



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
دانشگاه شهید مدنی آذربایجان  
دانشکده علوم پایه  
گروه فیزیک اتمی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک اتمی  
گرایش پلاسما

عنوان

# نظریه‌ی غیرخطی امواج غبار صوتی در پلاسمای چهار مؤلفه‌ای شامل الکترون، پوزیترون، یون و غبار

استاد راهنما:  
دکتر عبدالرسول اسفندیاری

استاد مشاور:  
مهندس مسعود اکبری

پژوهشگر:  
الهام اله ویردی زاده

اسفند ۱۳۹۲

تبریز، ایران

تقدیم بہ

روح پاک پدرم و سایہ می پر مہر مادرم

## سپاس گزارى...

حمد بى پايان خداوند منان را كه ما را لايق معلمانى دانسته كه عظمت آنان بى متنها، هدايتشان بى نظير و هم نوايى با آنان سعادت است.

بر خود لازم مى دانم از زحمات بى دريغ اسطوره ي مهربانى، مادر بزرگوارم صميمانه تشكر كنم و بر دستان پر عطوفت اين عزيز بوسه ي عشق نهم.

از استاد گرانقدر جناب آقاى دكتور عبدالرسول اسفنديارى كه با راهنمايى و مساعدت عالمانه ي خود راه گشاي اين پژوهش گشتند و مرا قدم به قدم تا به انجام رسانيدن اين پروژه هدايت كردند، صميمانه سپاس گزارى مى كنم.

همچنين از جناب آقاى مهندس مسعود اكبرى استاد مشاور بزرگوارم به پاس تمام كمك هاى كه كردند، صميمانه سپاس گزارم.

از اساتيد گرانقدر جناب آقاى دكتر يحيى اكبرى، جناب آقاى دكتور محمدقربانعليلو و جناب آقاى دكتور كاظم جمشيدى كمال تشكر را دارم.

از دوست عزيزم سركارخانم مرضيه افسرى، دانشجوى دكترى فزيك كه در تدوين اين پايان نامه مرايارى نمودند، بى نهايت ممنونم.

در پايان از خانواده ام كه همواره در تمام مراحل تحصيل مرايارى نمودند، تشكر مى نمايم.

الهام اله و يردى زاده

## چکیده

یکی از ویژگی‌های مهم پلاسما، انتشار امواج مختلف در آن است. در این کار با استفاده از مدل هیدرودینامیکی، انتشار امواج غبارصوتی پریودیک و سالی‌تونی در یک پلاسما‌ی حاوی ذرات غباری گرم، الکترون‌ها، پوزیترون‌ها و یون‌ها مطالعه می‌شود. ابتدا با خطی سازی معادلات اساسی، رابطه پاشندگی خطی برای امواج غبارصوتی پیدا می‌شود. سپس با استفاده از روش شبه پتانسیل برنولی و استخراج معادله انرژی وجود امواج غیرخطی پریودیک و سالی‌تونی بررسی می‌شود. ملاحظه می‌شود که امواج غبارصوتی پریودیک و سالی‌تونی ترقیقی می‌توانند در سیستم پلاسما‌ی مورد نظر منتشر شوند که بستگی به پارامترهای مختلف پلاسما دارند.

**کلمات کلیدی:** امواج غبارصوتی، پلاسما‌ی الکترون-پوزیترون، یون و غبار، روش شبه پتانسیل  
سقدی اف، روش شبه پتانسیل برنولی

# فهرست مطالب

ش	فهرست مطالب
ح	مقدمه
۱	مقدمه ای بر پلاسما و پلاسمای غباری و امواج غیرخطی
۲	۱.۱ مقدمه
۵	۲.۱ امواج در پلاسما
۶	۳.۱ غیرخطیت در فیزیک پلاسما
۷	۱.۳.۱ سالیتون
۸	۲.۳.۱ تاریخچه‌ی سالیتون‌ها
۱۲	۳.۳.۱ شکل‌گیری و انتشار ساختارهای غیرخطی در پلاسماها
۱۳	۴.۱ پلاسماهای غباری
۱۴	۱.۴.۱ کاربردهای پلاسمای غباری
۱۵	۲.۴.۱ خصوصیات اساسی پلاسمای غباری
۱۵	۳.۴.۱ خنثایت ماکروسکوپی
۱۶	۴.۴.۱ حفاظ دبابی
۱۹	۵.۴.۱ فرکانس مشخصه
۲۲	۵.۱ امواج در پلاسماهای غباری

