مقدمه..... ۱
فصل اول: بررسی منابع..... ۳
۱-۱) مقدمه..... ۴
۱-۲) تفسیر از دیدگاه کیهان شناسی..... ۵
۱-۳) مراحل تکامل کیهان..... ۸
۱-۴) بررسی شتاب جهان امروزی..... ۱۲
۱-۵) بررسی انبساط شتابدار جهان با استفاده از بحث میدان‌های اسکالر و ماده..... ۱۶
فصل دوم: مبانی و روش‌ها..... ۲۲
۲-۱) کنش‌ها و معادلات میدان..... ۲۳
۲-۱-۱) صورت بندی متریک..... ۲۴
۲-۱-۲) صورت بندی پلاتینی..... ۳۳
۲-۱-۳) صورت بندی متریک- آفین ۴۰
۲-۲) هم‌ارزی با نظریه برانس- دیکی و طبقه بندی نظریه‌ها..... ۴۹
۲-۲-۱) هم‌ارزی صورت بندی متریک..... ۵۲
۲-۲-۲) هم‌ارزی صورت بندی پلاتینی..... ۵۴
۲-۲-۳) طبقه بندی گرانش $f(R)$ ۵۵
۲-۲-۴) دلایل انتخاب گرانش $f(R)$ ۵۸
فصل سوم: نتایج و بحث..... ۶۰
۳-۱) مقدمه..... ۶۱
۳-۲) بررسی جواب‌های معادلات میدان برای چند مورد خاص..... ۶۲
۳-۲-۱) جواب‌های متقارن کروی و مستقل از زمان برای فضای خلاء..... ۶۲
۳-۲-۱-۱) جواب با انحناء ثابت..... ۶۸

۳-۲-۱-۲) جواب‌های کلی با $s(r)p(r) = const$ ۷۰

۳-۲-۱-۳) جواب‌های دقیق ۷۲

۳-۲-۲) جواب‌های خلاء متقارن استوانه‌ای استاتیک ۷۶

۳-۲-۳) جواب‌های دقیق مدل گرانشی $f(R)$ جفت شده به الکترودینامیک غیرخطی ۸۳

۳-۳) جمع بندی ۸۹

نتیجه گیری و پیشنهادات ۹۰

منابع ۹۲

مقدمه

تئوری‌های گرانشی تعمیم یافته دارای تاریخچه طولانی در بین مباحث کیهان شناسی است. در واقع فقط چهار سال پس از معرفی نسبیت عام اینشتین، شک و سؤال در مورد جایگاه منحصر به فرد GR بین نظریه‌های گرانشی شروع شد. وایل و ادینگتون اولین کسانی بودند که شروع به تعمیم این نظریه با در نظر گرفتن مراتب بالای ناورداها در کنش کردند. در حال حاضر گرانش تعمیم یافته، میان مباحث کیهان شناسی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

هدف اصلی این پایان نامه مطالعه مورد خاصی از نظریه‌های گرانشی تعمیم یافته به نام نظریه‌های گرانشی $f(R)$ می‌باشد و دلیل این انتخاب این است که این نظریه‌ها در عین سادگی نسبت به سایر نظریه‌های تعمیم یافته دیگر به راحتی پاسخگوی بسیاری از مسائل از قبیل انبساط شتابدار جهان در مورد زمان‌های اخیر و مسائل موجود در فیزیک انرژی‌های بالا می‌باشد. در ادامه به خلاصه کارهای شکل گرفته در این پایان نامه می‌پردازیم:

در فصل اول با بیان تاریخچه‌ای از فعالیت‌های گرانشی، دوره‌های تکامل کیهانی را معرفی کرده و در عین حال اشکالاتی را که در نظریه‌های پیشین در تصحیح نسبیت عام اینشتین موجود است به اجمال بررسی نمودیم و بدین ترتیب در انتهای این فصل انگیزه‌های لازم برای پرداختن به نظریه‌های گرانشی $f(R)$ روشن شده است. در فصل دوم این نظریه‌ها به طور مفصل مطالعه شده، تمامی صورت بندی‌های مربوط به آن بررسی شدند و معادلات میدان مربوط به هر صورت بندی محاسبه شده است. در انتهای فصل دوم هم‌ارزی این نظریه‌ها با کلاس خاصی از نظریه‌های تعمیم یافته دیگر به نام نظریه‌های برانس-

دیکی را بررسی کرده، در نهایت نظریه‌های گرانشی $f(R)$ طبقه بندی شدند و در فصل آخر معادلات میدان نظریه‌های گرانشی $f(R)$ را برای چند مورد خاص حل کرده‌ایم و شرایط هم‌ارزی جواب‌ها با جواب‌های اینشتین را بدست آوردیم.

