دانشکده علوم

گروه فیزیک

عنوان پایان نامه :

طراحی محاسباتی سطح سنج هسته‌ای با استفاده از کد MCNP و مقایسه با اندازه گیریهای تجربی

ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته فیزیک گرایش هسته‌ای

نگارش:

محسن رضایی

اساتید راهنما: **دکتر رضا ایزدی- دکتر رحیم کوهی**

بهمن ماه۱۳۹۱

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم

به پدر و مادر و همسر مهربانم

تقدیر و تشکر

خدایا تو را سپاس می‌گویم که به من توانایی اندیشیدن بخشیدی...

از زحمات بی دریغ اساتید گرانقدرم آقایان دکتر رضا ایزدی و دکتر رحیم کوهی که در طی این مدت با صبر و پارسایی هرچه تمام، راهنماییم نمودند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

انشاا.. که در پناه الطاف ایزد منان موفق و سربلند باشند.

فهرست مطالب

چکیده..... ۱

فصل اول: کلیاتی در مورد سطح‌سنجی

۱-۱ مقدمه..... ۳

۱-۱-۱ سطح سنج شناوری یا فلوتری(Floater level meter) ۳

۱-۱-۲ سطح سنج پره‌ای ۳

۱-۱-۳ سطح سنج خازنی ۴

۱-۱-۴ سطح‌سنج مقاومتی ۴

۱-۲ اساس کار سطح‌سنج هسته‌ای..... ۴

فصل دوم: طیف‌سنجی گاما و اتلاف انرژی گاما در ماده

۲-۱ مقدمه ۷

۲-۲ مدهای ذخیره‌ی انرژی در آشکارساز..... ۷

۲-۳ ذخیره‌ی انرژی توسط فوتون‌های با E<۱/۰۲۲MeV..... ۷

۲-۳-۱ اثر فوتوالکتریک..... ۷

۲-۳-۲ پدیده‌ی کامپتون..... ۹

۲-۴ ذخیره‌ی انرژی توسط فوتون‌های با E>۱/۰۲۲MeV..... ۱۲

۲-۵ اتلاف انرژی گاما در ماده ۱۵

۲-۶ ضریب‌های انباشت ۱۸

فصل سوم: انجام آزمایش و داده‌برداری

۳-۱ مقدمه ۲۱

۳-۲ چشمه‌های گاما دهنده ۲۱

۳-۳ ساختمان آشکارساز NaI(Tl) ۲۱

۳-۳-۱ سازوکار فرایند سوسوزنی آشکارساز NaI(Tl) ۲۱

۳-۳-۲ لامپ تکثیرکننده‌ی فوتونی ۲۵

۳-۴ ویژگیهای مهم آشکارساز NaI ۲۶

۳-۵ مدار آزمایش ۲۸

۳-۵-۱ نتایج داده‌برداری برای آب ۳۰

۳-۵-۲ نتایج داده‌برداری برای پلی‌اتیلن ۳۱

۳-۵-۳ نتایج داده‌برداری برای کاغذ ۳۲

۳-۵-۴ نتایج داده‌برداری برای روغن موتور ۳۴

فصل چهارم: روش محاسباتی

۴-۱ مقدمه ۳۶

۴-۲ کد کامپیوتری MCNP ۳۶

۴-۳ روش مونت کارلو درترابرد ذرات ۳۷

۴-۴ طراحی سیستم ۳۸

۴-۴-۱ هندسه‌ی سیستم ۳۸

۴-۵ ساختارفایل ورودیMCNP۴C ۴۰
۴-۵-۱ کارت سلول ۴۱
۴-۵-۲ کارت سطح ۴۲
۴-۵-۳ کارت داده..... ۴۳
۴-۵-۳-۱ کارت نوع مسئله(MODE) ۴۳
۴-۵-۳-۲ کارت اهمیت ۴۳
۴-۵-۳-۳ خصوصیات چشمه ۴۴
۴-۵-۳-۴ کارتFn ۴۴
۴-۵-۳-۵ کارتEn(تقسیم بندی انرژی خروجی) ۴۴
۴-۵-۳-۶ کارت ماده و معیارهای آن ۴۵
۴-۵-۳-۷ کارت قطع زمان ۴۶
۴-۶ معرفی فایل ورودی ۴۷
۴-۷ نتایج محاسبات ۵۰
۴-۷-۱ نتایج محاسبات برای مواد مورد آزمایش..... ۵۱

