بار وارده..... ۵۳
- شکل ۵-۱۷: تغییرات فرکانس طبیعی سوم با افزایش بار وارده..... ۵۳
- شکل ۵-۱۸: تغییرات فرکانس طبیعی چهارم با افزایش بار وارده..... ۵۴
- شکل ۵-۱۹: شکل مودهای تیر بعد از کمانش..... ۵۴
- شکل ۵-۲۰: تغییرات فرکانس طبیعی اول بر حسب کوتاه‌شدگی انتهایی..... ۵۵
- شکل ۵-۲۱: تغییرات فرکانس طبیعی دوم بر حسب کوتاه‌شدگی انتهایی..... ۵۶
- شکل ۵-۲۲: تغییرات فرکانس طبیعی سوم بر حسب کوتاه‌شدگی انتهایی..... ۵۶
- شکل ۵-۲۳: تغییرات فرکانس طبیعی چهارم بر حسب کوتاه‌شدگی انتهایی..... ۵۷
- شکل ۵-۲۴: تغییرات فرکانس طبیعی اول بر حسب مکان نسبی ترک..... ۵۸
- شکل ۵-۲۵: تغییرات فرکانس طبیعی دوم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۵۹
- شکل ۵-۲۶: تغییرات فرکانس طبیعی سوم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۵۹
- شکل ۵-۲۷: تغییرات فرکانس طبیعی چهارم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۰
- شکل ۵-۲۸: تغییرات فرکانس طبیعی اول بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۰
- شکل ۵-۲۹: تغییرات فرکانس طبیعی دوم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۱
- شکل ۵-۳۰: تغییرات فرکانس طبیعی سوم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۱
- شکل ۵-۳۱: تغییرات فرکانس طبیعی چهارم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۲
- شکل ۵-۳۲: تغییرات فرکانس طبیعی اول بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۳
- شکل ۵-۳۳: تغییرات فرکانس طبیعی دوم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۳
- شکل ۵-۳۴: تغییرات فرکانس طبیعی سوم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۴
- شکل ۵-۳۵: تغییرات فرکانس طبیعی چهارم بر حسب مکان نسبی ترک..... ۶۴
- شکل ۵-۳۶: نمودار همگرایی تابع هدف در الگوریتم زنبور عسل مصنوعی..... ۶۶

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۵: خصوصیات مکانیکی تیر ۳۶
- جدول ۲-۵: فرکانس‌های تجربی تیر کمانه شده سالم ۳۶
- جدول ۳-۵: فرکانس‌های تجربی تیر کمانه شده ترک دار ۳۷
- جدول ۴-۵: مقایسه ماکزیمم جابه جایی عرضی حل عددی و اجزا محدود برای تیر سالم و ترک دار ۳۸
- جدول ۵-۵: مقایسه کوتاه‌شدگی انتهایی حل عددی و اجزا محدود برای تیر سالم و ترک‌دار ۳۸
- جدول ۶-۵: مقایسه فرکانس‌های طبیعی حل عددی و اجزا محدود برای تیر سالم ۴۳
- جدول ۷-۵: مقایسه فرکانس‌های طبیعی حل عددی و اجزا محدود برای تیر ترک‌دار ۴۴
- جدول ۸-۵: مقایسه فرکانس‌های طبیعی حل عددی و اجزا محدود برای تیر ترک‌دار ۴۴
- جدول ۹-۵: مقایسه فرکانس‌های طبیعی حل عددی و تجربی برای تیر کمانه شده سالم ۴۵
- جدول ۱۰-۵: مقایسه فرکانس‌های طبیعی حل عددی و تجربی برای تیر کمانه شده ترک‌دار ۴۵
- جدول ۱۱-۵: مقایسه فرکانس‌های طبیعی حل عددی و تجربی برای تیر کمانه شده ترک‌دار با استهلاک ۴۶
- جدول ۱۲-۵: پارامترهای کنترلی الگوریتم زنبور عسل مصنوعی ۶۵
- جدول ۱۳-۵: مکان و عمق تخمین زده شده در تیر کمانه شده ترک دار با الگوریتم زنبور عسل مصنوعی ۶۷

