

کد رهگیری ثبت پروپوزال:

کد رهگیری ثبت پایان نامه:

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کلیه امتیازهای این پایان‌نامه به دانشگاه بوعلی سینا تعلق دارد. در صورت استفاده از تمام یا بخشی از مطالب این پایان‌نامه در مجلات، کنفرانس‌ها و یا سخنرانی‌ها، باید نام دانشگاه بوعلی سینا و استاد راهنمای پایان‌نامه و نام دانشجو با ذکر مأخذ و ضمن کسب مجوز کتبی از دفتر تحصیلات تکمیلی دانشگاه ثبت شود. در غیر این صورت مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت. درج آدرس‌های ذیل در کلیه مقالات خارجی و داخلی مستخرج از تمام یا بخشی از مطالب این پایان‌نامه در مجلات، کنفرانس‌ها و یا سخنرانی‌ها الزامی می‌باشد.

....., Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

مقالات خارجی

..... گروه دانشکده، دانشگاه بوعلی سینا، همدان.

مقالات داخلی



دانشگاه گیلان
دانشکده علوم پایه
گروه آموزشی فیزیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک گرایش هسته ای

عنوان:

بررسی جواب های سالیتمونی معادله غیر خطی هیروتا-ساتسوما

استاد راهنما:

دکتر قاسم فروزانی

استاد مشاور:

دکتر فرهاد جعفر پور

نگارش:

بهرام سهرابی

۱۱ آذر ۱۳۹۲



باسمه تعالی

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته فیزیک گرایش هسته ای

با عنوان:

بررسی جواب های سالی تونی معادله غیر خطی هیروتا- ساتسوما

جلسه دفاع از پایان نامه خانم/ آقای بهرام سهرابی به ارزش شش واحد در روز دوشنبه مورخ ۹۲/۹/۱۱ ساعت ۱۰ صبح در محل آمفی تئاتر ۱ دانشکده علوم در حضور هیأت داوران برگزار گردید که پس از بررسی های لازم، پایان نامه نامبرده با نمره به عدد **۱۸/۶۷** به حروف **هجده و شصت و هفت صدم** و با درجه **بسیار خوب** مورد ارزیابی قرار گرفت.

ردیف	نام و نام خانوادگی	سمت	مرتبه علمی	امضاء
۱	قاسم فروزانی	استاد راهنما	دانشیار	
۲	فرهاد جعفرپور همدانی	استاد مشاور	استاد	
۳	بابک زاله	داور داخلی	دانشیار	
۴	سعیده زریونی	داور داخلی	استادیار	
۵	فرهاد آلیانی	* مسئول تحصیلات تکمیلی دانشکده	دانشیار	

* بدون حق رأی

تقدیم به:

ماحصل آموخته‌هایم را تقدیم می‌کنم به آن که مهر آسمانی و دعای خیرش آرام‌بخش آلام زمینی‌ام

است:

به روح پدر مرحوم و

به سبزترین نگاه زندگیم، چشمان سبز مادرم

پاسکزاری

پاس خدای را که سخوران، دستون او بماند و شمارندگان، شردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند.
بدون شک جایگاه و منزلت استاد، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی
بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از استاد، پاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تائین می کند و سلامت امانت های را که به دستش سپرده اند،
تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب "من لم یسکر المنعم من المخلوقین لم یسکر الله عز و جل": از ما در عزیزم این معلم بزرگوارم که همواره بر
کوتاهی و درستی من، قلم عنو کشیده و گریانه از کنار غفلت هایم گذشته و در تمام عرصه های زندگی یار و یاور بی چشم داشت برای من بوده است
؛ از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر فروزانی که در مجال سع صدر، با حسن خلق و فروتنی، از بیچ گلی در این عرصه بر من دریغ نمودند و
زحمت راهبانی این رساله را بر عهده گرفتند؛ از استاد صبور و باتقوا، جناب آقای دکتر جعفر پور بهدانی که زحمت مشاوره این رساله را در حالی
مستقبل شدند که بدون مساعدت ایشان، این پروژه به نتیجه مطلوب نمی رسید؛ و از همسر مهربانم که در تمام طول تحصیل همراه و به کام من بوده است
را دارم، باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را پاس گوید.