فصل پنجم: مقایسه‌ی نتایج تجربی و محاسباتی

۵-۱ مقدمه..... ۵۷
۵-۲ برآورد خطا..... ۷۴

۵-۳ نتیجه گیری. ۷۵

منابع.....۷۶

چکیده

در تمام مراحل آزمایش در این پایان نامه چشمه‌ی رادیوایزوتوپ سزیوم۱۳۷ را زیر مواد مختلف قرارداده، آشکارساز(NaI(Tl را در فاصله‌ی مشخصی از چشمه ثابت کردیم وبا تغییر ضخامت ماده‌ی مورد نظر توسط سامانه‌ی MCA اقدام به اندازه‌گیری سطح زیر قله‌ی فوتوالکتریک نمودیم. وسپس توسط کدMCNP۴C شرایط آزمایش را شبیه سازی کرده و نتایج حاصل از خروجی کد را با نتایج حاصل از آزمایش مقایسه کردیم. نتایج حاصل نشان داد در صورتی که ترکیب مواد مورد آزمایش مشخص باشد، افت نمایی شار فوتون در خصوص نتایج حاصل از آزمایش و خروجی کد توافق خوبی با یکدیگر دارند. و این ایده می‌تواند اساس کار سطح سنج هسته‌ای باشد.

فصل اول:

کلیاتی در مورد روشهای سطح سنجی

۱-۱ مقدمه[۲]

سطح سنجی یا اندازه‌گیری ارتفاع سطح مواد مورد اندازه‌گیری از پائین مخزن تا گاز یا بخار یا ماده دیگری که روی آن را پوشانده است تعریف میگردد.نمونه‌های بسیاری از این سطح سنجی و کنترل سطح مایعات حتی در زندگی روزمره استفاده می‌گردد. نظیراندازه‌گیری سطح مخزن بنزین وسیله نقلیه, کولر آبی و... در زیر به تعدادی از تکنیک‌های رایج ارتفاع‌سنجی در صنعت اشاره شده است

۱-۱-۱ سطح سنج شناوری یا فلوتری[۲](Floater level meter)

از قدیمی‌ترین روشهای اندازه‌گیری سطح مایعات استفاده از خاصیت غوطه‌وری مواد در سطح مایع و نمایش این تغییرات به کمک اتصال به یک نشان‌دهنده می‌باشد. در برخی نمونه‌های این سطح سنج‌ها، با افزایش ارتفاع به وسیله‌ی گوی‌های شناوری که میله‌ای با قابلیت تحرک گوی در وسط آن تعبیه شده است، می‌تواند در ارتفاعی که ازقبل انتخاب کرده‌ایم سوئیچ شود، تا از خروج ماده به مخزن جلوگیری شود. در نمونه های دیگر با توجه به خاصیت مغناطیسی که برای گوی در نظر می‌گیرند میتوانند در کنار سطح مخزن قطعات فلزی رنگی که شبیه به کرکره در کنار هم چیده‌شده اند را تغییر وضعیت دهند و به اپراتور، وضعیت سطح را نمایش دهند. از نقاط ضعف این روش نداشتن خروجی الکترونیکی جهت ارسال وضعت سطح به صورت لحظه به لحظه به اتاق کنترل است

۱-۱-۲ سطح سنج پره‌ای[۲]:

سطح سنج پره‌ای بیشتر در مواردی نظیر مخازن مواد غذائی و مواد جامدی نظیر ماسه و ... کاربرد دارد. این مکانیزم که کاملاً مکانیکی عمل می‌کند، تشکل شده‌است از یک پره‌ی فلزی که دائماً در حال گردیدن است مگر زمانی که مواد به پره می‌رسند. رسیدن مواد به پره باعث میشود موتور از محور خود تغییر وضعیت بدهد و میکروسوئیچی را تحریک کرده و خروجی لازم را بدهد. از نقاط ضعف این روش تمیزکردن مداوم پره‌ها و نداشتن خروجی الکترونیکی جهت ارسال وضعیت سطح به صورت لحظه به لحظه است

۱-۱-۳ سطح سنج‌هاي خازني[۲]

عملکرد این لول مترها همان‌گونه که از اسم آنها بر می‌آید بر اساس خاصیت خازنی که معمولا بین سطح مخزن و الکترود سنسور برقرارمیشود می‌باشد . هر چقدر مقدار مواد بین الکترود و سطح مخزن بیشتر باشد خاصیت دی الکتریک خازن بیشتر شده و بر اساس آن میتوان خروجی متناسب با ارتفاع مخزن به دست آورد . از سطح سنجهای خازنی فقط برای مواد پودری و گرانول یا پرک در مخزن استفاد میشود.