فهرست علامتها و اختصارها

حروف انگلیسی

سطح مقطع تیر	A
عمق ترک	a
عرض تیر	b
نرمی ناشی از ترک	C_m
ضرائب وزنی	C_{ik}
مدول یانگ	E
کرنش محوری	e
تابع بی بعد در تعریف نرمی ترک	f
اختلاف نیروی خارجی و درونی	G
ضخامت تیر	h
ممکان اینرسی	I
تعداد تکرارهای مطلوب در روش طول قوس	I_d
تعداد تکرارها در روش طول قوس	I_m
نرخ افزایش انرژی کرنشی	J
ماتریس سختی	K
سختی مختلط	k^*
طول بی بعد تیر	L
مکان نسبی ترک	L_c
طول تیر	l
محل ترک	l_c
گشتاور خمشی بی بعد	M
گشتاور خمشی	m
تعداد المانهای تیر	m^j
نیروی محوری بی بعد	N

نیروی محوری	n
نقاط دقت	n_p
نیروی محوری خارجی بی بعد	P
نیروی محوری خارجی	p
نیروی برشی بی بعد	Q
نیروی برشی	q
پارامتری در تعریف کرنش محوری	R
زمان بی بعد	T
زمان	t
جابه‌جایی قائم بی بعد	U
جابه‌جایی قائم	u
جابه‌جایی افقط بی بعد	W
جابه‌جایی افقی	w
نقص هندسی	w^*
دامنه نقص هندسی	w_0^*

حروف یونانی

زاویه المان با محور قائم	θ
زاویه اولیه المان با محور قائم	θ_0
چگالی المان	ρ
انرژی کرنشی	ψ
فرکانس طبیعی تیر	ω
فرکانس طبیعی بی بعد تیر	Ω
نسبت استهلاک	ζ
ضریب بار وارده	λ
جابه‌جایی افزایشی	δ

متغیر در راستای عمق ترک	α
ضریب پواسون	ν
ضریب شدت تنش	K_I
تنش محوری	σ
دقت مطلوب در روش طول قوس	ϵ
فاکتور افت استهلاك درونی	η

اختصارها

$DQEM$ ^۱ روش المان کوادراتور دیفرانسیلی

ABC ^۲ کلونی زنبور عسل مصنوعی

^۱ Differential Quadrature Element Method

^۲ Artificial Bees Colony

«چکیده‌ی پایان‌نامه»

نام خانوادگی : پویان	نام : زهرا	شماره دانشجویی: ۹۰۴۰۱۱۵
عنوان پایان نامه: تشخیص ترک در تیر پس‌کمانه شده ترک‌دار به روش المان کوادراتور دیفرانسیلی		
استاد راهنما: دکتر شاپور مرادی		
استاد مشاور: دکتر کورش حیدری شیرازی		
درجه تحصیلی: کارشناسی ارشد	رشته: مهندسی مکانیک	گرایش: طراحی کاربردی
دانشگاه: شهید چمران اهواز	دانشکده: فنی و مهندسی	گروه: مکانیک
تاریخ فارغ التحصیلی:		تعداد صفحه: ۸۹
کلید واژه‌ها: روش المان کوادراتور دیفرانسیلی، تشخیص ترک، ارتعاشات تیر کمانه شده، روش طول قوس		
<p align="right">چکیده:</p> <p>ارائه بهترین روش برای تشخیص به موقع ترک در سازه‌ها، یکی از چالش برانگیزترین مباحث مهندسی است. پژوهش حاضر، از طریق روش معکوس و بدون آسیب رساندن به سازه، تشخیص مشخصات ترک را در یک تیر پس‌کمانه شده مورد مطالعه قرار داده است. بدین منظور، تیر دو سر مفصل ترک‌داری در نظر گرفته و ترک به صورت فنر چرخشی بدون جرم مدل شده است. معادلات حاکم بر تیر شامل روابط هندسی، معادلات حرکت، شرایط پیوستگی و شرایط مرزی، استخراج شده‌اند. دستگاه معادلات حاکم، یک دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی است و از آنجا که مسأله ارتعاشات حول حالت پس‌کمانه شده مورد مطالعه قرار گرفته، پاسخ این دستگاه معادلات به صورت مجموع پاسخ دو مرحله استاتیکی و دینامیکی بدست آمده است. با حذف مشتقات زمانی، معادلات حاکم بر تیر تا لحظه پس‌کمانش حاصل شده است. این دستگاه معادلات غیرخطی با روش المان کوادراتور دیفرانسیلی گسسته شده و با روش طول قوس حل گردیده است. معادلات دینامیکی نیز به روش المان کوادراتور دیفرانسیلی گسسته و به صورت یک مسئله مقدار ویژه حل گردیده است. همچنین، مسئله ارتعاشات تیر با در نظر گرفتن استهلاک سازه‌ای بررسی شده است. پس از محاسبه فرکانس‌های طبیعی، با نامعلوم در نظر گرفتن محل و عمق ترک، با استفاده از فرکانس‌های عددی محاسبه شده و فرکانس‌های تجربی حاصل از آزمایش مودال که توسط پژوهشگران قبلاً انجام گرفته و به وسیله یک الگوریتم بهینه‌سازی، محل و عمق ترک پیش‌بینی شده است.</p>		