فصل اول

بررسی منابع

۱-۱) مقدمه

در سال ۱۹۰۵ آلبرت اینشتین نسبیت عام[1] را معرفی کرد و در سال ۱۹۱۵ این تئوری را برای پدیده‌های گرانشی کامل کرد که این تئوری کاملا با نتایج آزمایشات مختلف سازگار بود. البته با بیان این تئوری، تئوری نیوتنی جایگاه خود را در بین دانشمندان از دست نداد و این مطلب بیان شد که این تئوری نسبت به نسبیت عام محدودتر است و برای یک حد خاصی، گرانش نسبیت عام به گرانش نیوتنی کاهش می‌یابد. البته آنچه که در زمان حال مشهود است این می‌باشد که نسبیت عام نیز با همان سؤالات مشابه گرانش نیوتنی مواجه است و در بخش‌های آینده با استفاده از حقیقت‌های تجربی و مسائل تئوری بر صحت این ادعا تأکید می‌گردد.

اما در فیزیک مدرن امروزی، بحث روی دو پایه بزرگ نسبیت عام و تئوری میدان کوانتومی[2] است که هر کدام از این تئوری‌ها در جای خود برای شرح پدیده‌های فیزیکی موفق هستند. نسبیت عام در شرح سیستم‌های گرانشی و چارچوب غیرلخت در یک دید کلاسیکی برای مقیاس‌های بزرگ و تئوری میدان کوانتومی برای انرژی‌های بالا یا چارچوب‌هائی با مقیاس کوچک کاربرد خواهد داشت. نسبیت عام طبیعت کوانتومی ماده را در نظر نمی‌گیرد و طبیعتاً این سؤال را بوجود می‌آورد که اگر یک میدان گرانشی قوی برای مقیاس کوچکی موجود باشد، میدان کوانتومی در حضور گرانش چگونه رفتار خواهد کرد و از طرفی دلایلی نیز وجود دارد که این دو تئوری در محدوده مناسبی می‌توانند یکدیگر را تحت پوشش قرار دهند [۱و۲].

---

[1]- General Relativity
[2]- Quantum Field Theory

پس سؤال دیگری که مطرح می‌شود این است که در چه حوزه‌ای این تئوری‌ها با هم سازگار خواهند بود؟

۱-۲) تفسیر از دیدگاه کیهان شناسی[۱]

در این بخش گرانش نیروئی است که سیر تکاملی جهان را بررسی می‌کند پس به طور خلاصه شرح می‌دهیم که از این نیرو چگونه به معادلات اینشتین دست می‌یابیم. بدین منظور فرض همگنی[۲] و همسانگردی[۳] جهان را در نظر می‌گیریم [۳]. البته این فرض در مقیاس‌های کوچک صادق نیست و برای مقیاس‌های کمی بزرگتر از مقیاس یک دسته کهکشان، یعنی 10^8 سال نوری صادق است. حال به طور خلاصه با تحمیل کردن این فرضیات روی معادلات گرانشی، معادلات متأثر از دینامیک جهان یعنی معادلات فریدمان[۴] را بدست می‌آوریم.

می‌دانیم معادلات اینشتین با روابط زیر بیان می‌گردند:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \qquad (۱-۱)$$

که در آن داریم:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \qquad (۱-۲)$$

[1]- Cosmology
[2]- Homogeneous
[3]- Isotropic
[4]- Friedman

$G_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین، $R_{\mu\nu}$ تانسور ریچی[۱] و R اسکالر ریچی[۲] است که در فصل دوم بیشتر با آنها آشنا می‌شویم. از طرفی با فرض همگنی و همسانگردی، متریک جهان به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$dS^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{d^2r}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2\right] \qquad (۳-۱)$$

که آن را با نام متریک فریدمان–لماتیر–رابرتسون–واکر[۳](FLRW) می‌شناسیم. در این رابطه $k = -1,0,1$ است که در حالت‌های مختلف نشان دهنده تخت بودن، بسته بودن و یا هاپربولیکی و باز بودن جهان است و نیز $a(t)$ ضریب مقیاس[۴] (ضریب طول) است.

با جایگذاری این متریک در معادله (۱–۱) و با فرض سیال کامل بودن ماده یعنی:

$$T^{\mu\nu} = (\rho + P)u^\mu u^\nu + p g^{\mu\nu} \qquad (۴-۱)$$

که u^μ چهار بردار سرعت یک ناظر همراه با سیال، p فشار سیال و ρ چگالی انرژی سیال است، به معادلات زیر می‌رسیم:

$$\{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} \qquad (۵-۱)$$

$$\{\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \qquad (۶-۱)$$

این معادلات، معادلات فریدمان نامیده می‌شوند.