۱-۱-٤ سطح سنج‌های مقاومتی[۲]

عملکرداین سطح‌سنجها براساس خاصیت مقاومت متغیر(رئوستا)می‌باشد.این سطح‌سنجها برای اندازه‌گیری ارتفاع مایع درون مخازن سوخت اتومبیل مورداستفاده قرارمی‌گیرد.برروی سطح مایع دراین مخازن گوی شناوری قرار داردکه این گوی مانندلغزنده‌ی رئوستاعمل می‌کند. باتغییرارتفاع مایع درون مخزن محل گوی برروی رئوستاجابجا شده ومقاومت متغییری رادرمدارقرارمی دهد،و با تغییر مقاومت جریان الکتریکی گذرنده از مدارتغییرمی‌کند.واین جریان متغییر اساس اندازه‌گیری سطح مایع است. این سطح سنج فقط برای مخازن با ارتفاع محدود کارایی دارد.

۱-۲ اساس کار سطح سنج هسته‌ای

هنگامی که یک باریکه‌ی فوتون به شدت I_0 ازدرون ماده‌ای به ضخامت t عبور می‌کند. کسری از فوتون‌ها که بدون هیچ برهمکنشی از درون ماده عبور می‌کند برابر $e^{-\mu t}$ است. با انتخاب این فوتون‌های پراکنده نشده وهدایت آن‌ها به سمت فوتو کاتد یک لامپ فوتوالکتریک، این فوتون‌ها با الکترون‌های آزاد فوتوکاتد برهم‌کنش فوتوالکتریک انجام داده، و در زمانی کمتر از $۱۰^{-۹}$ ثانیه جریان فوتوالکتریکی تولید می‌کنند. اندازه‌ی این جریان فوتوالکتریکی مانند فوتون‌های پراکنده نشده با $e^{-\mu t}$ متناسب است. از روی این جریان می‌توان ارتفاع و یا ضخامت ماده را بدست آورد. این سطح‌سنج نسبت به دیگر سطح‌سنج‌ها دارای خصوصیات زیر است

۱- خروجی یک جریان الکتریکی است که می‌تواند وضعیت سطح را لحظه به لحظه گزارش دهد و بر اساس نظر کاربر در هر ارتفاعی سوئچ شود.

۲- از این سطح‌سنج می‌توان در محیطهایی نظیر کوره‌های ذوب فلزات, مخازن سوخت نفتکش‌ها ، محیط‌های

انفجاری و اسیدی استفاده کرد. و کاربر می‌تواند از طریق اتاق کنترل وضعیت را در خارج از محیط مخزن کنترل کند

فصل دوم:

طیف سنجی گاما

و

اتلاف انرژی گاما درماده

۲-۱ مقدمه[۱]

پرتوهای گاما و X را می‌توان هم به عنوان امواج الکترو مغناطیس در نظر گرفت و هم به صورت ذراتی به نام فوتون .امواج الکترو مغناطیس با طول موج λ و یا با بسامد υ مشخص می‌شوند و فوتون به صورت ذره‌ای است با جرم سکون صفر و بار صفرکه با سرعت نور حرکت می‌کند و دارای انرژی $E = h\upsilon$ است. خواص موجی فوتون فقط برای اندازه‌گیریهای انرژی- پایین به کار می‌رود که بر پایه‌ی اندازه‌گیری طول موج یا فرکانس است. در دیگر موارد در حالت کلی، آشکارسازی فوتون بر اساس بر همکنش‌های آن به صورت ذره مورد نظر می باشد. در این فصل ضمن بررسی مدهای ذخیره انرژی در آشکارساز به اتلاف انرژی و نفوذ تابش در ماده خواهیم پرداخت

۲-۲مدهای ذخیره‌ی انرژی در آشکار ساز[۱]