دانشگاه بوعلی سینا
مشخصات رساله/پایان نامه تحصیلی

عنوان:

بررسی جواب های سالیتمونی معادله غیرخطی هیروتا-ساتسوما

نام نویسنده: بهرام سهرابی

نام استاد/اساتید راهنما: دکتر قاسم فروزانی

نام استاد/اساتید مشاور: دکتر فرهاد جعفرپور

دانشکده: علوم پایه

گروه آموزشی: فیزیک

رشته تحصیلی: فیزیک

گرایش تحصیلی: هسته ای

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد

تاریخ تصویب پروپوزال: ۱۳۹۱/۰۸/۲۸

تاریخ دفاع: ۱۳۹۲/۰۹/۱۱

تعداد صفحات: ۷۶

چکیده:

معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی در رشته های مختلف علمی مانند مکانیک سیالات، فیزیک حالت جامد، فیزیک پلاسما، شیمی فیزیک و... از اهمیت بالایی برخوردار هستند. یافتن پاسخ های دقیق این معادلات ما را در درک بهتر پدیده های غیر خطی فیزیکی محیط اطرافمان یاری می کند. معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی بسیاری هستند که برای آنها پاسخ های سالیتمونی وجود دارد. از جمله این معادلات، معادله غیرخطی هیروتا-ساتسوما است، که روش های مختلفی برای یافتن جواب های سالیتمونی آن وجود دارد. بعضی از این روش ها عبارتند از: تبدیلات بک لاند، تبدیلات داربو، آنالیز گروه لی، تابع تانژانت هیپربولیک، تابع تانژانت هیپربولیک تعمیم یافته، تابع سینوس-کسینوس. که در این پایان نامه از سه روش آخر استفاده شده است. در فصل اول به معرفی امواج سالیتماری و سالیتمون و معرفی یکی از معادلات غیر خطی حاکم بر سالیتمونها و روش های مختلف حل این معادله پرداخته شده است. در فصل دوم به حل معادله غیر خطی هیروتا-ساتسوما با استفاده از روش تابع تانژانت هیپربولیک و تابع تانژانت هیپربولیک تعمیم یافته و تابع سینوس-کسینوس پرداخته ایم. در فصل سوم نیز معادله غیرخطی هیروتا-ساتسوما مرتبه چهارم و پنجم را حل و جواب های سالیتمونی آنرا به دست آورده ایم.

واژه های کلیدی: معادله غیر خطی هیروتا-ساتسوما، روش تانژانت هیپربولیک، روش تانژانت هیپربولیک تعمیم یافته، سالیتمون

فهرست مطالب

فصل اول: امواج سالیتماری و سالیتمون

- ۱-۱ مقدمه..... ۳
- ۲-۱ تاریخچه امواج سالیتماری..... ۴
- ۳-۱ امواج سالیتماری و سالیتمون..... ۵
- ۴-۱ معادله Kdv..... ۷
- ۵-۱ معادله غیر خطی هیروتا-ساتسوما..... ۷
- ۶-۱ روش های مختلف حل این معادلات..... ۹

فصل دوم: حل معادله غیر خطی مرتبه ی ۳ هیروتا- ساتسوما

- ۱-۲ روش معادلات کمکی در حل معادله غیر خطی هیروتا-ساتسومای درجه ۳..... ۱۳
- ۲-۲ روش تانژانت هیپربولیک برای حل معادله غیر خطی..... ۱۳
- ۳-۲ انتخاب شرایط مرزی..... ۱۸
- ۴-۲ یافتن ضرایب γ در سری های توانی..... ۱۹
- ۵-۲ بررسی جواب های سالیتمونی در دو حالت خاص..... ۲۰
- ۶-۲ رسم نمودار های سالیتمونی..... ۲۲
- ۷-۲ روش تانژانت هیپربولیک تعمیم یافته برای حل معادله غیر خطی..... ۲۸
- ۸-۲ بررسی جواب های سالیتمونی روش تعمیم یافته در دو حالت خاص..... ۳۱
- ۹-۲ رسم نمودار های سالیتمونی روش تعمیم یافته..... ۳۳
- ۱۰-۲ حل معادله هیروتا-ساتسومای مرتبه سوم با استفاده از Mathematica و دستور Dsolve..... ۳۹