۲۲	.....	۱.۵.۱	امواج غبار صوتی
۲۳	.....	۲.۵.۱	امواج یون صوتی غباری
۲۵		۲	تئوری غیرخطی امواج غبار صوتی در پلاسمای الکترون، یون و ذرات غبار
۲۶	.....	۱.۲	مقدمه
۲۸	.....	۲.۲	معادلات اساسی
۲۹	.....	۳.۲	محاسبه رابطه پاشندگی خطی
۳۰	.....	۴.۲	معادلات نرمالیزه
۳۱	.....	۵.۲	محاسبه‌ی تابع شبه پتانسیل
۳۱	.....	۱.۵.۲	استفاده از تبدیل گالیه ای
۳۲	.....	۲.۵.۲	محاسبه چگالی ذرات غباری
۳۳	.....	۳.۵.۲	محاسبه معادله ی انرژی
۳۴	.....	۴.۵.۲	تابع شبه پتانسیل
۳۵	.....	۶.۲	بررسی وجود امواج سالی تونی غبار صوتی
۳۷	.....	۷.۲	رسم شکل ها
۴۰	.....	۸.۲	نتایج
۴۱		۳	تئوری غیرخطی امواج غبار صوتی در پلاسمای الکترون، پوزیترون، یون و غبار
۴۲	.....	۱.۳	مقدمه
۴۴	.....	۲.۳	معادلات اساسی
۴۷	.....	۳.۳	محاسبه‌ی رابطه پاشندگی خطی
۴۹	.....	۴.۳	آنالیز غیرخطی
۴۹	.....	۱.۴.۳	استفاده از تبدیلات گالیه
۵۱	.....	۲.۴.۳	تابع شبه پتانسیل

۵۳ . . . . . شرایط وجود ساختارهای غیرخطی ۵.۳

۵۵ . . . . . رسم شکل ها و تحلیل عددی ۶.۳

۶۶ . . . . . نتایج ۷.۳

۶۷

مراجع

## مقدمه

حوالی سال ۱۹۲۷ واژه پلاسما اولین بار توسط تونک<sup>۱</sup> و لانگمیر<sup>۲</sup> ابداع شد و به صورت محیطی از گاز یونیزه شده ای که شامل الکترون و یون باشد تعریف می شود. این محیط بعداً به عنوان حالت چهارم ماده شناخته شد که ۹۹ درصد جهان را تشکیل داده است. در سال ۱۹۹۰ آنجلیز<sup>۳</sup> با ارائه مقاله ای وجود یک نوع دیگری از پلاسما را گزارش دادند. این پلاسمای جدید به عنوان پلاسمای غبارآلود نام گرفت. پلاسمای غبارآلود شامل پلاسمای یون-الکترون با ذرات باردار ریزی با اندازه میکرون و زیر میکرون می باشد.

وجود این نوع پلاسماها در ابرهای بین ستاره ای، منظومه شمسی، ستاره های دنباله دار، قمرهای سیارات و... گزارش شده است. همچنین در آزمایشگاه این نوع پلاسماها ظاهر شده است. عوامل فوق باعث گردید که پلاسماهای غبارآلود به عنوان موضوع جدیدی تحت مطالعه قرار بگیرد.

در زمینه ی پلاسماهای غباری مقالات زیادی در مجلات معتبر علمی به چاپ رسیده است. این موضوع را دانشمندان و محققان زیادی از قبیل شوکلا<sup>۴</sup>، کاو<sup>۵</sup>، مامون<sup>۶</sup> و غیره دنبال می کنند.