---

[1]- Ricci tensor
[2]- Ricci scaler
[3]- Friedman-Lemaitre-Robertson-Walker metric
[4]- Scale factor

معادله (۱-۵) سرعت انبساط و معادله (۱-۶) شتاب[1] جهان را نشان می‌دهد. اگر در معادله اول سهم k را نادیده بگیریم جهان تا زمانی که ماده در آن باشد، به انبساط ادامه خواهد داد. با وارد کردن جمله مربوط به k باید مقادیر مربوط به k را اعمال کنیم. در صورتیکه $k=0$ باشد، قسمت فضائی متریک (۱-۳) به یک متریک تخت در مختصات کروی کاهش می‌یابد و جهان در این حالت، نامحدود و بی‌کران می‌گردد. در $k=1$ زمانیکه سهم ماده با بخش k موازنه گردد، انبساط متوقف خواهد شد. بنابراین جهان در یک زمان محدود از انبساط متوقف خواهد شد و دوباره متلاشی می‌گردد و برای حالت $k=-1$ حتی اگر ماده کاملاً از بین برود بخش k باعث انبساط همیشگی خواهد شد.

در معادله (۱-۶) بخش k وجود ندارد و این مطلب بیانگر این است که شتاب به مشخصات فضائی انحناء وابسته نیست و از سوئی با توجه به این معادله می‌توان درک کرد که گرانش همیشه در نقش نیروی جاذبه است. اگر در این معادله فشار صفر باشد، علامت منفی طرف راست و مثبت بودن چگالی نشان می‌دهد که انبساط همواره توسط گرانش کند خواهد شد. حال اگر بخش ماده را در نظر بگیریم، در این صورت می‌توان چهار شرط شرط انرژی زیر را در نظرگرفت [۴]:

۱- شرط انرژی خنثی[2] $\rho + p \geq 0$

۲- شرط انرژی ضعیف $\rho \geq 0$ و $\rho + p \geq 0$

۳- شرط انرژی قوی $\rho + p \geq 0$ و $\rho + 3p \geq 0$

۴- شرط انرژی غالب[1] $\rho \geq |p|$

[1]- acceleration
[2]- Null Energy condition

پس با شرط فشار مثبت و یا صادق بودن شرط انرژی قوی، گرانش دوباره در حکم نیروی جاذبه خواهد بود. با توجه به بحث‌های صورت گرفته، می‌توان گفت که بر طبق سناریوی مهابانگ[۲]، جهان در حال انبساط است و بر طبق تئوری نسبیت عام و معادلات فریدمان از این انبساط همواره باید کاسته شود ولی آیا این همان رویدادی است که در حال حاضر رخ می‌دهد؟

۱-۳) مراحل تکامل کیهان

معادلات فریدمان را با استفاده از دو فرض همگنی و همسانگردی جهان بدست آوردیم که هر دوی این فرض‌ها با استفاده از مشاهدات امروزی قابل قبول به نظر می‌رسند ولی در این بین سؤالی که مطرح است این می‌باشد که جهان چگونه به این مرحله از تحول خود رسیده است و چگونه می‌توان توجیهی برای این انبساط شتابدار جهان یافت؟ در ابتدا باید بررسی کنیم که شرح شروع جهان با استفاده از مهابانگ و ادامه آن با معادلات فریدمان تا چه اندازه‌ای به حقیقت نزدیک می‌باشد و این نظریات با چه مشکلاتی روبرو هستند؟ بحث را با بیان مشکلات زیر ادامه می‌دهیم:

الف: مشکل افق[۳]

می‌دانیم نور و یا به عبارتی هر سیگنال حامل اطلاعات محدوده خاص خود را داراست و با پذیرفتن سناریوی مهابانگ می‌دانیم که هر ناحیه‌ای از فضا- زمان در دسترس ما نیست. دورترین فاصله از فضا- زمان که از آن نقطه اطلاعاتی دریافت می‌کنیم را افق ذره می‌نامیم. پس هر اتفاقی خارج از این افق دور از