فوتون‌ها توسط الکترون‌هایی آشکار می‌شوند که بر اثر برهمکنش خود این فوتون‌ها با ماده‌ی آشکار ساز ،آزاد یا پراکنده می‌شوند. مهمترین برهمکنش‌های فوتون با ماده‌ی آشکارساز عبارت اند از اثر فوتوالکتریک، پراکندگی-کامپتون و تولید زوج. الکترون‌ها یا پوزیترون‌های تولید شده در این برهمکنش‌ها انرژی خود را در آشکار ساز ذخیره کرده و در نتیجه‌ی آن یک تپ ولتاژ تولید می‌کنند که عبور پرتو را نشان می‌دهد. ارتفاع تپ ولتاژ متناسب با این انرژی ذخیره شده در آشکار ساز است. برای اینکه بفهمیم آیا این تپ ولتاژ متناسب با انرژی فوتون فرودی است یا خیر باید ببینیم فوتون چگونه برهمکنش می‌کند و چه بر سر انرژیش می‌آید.

۲- ۳ ذخیره‌ی انرژی توسط فوتونهای با $E <$ ۱/۰۲۲MeV[۱]

فوتون با $E <$ ۱/۰۲۲MeV فقط می‌تواند از طریق اثرفوتوالکتریک یا کامپتون برهمکنش انجام دهد

۲-۳-۱اثرفوتوالکتریک[۱]

اگر برهمکنش فوتو الکتریک رخ دهد، فوتون نابود می‌شود و یک الکترون که آن را اکنون فتوالکترون می‌نامیم با انرژی (E-B)، که B انرژی بستگی الکترون به اتم است، ظاهر می‌شود . برد الکترون در یک جامد یا یک بلور سوسوزن یا یک نیمرسانا، آنقدر کوتاه است که می‌توان با اطمینان فرض کرد همه‌ی انرژی

الکترون در آشکارساز ذخیره می‌شود. اگر برهمکنش خیلی نزدیک دیواره رخ دهد، الکترون ممکن است فقط بخشی از انرژیش را در آشکارساز ذخیره کند، اما احتمال چنین رویدادی کم است. در عمل فرض می‌کنیم که انرژی کل همه‌ی فوتوالکترون ها در آشکارساز ذخیره می‌شود. این انرژی به اندازه B(انرژی بستگی الکترون) کمتر از انرژی فوتون فرودی است. حال این پرسش مطرح است که چه بر سر انرژی B می‌آید. پس از رویداد پدیده‌ی فوتوالکتریک، در مدت زمانی حدود 10^{-8} ثانیه الکترون از لایه های اتمی بیرونی به محل خالی درونی فرو می افتد. به دنبال این گذار الکترونی یک پرتو X یا یک الکترون اوژه گسیل خواهد شد. (هرگاه الکترونی درون یک اتم از پوسته‌ای بالاتر به پوسته‌ای پایین‌تر برود تابشی گسیل می‌کند، که انرژی آن به اختلاف انرژی دو پوسته وابسته است) اثر اوژه به فرایند بدون تابشی گفته می‌شود که در آن اتم یا یونی که پیشاپیش با از دست دادن یکی از الکترون‌های پوسته‌ی داخلی یونیده شده است، جای خالی پوسته‌ی داخلی را با یک الکترون پوسته‌ی خارجی پر می‌کند و همزمان یکی دیگر از الکترون‌های پوسته‌ی خارجی را به بیرون می-فرستد. الکترون آزاد در این فرایند به افتخار پی‌یراوژه که در سال ۱۹۲۵توانست آزمایش‌هایش درباره‌ی یونش اتم-های نئون، آرگون،کریپتون و زنون ر ابر اثر تابش پرتوهای x به درستی تعبیر کند، الکترون اوژه نامیده می‌شود[۲] الکترون اوژه نیز همه‌ی انرژیش را در آشکارساز ذخیره خواهد کرد. پرتوx با انرژی حدود$۱۰۰keV$یاکمتر با احتمال زیاد دوباره برهمکنش فوتوالکتریکی انجام داده و الکترون دیگری به وجود می‌آورد. نتیجه‌ی خالص این برهمکنش‌های پی‌درپی آن است که بخش B(انرژی بستگی) انرژی‌گامای فرودی نیز در آشکارساز ذخیره می شود. همه‌ی این رویدادها در زمانی از مرتبه‌ی 10^{-8} ثانیه رخ می‌دهد. چون تشکیل تپ ولتاژ حدود 10^{-6} ثانیه طول می-کشد، هر دو بخش انرژی یعنی