مقدمه

خسارت‌های جانی و مالی ناشی از شکست ناگهانی سازه‌ها به علت وجود عیب‌های موجود در آنها، سبب شده است که ارائه‌ی روش‌های متنوع و موثر برای تشخیص به موقع آسیب‌ها و عیوب سازه‌ها و جلوگیری از رشد آنها، به یکی از بحث برانگیزترین چالش‌های مهندسی و صنعت تبدیل شود. برخی از این روش‌ها با عنوان تست‌های غیرمخرب^۱، بدون ایجاد آسیب یا تغییر در نمونه‌ی سازه، عیوب و خرابی آن را شناسایی می‌کنند. آزمون ترموگرافی^۲، آزمون پخش‌آوایی^۳ و آزمون رادیوگرافی^۴ با استفاده از اشعه گاما و ایکس از جمله‌ی این روش‌ها هستند. اساس این روش‌ها بر تغییراتی است که عیب‌ها در خواص سازه ایجاد می‌کنند. به عنوان مثال در آزمون انتشار امواج صوتی، عیب موجود در سازه باعث می‌شود که سازه‌ی تحت تنش، امواج صوتی با بسامد بالا ایجاد کند. این امواج منتشر شده در سازه را می‌توان با استفاده از حسگرهای خاص دریافت کرد و با تجزیه و تحلیل آنها، نوع عیب، مکان و شدت آن را مشخص نمود. در گروهی از روش‌های تشخیص عیوب سازه‌ای، با ایجاد عیب در یک نمونه‌ی سازه، خصوصیات مکانیکی آن از جمله فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها را که در اثر وجود عیب و خرابی تغییر کرده است، بررسی کرده و با تجزیه و تحلیل آنها، شدت و محل عیب را مشخص می‌کنند.

ترک یکی از رایج‌ترین عیوب سازه‌ای است که وجود آن سبب کاهش استحکام سازه و خرابی آن می‌شود. پژوهش‌های زیادی در زمینه تشخیص ترک انجام شده که در هر یک، شکل‌های مختلف سازه‌ها، تحت بارگذاری‌های متفاوت و متنوع، به کرات مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته‌اند. یکی از بارگذاری‌های مورد بحث برای سازه‌های ترک‌دار، بارگذاری حالت کمانه و پس‌کمانه شده سازه‌های ترک‌دار است.