ذرات غبار تحت فرایندهای مختلفی باردار شده اند و بررسی آن ها به عنوان موضوع جدیدی به شمار می رود. اندرکنش بین ذرات غبار با الکترون ها، یون ها و خود ذرات باعث بوجود آمدن

---

<sup>۱</sup>Tonks

<sup>۲</sup>Langmuir

<sup>۳</sup>Angelis

<sup>۴</sup>Shokla

<sup>۵</sup>Kaw

<sup>۶</sup>Momun



موضوعات جالبی از قبیل امواج گردیده است. در این راستا ما نیز در این پژوهش به بررسی انتشار امواج غیرخطی در پلاسماهای غباری چند مولفه ای غیر مغناطیده خواهیم پرداخت. پدیده های موجود در پلاسما انتشار امواج را می توان به صورت خطی و غیر خطی بررسی کرد. امروزه جریان اصلی پژوهش های پلاسما به سمت غیرخطی است زیرا در حقیقت یکی از ویژگی های اساسی هر محیط پلاسمایی غیرخطیت و پاشندگی است [۱]. هنگامی که دامنه های نوسانات امواج بلند باشد دیگر معادلات خطی معتبر نیست و باید از نظریه ی غیرخطی برای بررسی این امواج استفاده کرد.

برخی معادلات غیرخطی پاسخ های منحصر به فردی دارند که با گذشت زمان شکلشان را حفظ کرده و پهن نمی شوند، آن ها را به اصطلاح موج سالیوتونی می نامند. بر خلاف امواج خطی، امواج غیر خطی با هم برهم کنش می کنند. با این همه، جواب های موج منفرد برخی از معادلات غیرخطی در برخورد با یکدیگر پایداری قابل ملاحظه ای نشان می دهند و از برهم کنش با هم بدون تغییر شکل خارج می شوند. به همین خاطر مشخصه ی ذره ای است که آن ها را سالیوتون نامیده اند.

در فصل اول این پایان نامه ابتدا تعریف مقدماتی پلاسما بیان شده است. سپس مرور کلی بر امواج در پلاسما، غیرخطیت در فیزیک پلاسما که شامل امواج سالیوتونی و کاربرد این امواج می باشد را آورده ایم. و در ادامه ی این فصل با پلاسمای غباری و مشخصه های این نوع پلاسما و امواج در پلاسمای غباری را خواهیم داشت.

در فصل دوم به بررسی امواج غبارصوتی سالیوتونی دامنه بلند در پلاسمای سه مولفه ای شامل الکترون، یون و غبار با استفاده از روش سقدی اف<sup>۷</sup> می پردازیم. روش غیرخطی پتانسیل سقدی اف روش دقیق و بدون تقریب می باشد که حضور امواج سالیوتونی را در این پلاسما پیشگویی می

<sup>۷</sup>Sagdeev

کند. نشان داده شده است که با افزایش بار غبار، دامنه سالیتون و عدد ماخ افزایش می یابد و با افزایش عدد ماخ دامنه سالیتون نیز افزایش می یابد.

در فصل سوم مدل معادلاتی برای بررسی امواج خطی و غیرخطی در یک پلاسمای چهار مولفه ای غیر مغناطیده شامل الکترون، پوزیترون، یون و غبار، بدون برخورد معرفی شده است که حل غیرخطی کامل مجموعه معادلات اساسی توسط روش شبه پتانسیل برنولی<sup>۱</sup> صورت گرفته است و با حل عددی محدوده وجود امواج غبارصوتی پریودیک و سالیتونی ترقیقی مشخص شده است.

---

<sup>۱</sup>Bernoulli

## فصل ۱

# مقدمه ای بر پلاسما و پلاسمای غباری و امواج غیرخطی

## ۱.۱ مقدمه

حدود ۹۹ درصد این جهان از پلاسما تشکیل یافته است که به عنوان حالت چهارم ماده در نظر می‌گیرند و به صورت گاز یونیزه شده‌ای که الکترون‌ها و یون‌های آن از همدیگر جدا شده‌اند تعریف می‌کنیم.

در فضای اطراف ما ذرات ریزی وجود دارند که ما آن‌ها را به عنوان ذرات غبار می‌نامیم. اندرکنش بین ذرات غبار و پلاسما ناحیه تحقیقاتی جالبی را در فیزیک باز کرده است که پلاسماهای غبارآلود<sup>۱</sup> نامیده می‌شود یعنی پلاسماهایی که هم شامل ذرات باردار وهم شامل الکترون‌ها و یون‌ها می‌باشد. پلاسمها تقریباً در همه جای عالم یافت می‌شوند. گستره‌ی وجود آنها از ابرهای بین ستاره‌ای تا مراکز متراکم ستاره‌ها متغیر است. وجه مشخصه‌ی تمامی آنها یک چیز است: ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی آنها (به‌طور جزئی یا کلی) یونیزه است.