$E-B=$ انرژی فوتوالکترون

$B=$ انرژی پرتوx

در تشکیل تپ شرکت می‌کنند، که ارتفاع این تپ متناسب است با

$E=(E-B)+B$ (انرژی فوتون فرودی)

لذا نتیجه می‌گیریم اگر فوتون از طریق پدیده‌ی فوتوالکتریک برهمکنش کند تپ حاصل ارتفاعی دارد که متناسب است با انرژی ذره‌ی فرودی

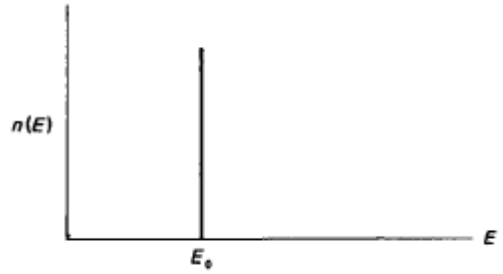
۲-۳-۲ پدیده‌ی کامپتون[۱]

اگر پراکندگی کامپتون رخ دهد، فقط کسری از انرژی فوتون در برخورد اولیه به الکترون داده می‌شود. فوتون پراکنده‌ای نیز بوجود می‌آید که بقیه‌ی انرژی را با خود می‌برد. انرژی الکترون در آشکارساز ذخیره می‌شود و فوتون پراکنده ممکن است در درون آشکار ساز دوباره برهمکنش انجام دهد یا انجام ندهد. احتمال بر همکنش ثانویه به اندازه‌ی آشکارساز، محل برهم‌کنش اول، انرژی فوتون پراکنده و ماده‌ای که آشکارساز از آن ساخته می‌شود بستگی دارد همیشه شانس فرار فوتون پراکنده از آشکارساز وجود دارد، مگر آنکه اندازه‌ی آشکارساز بزرگ باشد. در این صورت ارتفاع تپ متناسب است با انرژی کمتر از انرژی فوتون فرودی. از اثر کامپتون می-دانیم که انرژی الکترون‌های این پدیده در گستره‌ی صفر تا مقدار بیشینه‌ی T_{Max} است که مقدار این انرژی بیشینه از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

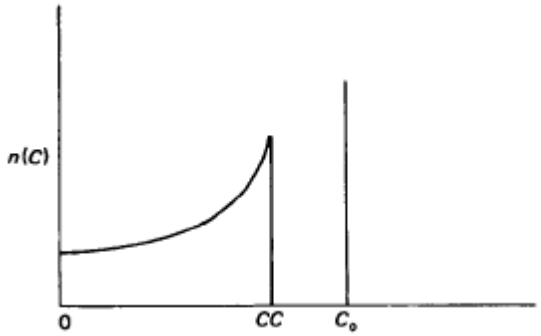
$$T_{Max} = E - \frac{E}{۱ + ۲E/m_۰c^۲} \qquad (۱-۲)$$

در این رابطه، E انرژی فوتون فرودی و $m_۰c^۲ = ۰/۵۱۱MeV$ جرم سکون الکترون است. در نتیجه اگر برهمکنش پراکندگی کامپتون باشد، ارتفاع تپ‌های ایجاد شده بین $V = ۰V$ (متناسب با ۰ $T_{Max} =$ هیچ برهمکنش‌صورت نگیرد)، تا V_{Max} (متناسب با انرژی بیشینه‌ی T_{Max} رابطه‌ی (۲-۱))توزیع خواهد شد

شکلهای۲-۱تا۲-۳چگونگی نگاشت طیف یک فوتون تک انرژی را در نتیجه‌ی برهمکنش‌های کامپتون و فوتوالکتریک نشان می‌دهد.