^۱ Nondestructive Tests

^۲ Thermographic inspection

^۳ Acoustic Emission (AE)

^۴ Radiographic testing (RT)

کمانش حالتی از شکست و از کار افتادگی است، وقتی که سازه تحت بار و تنش فشاری قرار گرفته و از کار افتادگی و خمش ناگهانی را تجربه می‌کند. وقتی یک سازه باریک یا ضعیف تحت فشار قرار می‌گیرد، به ازای بارهای کوچک سازه تغییر شکل چندانی ندارد. هنگامی که بار به نقطه بحرانی می‌رسد، سازه ناگهان دچار تغییر شکل بزرگ شده و ممکن است توانایی تحمل بار را از دست بدهد. این مرحله، مرحله کمانش نامیده می‌شود و پس کمانش در ادامه آن رخ می‌دهد.

هدف از این پژوهش تشخیص ترک در تیر پس‌کمانه شده با استفاده از روش المان کوادراتور دیفرانسیلی^۱ است. ابتدا با استفاده از تئوری مکانیک شکست، ترک به صورت یک فنر خطی چرخشی بدون جرم مدل‌سازی می‌گردد. معادلات حاکم بر مسئله ارتعاشات آزاد تیر با در نظر گرفتن تغییر شکل بزرگ^۲ در مختصات مماسی بدست می‌آید که این معادلات یک دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی تشکیل می‌دهند. با توجه به کوچکتر بودن دامنه حرکت ارتعاشات آزاد تیر نسبت به دامنه حرکت استاتیکی و بررسی ارتعاشات آزاد حول حالت کمانه شده، پاسخ کلی سیستم به صورت مجموع پاسخ استاتیکی و ارتعاشی در نظر گرفته می‌شود و پاسخ مسئله به ترتیب با حل معادلات استاتیکی و دینامیکی بدست می‌آید. ابتدا دستگاه معادلات غیرخطی استاتیکی با روش المان کوادراتور دیفرانسیلی گسسته و سپس با استفاده از روش طول قوس حل می‌شود. مشابه این عمل برای حل دستگاه معادلات دینامیکی یا ارتعاشی نیز انجام می‌گیرد. در نهایت یک دستگاه معادلات به صورت یک مسئله مقدار ویژه بدست خواهد آمد که با حل آن، فرکانس‌های تیر کمانه شده ترک‌دار محاسبه می‌گردند. پس از آن، با استفاده از نتایج آزمایش مودال تجربی که قبلاً توسط پژوهشگران بدست آمده و یک الگوریتم بهینه‌سازی، عمق و مکان ترک شناسایی می‌گردد.

این پژوهش شامل شش فصل است. در فصل دوم همان‌طور که در ادامه ملاحظه خواهد شد، به بررسی پژوهش‌های پیشین در ارتباط با روش کوادراتور دیفرانسیلی و المان کوادراتور دیفرانسیلی، رفتار سازه‌های ترک‌دار و پس‌کمانش تیرها پرداخته می‌شود. فصل سوم شامل معادلات حاکم بر تیر کمانه شده و نحوه مدل‌سازی ترک در تیر است. در فصل چهارم به معرفی روش المان کوادراتور دیفرانسیلی و نحوه گسسته کردن معادلات استاتیکی و دینامیکی با این روش پرداخته می‌شود. روش طول قوس^۳ نیز برای حل

^۱ Differential Quadrature Element Method

^۲ Large Displacement

^۳ Arc Length Method

دستگاه معادلات غیرخطی استاتیکی معرفی می‌شود. سپس معادلات دینامیکی و روش حل آنها شرح داده می‌شود. معادلات حاکم و حل آن به صورت یک مسئله مقدار ویژه با در نظر گرفتن استهلاک سازه‌ای بررسی و فرکانس‌های طبیعی مستهلک شده محاسبه می‌شوند. در آخر الگوریتم بهینه‌سازی مورد استفاده برای تشخیص عمق و محل ترک توضیح داده می‌شود. در فصل پنجم ابتدا نتایج تجربی آزمایش مودال که قبلاً انجام گرفته و سپس نتایج تئوری پژوهش حاضر ارائه می‌شوند و در نهایت در فصل ششم نتیجه‌گیری کلی و پیشنهادات بیان می‌گردند.