علاوه بر این‌ها در اینجا و بر روی زمین می‌توان شاهد انواع گوناگونی از پدیده‌های پلاسمایی هم از نوع طبیعی و هم از نوع ساخته دست بشر، باشیم.

پلاسماهای طبیعی مانند آذرخش<sup>۲</sup>، آتش برای همگان آشنا هستند؛ علاوه بر آن‌ها بسیاری از پلاسماهای مصنوعی تولید شده، نظیر لامپ‌های نئون<sup>۳</sup>، لامپ‌های فلوروسان<sup>۴</sup>، و صفحات تلویزیون پلاسما حتی برای آن‌هایی که با فیزیک آشنایی چندانی ندارند نیز شناخته شده هستند. پیشینه‌ی فیزیک پلاسما به مطالعه‌ی فارادی<sup>۵</sup> در زمینه‌ی تخلیه‌های الکتریکی باز می‌گردد.

در آغاز این مطالعات، بسیاری از فیزیک‌دانان و پژوهشگران در حال تحقیق در مورد تخلیه‌های الکتریکی در گازهای یونیزه در دهه ۱۹۲۰ توسط لانگمیر و وتونک انجام شد [۲، ۳]. به تدریج

<sup>۱</sup>Dusty plasma

<sup>۲</sup>Lighting

<sup>۳</sup>neon sings

<sup>۴</sup>Flouorescent lights

<sup>۵</sup>Faraday

تحقیقات پلاسما به سمت زمینه‌های دیگری گسترش یافت، که در این میان سه مورد بطور نسبی از اهمیت بیشتری برخوردار بودند.

اول اینکه توسعه محابرات رادیویی منجر به شناخت یونسفر<sup>۶</sup> شد، یک سقف پلاسمایی در بالای جو زمین که باعث انعکاس و گاهی جذب امواج رادیویی می‌شود. با آغاز مطالعات بر روی انتشار امواج رادیویی در یونسفر، یک طیف گسترده از امواج پلاسمایی تشخیص داده شد که در یک تفکیک کلی شامل امواج منتشر شونده در امتداد خطوط میدان مغناطیس و امواج منتشر شونده عمود بر خطوط میدان مغناطیسی می‌شوند.

دوم اینکه فیزیکدانان نجومی پی بردند که بخش عظیمی از عالم شامل پلاسما است و اینکه فهم فرایندهای فیزیک نجومی مستلزم یک فهم بهتر از فیزیک پلاسما می‌باشد. این مورد بخصوص برای خورشید از اهمیت بالایی برخوردار بود، بطوریکه لکه‌های خورشیدی<sup>۷</sup> به شدت مغناطیده باعث ظهور بسیاری از پدیده‌های پلاسمایی پیچیده از قبیل شراره‌های خورشیدی<sup>۸</sup> می‌شد. هانس آلفون<sup>۹</sup> در این حوزه پیشگام بود، کسی که در حدود سال ۱۹۴۰ نظریه‌ی مگنتو هیدرودینامیک<sup>۱۰</sup>، یا *MHD*، را پایه ریزی کرد که در آن پلاسما اساساً به‌عنوان یک سیال رسانا در نظر گرفته می‌شود.

نهایتاً، مورد سوم تحقیقات همجوشی جهت دستیابی به یک منبع انرژی در دسترس برای آینده است. خورشید با آمیختن هسته‌های هیدروژن برای شکل‌گیری هلیوم انرژی‌اش را از دست می‌دهد، اما این فرایند همجوشی گرما هسته‌ای به دماها و فشارهای بسیار بالایی نیاز دارد، نظیر اینکه در مرکز خورشید یافت می‌شود.

---

<sup>۶</sup>Ionosphere

<sup>۷</sup>Sunspots

<sup>۸</sup>Solar flares

<sup>۹</sup>Hannes Alfvén

<sup>۱۰</sup>Magnetohydrodynamics

به هر حال، با توجه به اینکه گاز در چنین دماهایی تبدیل به پلاسما می شود، ایده ای که بر می آید این است که پلاسما را در یک میدان مغناطیسی به دام بیندازیم. بدون اینکه عملاً در تماس با هر دیواره ای باشد.