۱-۲ ا روش سینوس - کسینوس برای حل معادله غیر خطی درجه ۳ هیروتا-ساتسوما..... ۴۰

۲-۱۲ رسم نمودارها در روش سینوس - کسینوس..... ۴۴

فصل سوم : حل معادله غیر خطی مرتبه ۵ و ۴ هیروتا-ساتسوما

۳-۱ بررسی جواب های معادلات تعمیم یافته ی جدید..... ۴۹

۳-۲ معادله غیر خطی مرتبه ۵ و ۴ هیروتا- ساتسوما..... ۴۹

۳-۳ روش تانژانت هیپر بولیک برای حل معادله مرتبه ۴ هیروتا- ساتسوما..... ۵۰

۳-۴ بررسی دو حالت برای جواب های سالی تونی هیروتا- ساتسوما ی درجه ۴..... ۵۲

۳-۵ رسم نمودار های سالی تونی مرتبه ۴ هیروتا - ساتسوما..... ۵۴

۳-۶ روش تانژانت هیپر بولیک برای حل معادله مرتبه ۵ هیروتا - ساتسوما..... ۵۸

۳-۷ بررسی سه حالت برای جواب های سالی تونی هیروتا- ساتسوما ی درجه ۵..... ۶۱

۳-۸ رسم نمودار های سالی تونی مرتبه ۵ هیروتا - ساتسوما..... ۶۲

۳-۹ حل معادله هیروتا-ساتسوما ی مرتبه سوم با استفاده از Mathematica و دستور

.....Dsolve ۶۸

۳-۱۰ بحث و نتیجه گیری..... ۶۹

منابع..... ۷۳

فهرست شکل ها

شکل ۱-۱: جان اسکات راسل.....۵

شکل ۱-۲: دو سالیتون قبل از برخورد.....۶

شکل ۱-۳: دو سالیتون در هنگام برخورد.....۶

شکل ۱-۴: دو سالیتون در هنگام برخورد.....۶

شکل ۱-۵: دو سالیتون بعد از برخورد.....۶

شکل ۲-۱: سالیتون معادله (۲-۶۱) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$ در
متمتیکا.....۲۲

شکل ۲-۲: سالیتون معادله (۲-۶۱) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$
درمتلب.....۲۳

شکل ۲-۳: سالیتون معادله (۲-۶۱) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$ و $t=0$
.....۲۳

شکل ۲-۴: سالیتون معادله (۲-۶۲) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$
درمتلب.....۲۴

شکل ۲-۵: سالیتون معادله (۲-۶۲) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$ در
متمتیکا.....۲۴

شکل ۲-۶: سالیتون معادله (۲-۶۳) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$
درمتلب.....۲۵

شکل ۲-۷: سالیتون معادله (۲-۶۳) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$ در
متمتیکا.....۲۵

شکل ۲-۸: سالیتون معادله (۲-۶۸) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$
.....۲۶

شکل ۲-۹: سالیتون معادله (۲-۶۹) با مقادیر $c=109737.3$ و $v =$

۲۶..... $2c^2$

شکل ۲-۱۰: سالیتون معادله (۲-۷۰) با مقادیر $c=109737.3$ و $v =$

۲۷..... $2c^2$

شکل ۲-۱۱: سالیتون معادله (۲-۶۸) با مقادیر $c=109737.3$ و $v = 2c^2$ و $t=0$

۲۷.....