مروری بر پژوهش‌های پیشین

در این فصل، ابتدا به مرور پژوهش‌هایی که در زمینه به کارگیری روش کوادراتور و المان کوادراتور دیفرانسیلی انجام شده‌اند، پرداخته خواهد شد. سپس پژوهش‌هایی در زمینه کماتش و پس کماتش تیرها، ترک و تشخیص ترک در سازه‌ها مرور می‌شوند.

۱-۲ روش کوادراتور و المان کوادراتور دیفرانسیلی

روش کوادراتور دیفرانسیلی یک روش گسسته‌سازی عددی برای حل معادلات دیفرانسیل می‌باشد. در این روش مقدار مشتق تابع در یک نقطه، به صورت ترکیب وزن‌دار از مقادیر تابع در کلیه نقاط دامنه در نظر گرفته می‌شود.

بلمان و همکاران [۱] در اوایل دهه هفتاد میلادی برای اولین بار روش کوادراتور دیفرانسیلی را مطرح کردند. آنها همچنین روشی برای تعیین ضرایب وزنی پیشنهاد کردند که منجر به حل دستگاه معادلات خطی می‌شد. در این روش، اگر تعداد نقاط دقت افزایش می‌یافت، ماتریس ضرایب وزنی بد حالت^۱ می‌گردید.

کوان و چانگ [۲] برای غلبه بر محدودیت‌های روش بلمان روش دیگری را برای محاسبه ضرایب وزنی ارائه نمودند. آنها با استفاده از توابع میان‌یاب لاگرانژ به عنوان توابع پایه، فرمولی را برای محاسبه ضرایب وزنی مشتق اول و دوم بدست آوردند.

شو [۳] توانست یک فرمول جبری ساده برای محاسبه ضرایب وزنی مرتبه دوم و بالاتر ارائه دهد که محدودیتی در انتخاب تعداد نقاط دقت نداشته باشد.

وانگ و همکاران [۴] ارتعاشات آزاد قاب و تیر را با یک روش المان کوادراتور دیفرانسیلی جدید که

¹Ill condition

ضرائب وزنی متفاوتی نسبت به روش المان کوادراتور دیفرانسیلی داشت بررسی کردند. آنها فرکانس‌های طبیعی را با این روش برای یک قاب بدست آورده و نتایج را با حل تحلیلی و حل کوادراتور دیفرانسیلی مقایسه کردند.

استریز و همکاران [۵] تحلیل استاتیکی سازه‌ها را به وسیله روش المان کوادراتور دیفرانسیلی بررسی کردند. آنها یک تیر یک سر گیردار ساده با سطح مقطع متغیر و یک تیر منحنی شکل دو سر گیردار را مورد مطالعه قرار داده و معادلات حرکت آنها را استخراج کردند.

۲-۲ کمانش و پس‌کمانش سازه‌ها

مرادی و طاهری [۶] پاسخ پس‌کمانش تیر مرکب با جدشدگی^۱ یک بعدی، تحت بار محوری فشاری را با استفاده از روش کوادراتور دیفرانسیلی بررسی نمودند. آنها برای استخراج روابط از انحنای دقیق تیر استفاده کردند و روش طول قوس را برای حل دستگاه معادلات غیرخطی به کار بردند.

نیکریچ و همکاران [۷] ارتعاشات صفحه‌ای میله دو سر گیردار را حول حالت کمانه شده‌ی آن بررسی کردند. آنها معادلات حاکم را در دو مرحله استاتیکی و دینامیکی حل نمودند. برای حل معادلات دینامیکی از روش شو‌تینگ^۲ استفاده شد.

نایفه و همکاران [۸] مودهای ارتعاشی تیر کمانه شده را به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی بررسی کردند. آنها با در نظر گرفتن شکل استاتیکی تیر کمانه شده متناظر با n امین مود کمانشی، حل دقیقی برای مودها و فرکانس‌های تیر کمانه شده دو سر گیردار، دو سر مفصل و یک سر گیردار- یک سر مفصل بدست آوردند.