امواج در پلاسماها یک مجموعه ی بهم پیوسته از ذرات و میدانهایی است که با یک مکانیسم تکرار شونده و پریودیک منتشر می شوند.

یک پلاسما در حقیقت یک سیال شبه خنثی است که رسانای الکتریکی است. در ساده ترین شکل، پلاسما ساخته شده از الکترون های آزاد و یون های مثبت است، اما ممکن است شامل گونه های یونی متنوع، پوزیترون، ذرات غباری، ذرات خنثی و غیره باشد. یک پلاسما در اثر رفتار جمعی که از خود بروز می دهد با میدان های الکتریکی و مغناطیسی کوپل می شود. این محیط در هم تنیده و متشکل از ذرات و میدان ها یک طیف وسیع از امواج را در بر می گیرد.

در نظر گرفتیم که حدود ۹۹ درصد از ماده ی قابل رؤیت عالم گازی است که در حالت پلاسمایی قرار دارد. پس منطقی است که فرض کنیم که باقیمانده ی ماده ی موجود در عالم، یعنی همان ۱ درصد باقیمانده، اکثراً متشکل از ذرات جامدی باشد که اصطلاحاً به آن ها ذرات غبار اطلاق می شود [۴، ۵، ۶]. بنابراین پلاسماها و ذرات غبار دو جزء اصلی تشکیل دهنده ی عالم هستند. اثر متقابل بین این دو (پلاسما و ذرات غبار) باعث ظهور یک حوزه تحقیقاتی جدید و جالب به نام پلاسماهای غباری شده است.

پلاسمای غباری، در یک گستره ی پهناور از محیط های کیهانی و آزمایشگاهی قابل تشخیص است. [۷، ۸]

پلاسماهای غباری در محیط های آزمایشگاهی و فرایندهای صنعتی نیز پیدا می شوند. در محیط های آزمایشگاهی، دانه های غبار می توانند یون ها و الکترون ها را از زمینه ی پلاسما جمع کنند و معمولاً در نتیجه تحرک بالاتر الکترون ها بطور منفی باردار می شوند.

دانه‌های باردار شده غبار می‌توانند به‌طور موثری الکترون‌ها و یون‌ها را از زمینه‌ی پلاسما جمع کنند و باعث تغییراتی در پارامترهای پلاسما و فرایندهای دسته جمعی در چنین سیستم‌هایی شوند. به همین جهت اخیراً به مدهای جدید، پتانسیل الکتروستاتیکی، و اتلاف انرژی اجسام باردار در پلاسمای غباری توجه ویژه‌ای شده است و در حال حاضر این موضوعات یک حوزه‌ی سریعاً در حال رشد در فیزیک پلاسمای غباری به حساب می‌آیند. [۹]. علاوه بر این، به خاطر فرآیند باردار شدن ذرات غباری، انواع متعددی از امواج الکتروستاتیکی و الکترومغناطیسی در پلاسمای غباری می‌توانند منتشر شوند.

موضوعات جدیدی که در یک سری بررسی‌های آزمایشگاهی مرتبط با پلاسمای غباری توجه زیادی را در محافل علمی به خود جلب کرده‌اند عبارتند از: مشاهدات مخروط‌های ماخ<sup>۱۱</sup> [۱۰]، و سالیتون‌ها [۱۱]، کریستال‌های پلاسمایی<sup>۱۲</sup> [۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵] و شکل‌گیری گاف‌ها و نواحی تهی‌گونه<sup>۱۳</sup> در این پلاسمای غباری که آن هیچ ذره‌ی غباری وجود ندارد) [۱۶].

## ۲.۱ امواج در پلاسما

مهمترین مشخصه‌ی پلاسمای وجود رفتارهای دسته جمعی آنهاست. پلاسمای به واسطه‌ی حرکت الکترون‌ها، یون‌ها و ذرات غباری و همچنین وجود میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی کوپل شده با این ذرات می‌توانند انواع متنوعی از مدهای موجی را در خود پوشش دهند [۴، ۹، ۱۹] البته باید توجه داشته باشیم که ذرات غباری نسبت به الکترون‌ها و یون‌ها بسیار متفاوت هستند: زیرا جرم آنها معمولاً می‌تواند میلیون‌ها برابر جرم یون‌ها و بار آنها چندین برابر الکترون‌ها باشد و علاوه بر این، بار آنها می‌تواند افت و خیز داشته باشد و ثابت نباشد. این ویژگی‌ها می‌تواند به نوبه‌ی خود

<sup>۱۱</sup>Mach cones

<sup>۱۲</sup>Plasma crystal

<sup>۱۳</sup>Void-like regions

یک طیف وسیع از امواج را سبب شود.