شکل ۲-۱۲: سالیتون معادله (۲-۱۱۱) با مقدار $\mu = 0.5$ ۳۳

شکل ۲-۱۳: سالیتون معادله (۲-۱۱۱) با مقادیر $\mu = 0.5$ و $t=4$ ۳۳

شکل ۲-۱۴: سالیتون معادله (۲-۱۱۲) با مقدار $\mu = 0.5$ ۳۴

شکل ۲-۱۵: سالیتون معادله (۲-۱۱۲) با مقادیر $\mu = 0.5$ و $t=4$ ۳۴

شکل ۲-۱۶: سالیتون معادله (۲-۱۱۳) با مقدار $\mu = 0.5$ ۳۵

شکل ۲-۱۷: سالیتون معادله (۲-۱۱۳) با مقادیر $\mu = 0.5$ و $t=4$ ۳۵

شکل ۲-۱۸: سالیتون معادله (۲-۱۱۸) با مقدار $\mu = 0.5$ ۳۶

شکل ۲-۱۹: سالیتون معادله (۲-۱۱۸) با مقادیر $\mu = 0.5$ و $t=4$ ۳۶

شکل ۲-۲۰: سالیتون معادله (۲-۱۱۹) با مقدار $\mu = 0.5$ ۳۷

شکل ۲-۲۱: سالیتون معادله (۲-۱۱۹) با مقادیر $\mu = 0.5$ و $t=4$ ۳۷

شکل ۲-۲۲: سالیتون معادله (۲-۱۲۰) با مقدار $\mu = 0.5$ ۳۸

شکل ۲-۲۳: سالیتون معادله (۲-۱۲۰) با مقادیر $\mu = 0.5$ و $t=4$ ۳۸

شکل ۲-۲۴: معادله (۲-۱۵۴) با مقدار $\mu = 1$ ۴۴

شکل ۲-۲۵: معادله (۲-۱۵۵) با مقدار $\mu = 1$ ۴۴

شکل ۲-۲۶: معادله (۲-۱۵۶) با مقدار $\mu = 1$ ۴۵

- شکل ۲-۲۷: معادله (۲-۱۵۴) با مقادیر $\mu = 1$ و $t = 1$ ۴۵
- شکل ۲-۲۸: معادله (۲-۱۵۵) با مقادیر $\mu = 1$ و $t = 1$ ۴۶
- شکل ۲-۲۹: معادله (۲-۱۵۶) با مقادیر $\mu = 1$ و $t = 1$ ۴۶
- شکل ۳-۱: سالیتون معادله (۳-۳۸) ۵۴
- شکل ۳-۲: سالیتون معادله (۳-۳۸) در $t = 0$ ۵۴
- شکل ۳-۳: سالیتون معادله (۳-۳۹) ۵۵
- شکل ۳-۴: سالیتون معادله (۳-۳۹) در $t = 0$ ۵۵
- شکل ۳-۵: سالیتون معادله (۳-۴۱) ۵۶
- شکل ۳-۶: سالیتون معادله (۳-۴۱) در $t = 0$ ۵۶
- شکل ۳-۷: معادله (۳-۴۲) ۵۷
- شکل ۳-۸: معادله (۳-۴۲) در $t = 0$ ۵۷
- شکل ۳-۹: سالیتون معادله (۳-۶۳) ۶۲
- شکل ۳-۱۰: سالیتون معادله (۳-۶۳) در $t = 0$ ۶۳
- شکل ۳-۱۱: سالیتون معادله (۳-۶۴) ۶۳
- شکل ۳-۱۲: سالیتون معادله (۳-۶۴) در $t = 0$ ۶۳
- شکل ۳-۱۳: سالیتون معادله (۳-۶۶) ۶۴
- شکل ۳-۱۴: سالیتون معادله (۳-۶۶) در $t = 0$ ۶۴
- شکل ۳-۱۵: سالیتون معادله (۳-۶۷) ۶۵
- شکل ۳-۱۶: سالیتون معادله (۳-۶۷) در $t = 0$ ۶۵
- شکل ۳-۱۷: سالیتون معادله (۳-۶۹) ۶۶

شکل ۳-۱۸: سالیتون معادله (۳-۶۹) در $t=0$ ۶۶

شکل ۳-۱۹: سالیتون معادله (۳-۷۰) ۶۷

شکل ۳-۲۰: سالیتون معادله (۳-۷۰) در $t=0$ ۶۷

شکل ۳-۲۱: نمودار دو سالیتونی ۷۰

شکل ۳-۲۲: مشاهده تجربی نمودار دو سالیتونی ۷۰

شکل ۳-۲۳: نمودار سالیتون u ۷۱

شکل ۳-۲۴: نمودار برهمکنش دو سالیتون u و v ۷۱

فصل اول:

امواج سالیتماری و

سالیتمون ها

۱-۱ مقدمه

بسیاری از پدیده های فیزیکی محیط اطراف ما غیر خطی هستند که برای درک بهتر آنها باید به یافتن معادلات غیر خطی حاکم بر آنها و نیز یافتن پاسخ های دقیق این معادلات پرداخت. معادلات دیفرانسیل جزئی غیر خطی در رشته های مختلف علمی مانند مکانیک سیالات، فیزیک حالت جامد، فیزیک پلاسما، شیمی فیزیک و ... از اهمیت بالایی برخوردار هستند. از حل این معادلات می توان به پاسخ های سالیتری و امواج سالیتری رسید.

به جواب های معادله غیر خطی موج که دارای سه خاصیت زیر باشد سالیتون^۱ می گویند:

۱- شکل و سرعت آن ها تغییر نکند.

۲- در منطقه ای از فضا محدود باشد.

۳- بعد از برخورد با سالیتون های دیگر شکل خود را حفظ کند.