سانتیلان و همکاران [۹] کمانش تیرهای سنگین روی فونداسیون صلب (شیب‌دار و افقی) را بررسی کردند. ارتعاشات کوچک برای تیر کمانه شده نیز مورد مطالعه قرار گرفت و معادلات حاکم بدون در نظر گرفتن استهلاک^۳ نوشته شد. برای بدست آوردن نتایج عددی از روش شو‌تینگ استفاده گردید.

سپاهی و همکاران [۱۰] بر اساس تئوری غیرخطی میله‌های الاستیک، معادلات استاتیکی بعد از

¹Delaminated

²Shooting method

³Damping

کمانش تیر یک سر گیردار- یک سر مفصل را بدست آوردند. سپس یک ستون سنگین تحت نیروی محوری انتهایی را بررسی نمودند. آنها وزن ستون را با یک بار گسترده مدل نموده، با استفاده از روش کوادراتور دیفرانسیلی دستگاه معادلات دیفرانسیلی غیرخطی حاکم را به یک دستگاه معادلات جبری غیر خطی تبدیل و با استفاده از روش تکراری نیوتن مسئله را حل کردند.

مرادی و جمشیدی مقدم [۱۱] پس کمانش یک تیر دو سر گیردار را بررسی کردند. آنها دستگاه معادلات حاکم بر مسئله پس کمانش را استخراج کرده، معادلات را با روش کوادراتور دیفرانسیلی گسسته و حل کردند و اثر عمق، مکان ترک و افزایش بار بر پس کمانش تیر ترکدار را مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل از پژوهش با نتایج روش اجزا محدود بررسی مقایسه و دقت نتیجه مورد بررسی قرار گرفت.

۳-۲ ترک و تشخیص ترک در سازه‌ها

نصار و متبولی [۱۲] یک تیر یک سر گیردار ترکدار مدرج تابعی (FGM^۱) در نظر گرفتند که مدول برشی، مدول یانگ و چگالی آن با ارتفاع تغییر می‌کرد. ترک به صورت فنر پیچشی مدل شد. معادلات حاکم استخراج و با روش کوادراتور دیفرانسیلی گسسته و حل گردید.

وکیل باغمیشه و همکاران [۱۳] ترک را با استفاده از فنر چرخشی مدل نموده و با حل معادله دیفرانسیل تیر، فرکانس‌های طبیعی آن را برای حالت‌های مختلف مکان و عمق ترک محاسبه کردند. آنها تابع هدفی^۲ را بر پایه‌ی مجموع مجذور اختلاف فرکانس‌های تجربی و عددی تعریف نموده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک^۳ به بهینه‌سازی آن پرداخته و مکان و عمق ترک را بدست آوردند.

مرادی و همکاران [۱۴] یک تیر یک سر گیردار الاستیک با یک ترک لبه‌ای باز را در نظر گرفتند. ترک به صورت فنر پیچشی مدل شد. معادلات حاکم بر ارتعاشات خمشی تیر اویلری با استفاده از روش همیلتون بدست آمد. یک آزمایش تجربی برای درستی طرح تشخیص ترک انجام گرفت و الگوریتم زنبور عسل^۴ برای تشخیص محل و عمق ترک به کار گرفته شد.

^۱Functionally graded materials

^۲Objective Function

^۳Genetic Algorithm

^۴Bees Algorithm

یانگ و چن [۱۵] رفتار ارتعاشی و کمانشی تیرهای با جنس متغیر در ضخامت با ترک لبه‌ای را بررسی نمودند. آنها در تحلیل رفتار تیر از تئوری اویلر برنولی و برای مدل‌سازی ترک از فنر پیچشی استفاده نمودند. در ادامه، حل تحلیلی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی، بار بحرانی کمانش و شکل مودهای متناظر را برای شرایط مرزی تیر یک سر گیردار، دو سر مفصل و دو سر گیردار ارائه نمودند.