وقتی که در پلاسما یک اختلال در چگالی پیش بیاید، پلاسما واکنش نشان می‌دهد و تلاش می‌کند که خود را به نحوی بازآرایی کند که به حالت تعادل اولیه باز گردد. در این میان، تفاوت در جرم‌های حامل‌های بار این اجازه را به محیط نمی‌دهد که به یک تعادل ایستا برسد، و نیروهای بازگرداننده نظیر گرادیان فشار، برهمکنش‌های کولمبی به نحوی عمل می‌کنند که محیط مدهای موجی تولید می‌کند.

بسته به رژیم فرکانسی، مدهای موجی بسیار متنوعی را می‌توان مورد مطالعه قرار داد. بعنوان مثال، برای امواج فرکانس بالا، تنها باید حرکت الکترون‌ها را در نظر گرفت، در حالیکه یون‌ها ثابت فرض می‌شوند.

و در بررسی امواج فرکانس پایین، دینامیک یون‌ها را باید در نظر گرفت: حرکت یون‌ها باعث ایجاد اختلال در چگالی می‌شوند، در حالی که الکترون‌های سبک و پر تحرک برای ایجاد حفاظ واکنش نشان می‌دهند. در این مورد که دینامیک یون‌ها حکم فرماست، در یک پلاسمای غیرمغناطیده شاهد وجود امواج الکتروستاتیکی یون-صوتی<sup>۱۴</sup> خواهید بود.

### ۳.۱ غیرخطیت در فیزیک پلاسما

یک پلاسما ذاتاً یک محیط غیرخطی است. در تقریب خطی، با فرض اینکه دامنه‌ی اختلال کوچک است، انواع مختلفی از ناپایداری‌ها و نوسانات در پلاسما بحث می‌شود و نشان داده می‌شود که موج حاصل یا میرا است و یا ناپایدار.

هنگامی که دامنه‌ی موج بزرگ می‌شود تقریب خطی دیگر معتبر نیست. اثرات غیرخطی هنگامی

<sup>۱۴</sup>Ion-Acoustic (IA)



ظاهر می‌شوند که یک موج پلاسمایی دامنه بلند توسط عوامل خارجی برانگیخته شود. به عنوان مثال، هنگامی که پاشندگی و غیرخطیت در یک موج یون-صوتی به تعادل برسند و اثر یکدیگر را خنثی کنند. یک پالس موجی سالیتونی یون-صوتی می‌تواند بدون تغییر شکل در پلاسما انتشار یابد.

### ۱.۳.۱ سالیتون

یک پالس موج یا اغتشاش دلخواه را می‌توان به عنوان یک ترکیب خطی از قطارهای موج سینوسی با فرکانس‌های مختلف در نظر گرفت. اگر هر یک از قطارهای موج خطی با سرعت یکسانی در محیط منتشر شوند، آنگاه آن محیط را غیر پاشنده<sup>۱۵</sup> می‌نامیم و پالس موج بدون تغییر شکل در محیط منتشر می‌شود. اما اگر سرعت هر کدام از قطارهای موج در محیط متفاوت باشد، آنگاه پالس موج در محیط پخش می‌شود و آن محیط را پاشنده می‌نامیم.

حال اگر اثرات غیر خطی در هنگام انتشار موج در محیط نقش داشته باشند، ویژگی جدیدی ظهور پیدا می‌کند: قله‌ی موج نسبت به بقیه‌ی موج سریعتر حرکت می‌کند، به عبارت دیگر نقاط با دامنه‌ی بلند از نقاط با دامنه‌ی کوتاه جلو می‌افتند و دچار واژگونی می‌شود و سرانجام فرو می‌افتد. اما در نتیجه‌ی تقابل اثرات پاشندگی و غیرخطیت، امکان شکل‌گیری و انتشار ساختارهای غیرخطی پایدار در محیط نیز وجود دارد که به آنها سالیتون می‌گوییم. [۲۰، ۲۱، ۲۲]

سالیتون‌ها پس از برخورد با یکدیگر و در برهم‌نکش‌ها شکل و سرعتشان را حفظ می‌کنند. و به عنوان مجموعه‌ای گسترده از جواب‌های معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی ضعیف پاشنده ناشی می‌شوند که سیستم‌های فیزیکی را توصیف می‌کنند.