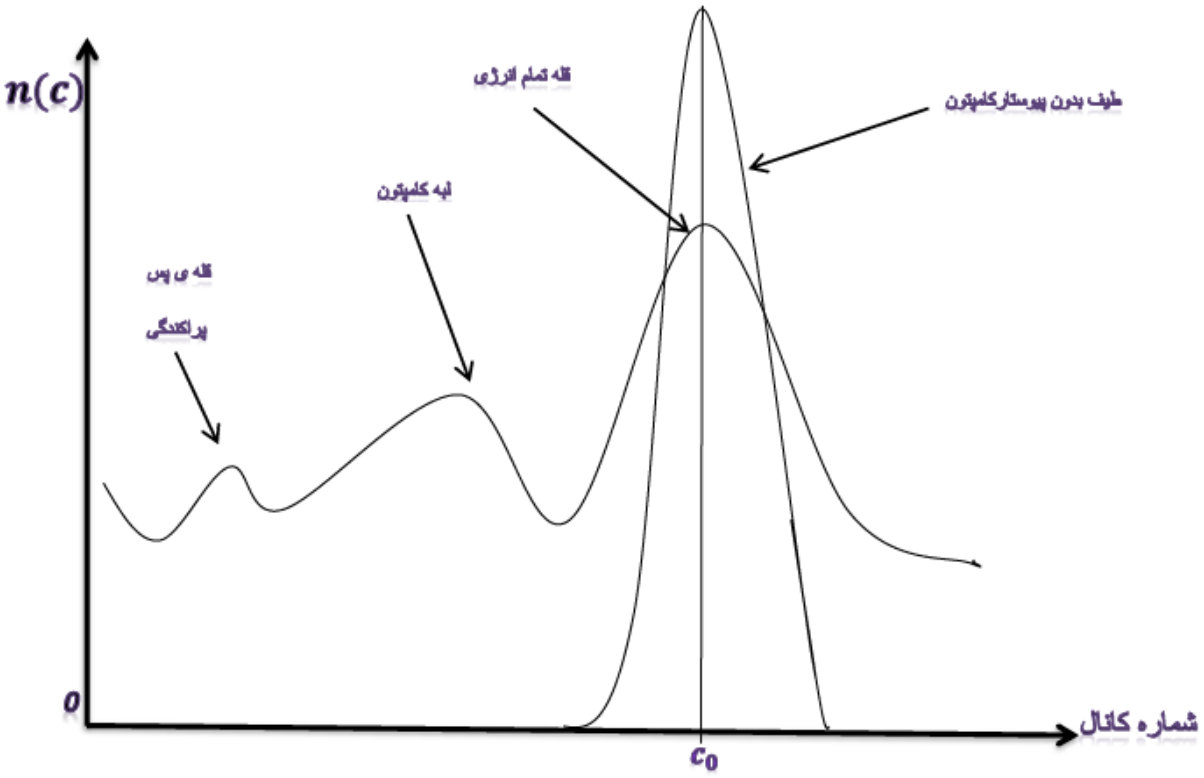


(شکل۲-۱) طیف ایده‌آل گامای تک انرژی (طیف چشمه)[۱]



شکل۲-۲: طیف ارتفاع تپ حاصل از چشمه‌ی شکل۱- ۱در غیاب افت و خیزهای آماری در آشکارساز[۱]

شکل۲-۱ طیف گامای یک چشمه‌ی تک انرژی را، در صورتی که قدرت تفکیک آشکارساز ایده‌آل باشد، نشان می‌دهد.این چشمه‌ی تک انرژی در دستگاه MCA طیف اندازه‌گیری شده‌ی شکل۲-۲ را تولید می‌کند بعضی از تپها، فوتون‌هایی تولید می‌کنند که در کانال C_0 ، متناسب با انرژی E_0 ، ثبت می‌شوند .به این ترتیب در قله‌ی اصلی طیف،که قله‌ی"تمام-انرژی"نامیده می‌شود، سهیم می‌شوند. الکترون‌های کامپتون بخش پیوسته طیف را که از کانال صفر تا کانال CC ادامه دارد و به پیوستار کامپتون مشهور است تولید می‌کنند. انتهای پیوستار کامپتون که لبه‌ی کامپتون خوانده می‌شود همخوان با انرژی داده شده با معادله‌ی ۲-۱ است. چون هیچ آشکارسازی دارای قدرت تفکیک ایده‌آل‌نیست، طیف اندازه‌گیری شده قطعاً مطابق شکل ۲-۲ نخواهد بود در بهترین شرایط طیفی مانند شکل ۲-۳ بدست می‌آید.