به جواب هایی که فقط خاصیت (۱) را داشته باشند امواج سالیتری^۲ می گویند.

البته در توصیف امواج سالیتری و سالیتون ها از معادلات دیفرانسیلی جزئی^۳ غیر خطی استفاده می شود که روش های حل بسیاری دارند. فرم کلی یک معادله دیفرانسیل جزئی تابع $u(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ به صورت زیر است:

$$F(x_1, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_1}, \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_n}, \dots) = 0$$

که اگر ضرایب PDE، تابع $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ باشد، آنگاه معادله دیفرانسیلی جزئی خطی، خوانده می شود. مانند معادلات زیر:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \nabla^2 u = 0 \quad \text{معادله گرما}^4$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 u = 0 \quad \text{معادله موج}^5$$

-
1. Soliton
 2. Solitary Waves
 3. Partial Differential Equation (PDE)
 4. Heat Equation
 5. Wave Equation

$$\nabla^2 u = 0 \quad \text{معادله لاپلاس}^1$$

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad \text{معادله هلمهولتز}^2$$

واگر ضرایب PDE، تابع $u(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ باشند، آنگاه معادله دیفرانسیلی جزئی غیر خطی خواهد بود. مانند معادلات زیر:

$$u_t = \frac{1}{2} u_{xxx} + 3uu_x - 6ww_x \quad \text{معادله هیروتا- ساتسوما}^3$$

$$w_t + w_{xxx} + 3uw_x = 0$$

$$u_t + uu_x = vu_{xx} \quad \text{معادله برگرز}^4$$

$$\partial_t u + \partial_x^3 u + 6u \partial_x u = 0 \quad \text{معادله کورتوگ - دوریس}^5$$

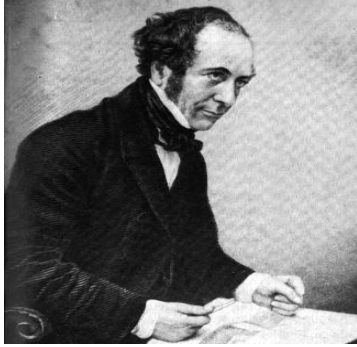
$$u_{tt} - u_{xx} - u_{xxxx} - 3(u^2)_{xx} = 0 \quad \text{معادله بوسسینسک}^6$$

۱-۲ تاریخچه امواج سالیتماری

تحقیق بر روی پاسخ های سالیتمونی و امواج سالیتماری، اولین بار توسط جان اسکات راسل^۷ (۱۸۸۲-۱۸۰۸) شکل (۱-۱) هنگامی که مسیر یک موج سالیتماری را در یک کانال آب دنبال می کرد، صورت گرفت. او مشاهدات خود را این گونه بیان کرد:

-
1. Laplace Equation
 2. Helmholtz Equation
 3. Hirota-Satsuma Equation
 4. Burgers Equation
 5. Korteweg-de Vries Equation (Kdv)
 6. Boussinesq Equation
 7. J. S. Russell

”حرکت قایقی را دیدم که با سرعت در طول یک کانال باریک توسط یک جفت اسب کشیده می شد . هنگامی که قایق کوچک از حرکت باز ایستاد، ناگهان موجی از آب با سرعت بسیار زیاد به طرف جلو در هم پیچید و به شکل یک موج مجرد (توده ای گرد و صاف و خوش فرم از آب) درآمد که به حرکت خود در امتداد کانال ادامه می داد. بدون هیچ گونه تغییری در شکلش و یا کاهش در سرعتش” [۱].



شکل (۱-۱)

بیش از یک قرن سالیتمون ها مورد توجه قرار نگرفتند تا آنکه در سال ۱۹۶۵ نرمن زابوسکی^۱ از آزمایشگاه بل، مارتین کروسکال^۲ از دانشگاه پرینستون رفتار سالیتمون ها را به صورت ریاضی بیان کردند. از آن زمان به تدریج سالیتمون ها نه تنها برای توضیح امواج آب، بلکه در سایر زمینه های فیزیک که با موج سروکار دارند ، مورد توجه قرار گرفتند و کارایی بسیار خوبی را از خود نشان دادند [۲].