به بیان دیگر، سالیتون به دسته خاصی از جواب‌های موضعی یک معادله غیرخطی موج گفته می‌شود که با شکل، ارتفاع و سرعت ثابت به پیشروی و انتشار در محیط ادامه می‌دهند. البته توافق

<sup>۱۵</sup>Nondispersive

عام بر سر تعریف سالیتون وجود ندارد و در منابع مختلف سالیتون را به صورت‌های متفاوت تعریف می‌کنند. یافتن تعریفی منفرد و مورد توافق از یک سالیتون مشکل است. سالیتون‌ها برای مدت‌های مدیدی به عنوان یک گونه‌ی خاص از امواج سالیتونی شناخته می‌شدند زمانی در محیط ظاهر می‌شوند که غیرخطیت (وابستگی سرعت انتشار به دامنه‌ی موج) و پاشندگی (وابستگی سرعت انتشار به فرکانس موج) با یکدیگر به موازنه در بیایند.

### ۲.۳.۱ تاریخچه‌ی سالیتون‌ها

به لحاظ تاریخی، امواج سالیتونی برای اولین بار در سال ۱۸۳۴ توسط مهندس جوان اسکاتلندی به نام جان اسکات راسل<sup>۱۶</sup>، در جریان آزمایشاتش در کانال یونیون<sup>۱۷</sup> برای بدست آوردن رابطه‌ی بین سرعت یک قایق و نیروی پیش برنده آن، مشاهده شدند [۱۶، ۱۷، ۲۲]. راسل نتایج مشاهداتش را در سال ۱۸۴۴ به انجمن علمی بریتانیا ارائه کرد [۲۳]. قسمتی از گزارش او به شرح زیر است: من معتقدم که باید از طریق توصیف چند و چون پدیده ای که اولین آشنایی من با آن بود، آن را به نحو مقتضی معرفی کنم. من در حال مشاهده‌ی حرکت قایقی بودم که توسط یک جفت اسب به سرعت در امتداد یک کانال آب کشیده می‌شد، هنگامی که قایق بطور ناگهانی ایستاد توده‌ی نه چندان بزرگی از آب کانال که باید در حرکت باقی می‌ماند، در جلو دماغه‌ی قایق و در حالت یک تلاطم شدید انباشته شد، سپس بطور ناگهانی در حالی که دماغه‌ی قایق را ترک می‌کرد، با سرعت زیادی به جلو حرکت کرد. می‌شد فرض کرد که آن توده‌ی آب بلند، مسطح، هموار، و خوب شکل یافته به فرم یک موج سالیتونی بلند است که بدون تغییر شکل یا کاهش سرعت به مسیر خود در امتداد کانال ادامه می‌دهد. من در حالی که سوار بر اسب بودم آن را که با سرعت تقریبی هشت و نه دهم مایل بر ساعت (حدود ۴ متر بر ثانیه) به جلو پیش می‌رفت دنبال کردم و از آن سبقت گرفتم،

<sup>۱۶</sup>John Septt Russell

<sup>۱۷</sup>Union

این موج که تقریباً سی فوت (حدود ۱۰ متر) طول و یک فوت و نیم (حدود نیم متر) ارتفاع داشت، در حالی که شکل اولیه اش را حفظ کرده بود به مسیر خود ادامه داد. ارتفاع آن موج به تدریج کم شد و پس از یک تعقیب دو، سه مایلی (چندین کیلومتر) آنرا در پیچ و خم کانال گم کردم. این مشاهده راسل را بر آن داشت که این امواج را بیشتر مورد بررسی قرار دهد. او آزمایشهایی ترتیب داد که در آنها وزنه هایی را از یک انتهای یک کانال آب طولانی، اما کم عمق رها می کرد. در طول سالهای بعد، او این آزمایشها را در تانکرها و کانال های آب برای مطالعه ی امواج سالیونی تکرار کرد، و دریافت که آنچه که به دنبال آنست باید یک موجود دینامیکی مستقل باشد که با شکل و سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. او با استفاده از آزمایشات خود چهار نتیجه زیر را بنا نهاد [۲۳]:

(۱) امواج سالیونی دارای شکلی به فرم  $h \operatorname{sech}^2 [k(x - vt)]$  هستند.