شکل ۲-۳ طیف ارتفاع تپ اندازه‌گیری شده حاصل از شکل ۲-۱ . افت و خیزهای آماری، قله و پیوستار کامپتون را پهن می‌کنند[۱]

گاهی برهمکنش کامپتون خیلی نزدیک سطح آشکارساز یا در ماده‌ی حفاظی که آن را در برگرفته است رخ می‌دهد. در این صورت احتمال زیادی وجود دارد که الکترون فرار کند و فقط انرژی فوتون پراکنده در آشکارساز ذخیره شود. کمینه انرژی فوتون پراکنده، که مربوط به پراکندگی تحت زاویه‌ی ۱۸۰درجه و یا به اصطلاح پس-پراکندگی است، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$E_{min} = \frac{E}{۱+۲E/m_{\cdot}c^{۲}} \qquad (۲-۲)$$

گاهی قله‌ی نسبتاً پهن و کوچکی متناسب با انرژی داده شده با رابطه‌ی ۲-۲ در طیف‌های گاما دیده می‌شود.این قله را قله‌ی پس پراکندگی می‌نامند(شکل ۲-۳). کسری از شمارش‌ها، که خارج از قله‌ی"تمام-انرژی"ثبت می‌شوند که همه‌ی آنها مربوط به پدیده‌ی کامپتون می‌باشند، بستگی به انرژی گاما و اندازه‌ی آشکارساز دارند.

هر چه انرژی گاما کمتر باشد، نسبت ضریب پراکندگی کامپتون به ضریب تضعیف کل یعنی($\frac{\sigma}{\mu}$)، کمتر می‌شود. لذا کسربزرگتری از ذرات برهمکنش فوتوالکتریک کرده و در قله‌ی تمام انرژی ثبت می‌شوند، و به این ترتیب، بخش پیوستار کامپتون را کاهش می‌دهند. اندازه‌ی پیوستار کامپتون به اندازه‌ی آشکارساز هم بستگی دارد. هرچه آشکارساز بزرگتر باشد احتمال برهمکنش‌های کامپتونی ثانویه بیشتر است[۱]

۲-٤ ذخیره‌ی‌انرژی توسط فوتونهای با $E > ۱/۰۲۲MeV$[۱]

اگر $E > ۱/۰۲۲MeV$ باشد، علاوه بر پدیده‌های فوتوالکتریک و کامپتون، تولید زوج هم ممکن است رخ دهد. در تولید زوج فوتون نابود می‌شود و یک زوج الکترون-پوزیترون ظاهر می‌شود. به این معنا که $۱/۰۲۲MeV$ انرژی به جرم سکون زوج تبدیل خواهد شد. انرژی کل زوج الکترون-پوزیترون برابر است با

$$T_{e^-} + T_{e^+} = E - ۱/۰۲۲\ MeV \qquad (۳-۲)$$

انرژی هردو ذره در آشکارساز ذخیره می‌شود و در نتیجه، تپ‌هایی متناسب با $T = E - ۱/۰۲۲MeV$ تولید می‌شود حال این پرسش مطرح است که چه بر سر $۱/۰۲۲MeV$ انرژی می‌آید؟

پوزیترون در زمان کوتاه، کوتاهتر از زمان تشکیل تپ، کند شده و به پایان بردش می‌رسد. بعضی اوقات در حین حرکت (ولی‌بیشتردرپایان‌راهش) با یک الکترون اتمی ترکیب می‌شود، سپس هر دو نابود شده وغالبا دوگاماتولید می شود، که هر کدام دارای انرژی $۰/۵۱۱MeV$هستند. سرنوشت این گاماهای نابودی با رخدادهایی همراه است.

۱- انرژی هر دو گامای نابودی در آشکار ساز ذخیره می‌شود. در این صورت تپی با ارتفاع متناسب با انرژی زیر تولید خواهد شد

$$(E - ۱/۰۲۲) + ۱/۰۲۲ = E$$

۲- هر دو گامای نابودی فرار می‌کنند. در این صورت تپی با ارتفاع متناسب با انرژی ($E - ۱/۰۲۲MeV$) تشکیل می‌شود

۳- یکی از فوتون‌های نابودی فرار می‌کند و تپی متناسب با انرژی زیر تشکیل می‌شود

$$E - ۱/۰۲۲MeV + ۰/۵۱۱MeV = E - ۰/۵۱۱MeV$$