بررسی پژوهش‌های پیشین حاکی از آن است که تاکنون ارتعاشات آزاد و تشخیص پارامترهای ترک در تیر پس‌کمانه شده به روش المان کوادراتور دیفرانسیلی انجام نگرفته است. پژوهش حاضر به بررسی رفتار ارتعاشی تیر پس‌کمانه شده ترک‌دار می‌پردازد. ترک به صورت فنر خطی چرخشی بدون جرم مدل‌سازی می‌گردد. همچنین، ترک به صورت لبه‌ای در نظر گرفته شده و برای اجتناب از اثرات غیرخطی در معادلات، ترک به صورت باز در نظر گرفته می‌شود. به این معنا که لبه‌های ترک در زمان ارتعاشات تیر به یکدیگر برخورد ندارند و در نتیجه ترک همواره باز خواهد بود. معادلات حاکم بر مسئله ارتعاشات تیر با تغییر شکل بزرگ در مختصات مماسی بدست می‌آید که این معادلات یک دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی را تشکیل می‌دهند. با توجه به اینکه دامنه حرکت ارتعاشات آزاد تیر بسیار کوچکتر از دامنه حرکت استاتیکی است، پاسخ کلی سیستم به صورت مجموع پاسخ حرکت استاتیکی و ارتعاشی در نظر گرفته می‌شود. پاسخ حالت تعادل و حرکت ارتعاشی به ترتیب با حل معادلات استاتیکی و دینامیکی حاصل می‌شوند.

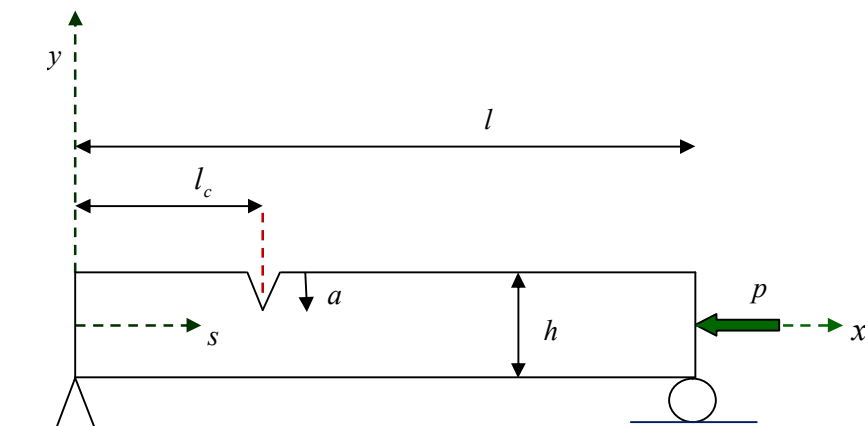
به منظور حل دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی استاتیکی، ابتدا معادلات با روش المان کوادراتور دیفرانسیلی گسسته و سپس با استفاده از روش طول قوس حل می‌شود. با جاگذاری پاسخ حالت تعادل استاتیکی در معادلات حاکم اصلی، گسسته‌سازی به روش المان کوادراتور دیفرانسیلی و خطی کردن معادلات با توجه به کوچک بودن دامنه ارتعاشات تیر، معادلات دینامیکی حاصل می‌شوند. دستگاه معادلات نهایی یک مسئله مقدار ویژه است که با حل آن، فرکانس‌های تیر کمانه شده ترک‌دار حاصل می‌گردند.

مدل سازی پژوهش

این فصل به تشریح تئوری و مدل سازی پژوهش می پردازد. در این فصل، نحوه مدل سازی تیر و ترک توضیح و معادلات حاکم بر تیر استخراج خواهند شد.

۱-۳ مدل سازی ترک در تیر

تیری مشابه شکل ۱-۳، به طول L ، عرض b و ضخامت h ، تحت بار محوری P ، با ترکی به عمق a ، در فاصله L_c نسبت به مبدا در نظر گرفته می شود.



شکل ۱-۳: تیر ترک دار تحت نیروی محوری

ترک در تیر به صورت یک فنر چرخشی بدون جرم مدل می شود. به این ترتیب، تیر مذکور