در سال ۱۹۸۷ امپلیت^۳، هاماید^۴، فروتلی^۵، رینود^۶ وبارتلمی^۷ از دانشگاه براسلز^۸ و لیموگز^۹ نخستین آزمایش سالیتمون ها را در انتقال سالیتمون تاریخ در فیبر نوری انجام دادند. امروزه سالیتمون ها در همه ی زمینه های علمی و کاربردی نظیر رفتار مولکول ها، الکترونیک، توزیع بوز- اینشتین و حتی رفتار دی. ان. ای. در زیست شناسی مورد استفاده قرار می گیرند [۳].

۳-۱ امواج سالیتماری و سالیتمون

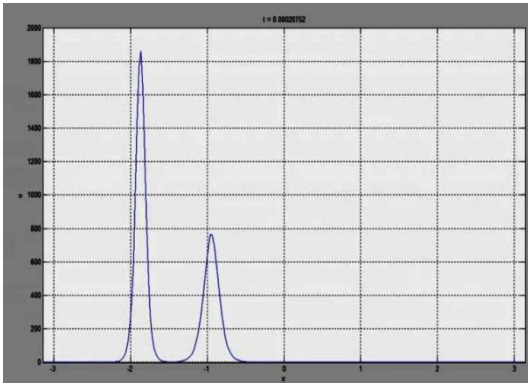
ویژگی های سالیتمون ها را در شکل ریاضی می توان با معادلات دیفرانسیل و مشتقات جزئی به سه دسته تقسیم کرد:

-
1. N. Zabusky
 2. M. D. Kruskal
 3. P. Emplit
 4. P. Hamaide
 5. C. Froehly
 6. F. Reynaud
 7. A. Barthelemy
 8. Barclays University
 9. Llimoges University

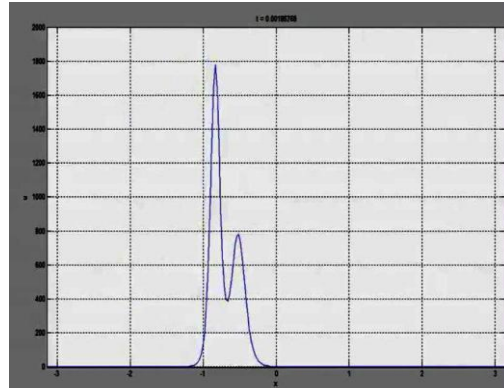
۱-نمایش این امواج به صورتی پایدار به طوری که شکل و سرعت آن ها تغییر نکنند.

۲-محلی بودن آنها یعنی در منطقه ای از فضا محدود هستند.

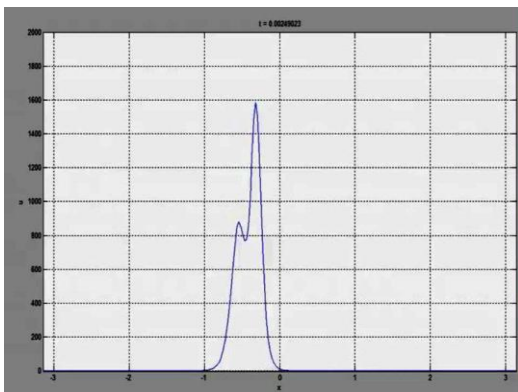
۳-سالیتمون ها با یکدیگر کنش دارند ، اما پس از برخورد بدون تغییر از یکدیگر جدا می شوند. شکل های (۲-۱) و (۳-۱) و (۴-۱) و (۵-۱) دو سالیتمون را قبل و بعد و در هنگام برخورد با هم نشان می دهد:



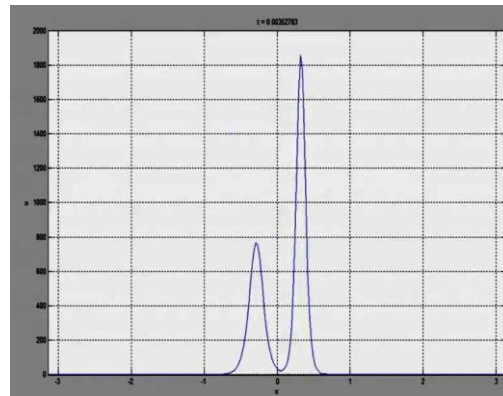
شکل (۲-۱) دو سالیتمون قبل از برخورد



شکل (۳-۱) دو سالیتمون در هنگام برخورد



شکل (۴-۱) دو سالیتمون در هنگام برخورد



شکل (۵-۱) دو سالیتمون بعد از برخورد

اما به جواب هایی از معادله غیر خطی موج، که فقط ویژگی اول را دارند امواج سالیتماری می گویند.