(۲) یک توده ی اولیه ی آب که به اندازه کافی بزرگ باشد می تواند دو یا چند موج سالیونی مستقل تولید کند؛

(۳) امواج سالیونی بدون هیچ تغییر شکلی از یکدیگر عبور می کنند؛

(۴) یک موج با ارتفاع  $h$  که در یک کانال آب به عمق  $d$  سرعت عبور می کند، دارای سرعت  $v$  و پهنای  $l$  است که با عبارت زیر داده می شوند:

$$l = \sqrt{\frac{4d^3}{3h}}, v = \sqrt{g(d+h)}$$

که در آن  $g$  شتاب گرانش است. عبارت بالا نشان می دهد که یک موج سالیونی دامنه بلند نسبت به یک موج دامنه کوتاه سریعتر حرکت می کند و پهنای آن کمتر است. (در طول این آزمایشها  $\frac{d}{h} < 1$  در نظر گرفته شده است).

انجمن های ریاضیاتی نتایج آزمایشات راسل را نپذیرفتند. اری<sup>۱۸</sup> در سال ۱۸۴۵ در کتابش تحت

<sup>۱۸</sup>Airy

عنوان جریانها و امواج، نظریه ی امواج بلند را بنا نهاد، که در آن رابطه ای بین سرعت یک موج و دامنه ی آن پیدا کرده بود. [۲۴] نتایج آزمایشات راسل با نظریه ی غیرخطی اری، که پیش بینی می کرد یک موج با دامنه ی معین نمی تواند بدون تغییر شکل منتشر شود، در تناقض بودند. بر طبق این نظریه موج باید دچار افتادگی شود و سرانجام دچار شکست بشود.

اری برطبق نظریه اش نتیجه گرفت که یک موج سالیوتونی نمی تواند وجود داشته باشد؛ و این منجر به یک جدال و کشمکش بین راسل و اری شد. از طرف دیگر، استوکس<sup>۱۹</sup> در سال ۱۸۴۷ نشان داد که امکان وجود امواج با دامنه ی محدود و شکل پایدار در آب عمیق وجود دارد، اما آنها نوسانی هستند. در سال ۱۸۶۵ بزین<sup>۲۰</sup> آزمایش هایی را گزارش کرد که در کانال بورگون<sup>۲۱</sup> انجام شده بودند و نتایج مشاهدات راسل را تأیید می کردند.

جدال بر سر آزمایش های راسل از آن جهت بود که نظریه ی غیرخطی در آب کم عمق، پاشندگی را که بطور کلی از افتادگی موج جلوگیری می کند، نقض می کرد. این مشکل در سال ۱۸۷۱ توسط جوزف بوزینسک<sup>۲۲</sup> و به روش مستقل دیگری توسط لورد ریلی<sup>۲۳</sup> در سال ۱۸۷۶ حل شد [۲۵]. که سهم مهمی در مبحث امواج سالیوتونی دارد. او نشان داد اگر از اتلاف صرف نظر کنیم، افزایش در سرعت موج موضعی که مربوط به دامنه ی معین است، بوسیله ی کاهش در سرعت موج که مربوط به پاشندگی است، به موازنه می رسند و منجر به یک موج با شکل پایدار می شود.

سر انجام در سال ۱۸۹۵ این جدال توسط کورت وق<sup>۲۴</sup> و دی رایز<sup>۲۵</sup> با ارائه ی یک مدل معادلاتی و توصیف کننده ی انتشار امواج با طول موج بلند در آب نسبتاً کم عمق است، حل شد آنها نشان دادند جواب هایی که راسل برای امواج سالیوتونی ارائه کرده بود در حقیقت جواب های معادله ی

<sup>۱۹</sup>Stokes<sup>۲۰</sup>Bazin<sup>۲۱</sup>Bourgogne<sup>۲۲</sup>Joseph Boussinesq<sup>۲۳</sup>Lord Rayleigh<sup>۲۴</sup>Korteweg<sup>۲۵</sup>de Vries