---

[1]- Dominat Energy condition
[2]- Bing Bang scenario
[3]- Horizon problem

دسترس ما می‌باشد. از طرفی به طور تجربی می‌دانیم جهان همگن و همسانگرد است و وجود زمینه میکروویو[1] با دمای حدود $2.3^{\circ}K$ نشان دهنده این مطلب است. چنین دمائی را در حال حاضر فقط می-توان به حادثه مهابانگ نسبت داد که امروزه به دلیل انبساط جهان، طول موج‌های خیلی کوچک اولیه تبدیل به طول موج‌های بلند با دمای خیلی پائین می‌شود. حال اگر یک زاویه کوچک $d\Omega$ را در یک راستای دلخواه از جهان در نظر بگیریم و در دستگاه استاندارد به عقب برگردیم نواحی مدنظر به لحاظ علیتی از هم منفک می‌گردند و این سؤال پیش خواهد آمد که این نواحی متفاوت در زمان حاضر چطور در حال تعادل هستند؟ این مطلب همان مشکل افق می‌باشد که برای اطلاعات بیشتر می‌توان به [۳و۵] مراجعه کرد.

ب: مشکل تخت بودن فعلی جهان[2]

برای بررسی این مشکل ابتدا تعاریف زیر را بیان می‌کنیم:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \qquad (۷-۱)$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \qquad (۸-۱)$$

این چگالی به نام چگالی بحرانی[3] معروف است که بوسیله آن می‌توان هندسه سه بعدی تخت درست کرد. حال کسر بدون بعد زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \qquad (۹-۱)$$

[1]- Microwave Background
[2]- Flatness problem
[3]- Critical density

و اگر داشته باشیم:

$$\Omega_K = -\frac{K}{a^2H^2} \qquad (۱۰-۱)$$

از معادله (۱-۵) می‌توان به سادگی نوشت:

$$\Omega + \Omega_K = 1 \qquad (۱۱-۱)$$

می‌دانیم سهم Ω_K در این معادله بسیار کوچک است، پس Ω باید خیلی به یک نزدیک باشد (برای مثال [۶] را ببینید). در صورتی که $\Omega > 1$ باشد شتاب جهان منفی می‌شود و طول عمر آن تا به امروز ادامه نداشت و اگر $\Omega < 1$ باشد فرصت تشکیل ساختارها بدست نمی‌آمد و شتاب جهان خیلی سریع‌تر می‌شد. پس می‌توان ادعا کرد که در این حالت وضعیت جهان به یک مقدار خیلی حساس وابسته می‌شد که این خود نشان دهنده مشکل ذکر شده است. البته به غیر از این مشکلات مسأله دیده نشدن تک قطبی-ها نیز وجود دارد.

برای رفع این مسائل پیشنهاداتی ارائه شد که از جمله می‌توان به نظریه میسنر[1] اشاره کرد [۷]. اما مقبول‌ترین نظریه، پیشنهاد آلن گوس[2] به نام دوره تورمی[3] است [۸] که شامل یک انبساط نمائی است و از خصوصیات این دوره $\ddot{a} > 0$ می‌باشد که در این صورت داریم:

$$\rho + 3p < 0 \implies \rho < -3p \qquad (۱۲-۱)$$

[1]- Misner
[2]- Alan Guth
[3]- Inflationary period

در این حالت فشار منفی است. در این مرحله، جهان در یک زمان کوتاه خیلی سریع انبساط می‌یابد. البته لازم به ذکر است که وجود این مرحله با مرحله مهابانگ در تناقض نیست، چون در آن حالت فشار مثبت و شرط انرژی قوی حاکم است.

هر چند که در بالا با بیان مشکلات تئوری واری، نمونه تورمی را ارائه دادیم ولی امروزه یکی از مزایای بزرگ نمونه تورمی، شرح فرم ساختار مقیاس بزرگ با استفاده از نوسانات کوانتومی است [۹]. از طرفی لازم به ذکر است که ارائه هر تئوری دیگری با شرایط اولیه خاص که به جهان امروزی منجر شود بسیار سخت است [۱۰].

در ضمن با استفاده از مدل دوره تورمی می‌توان راه حل ساده‌ای برای انبساط شتابدار حال حاضر جهان ارائه داد. می‌دانیم که مقدار Ω خیلی نزدیک به یک است در صورتی که فقط ۲۴ درصد آن مربوط به سهم ماده می‌باشد. پس به نظر می‌رسد که انرژی ناشناخته‌ای به نام انرژی تاریک[1] در جهان موجود است. حال اگر انرژی تاریک را مانند سیال کامل با معادله حالت $p = w\rho$ در نظر بگیریم، آزمایشات تجربی نشان می‌دهد که $w = -1.06^{+0.13}_{-0.08}$ است که با این مشخصات انرژی تاریک در معادله (۱-۱۲) صدق می‌کند و از طرفی چون این انرژی، انرژی غالب بر جهان امروزی است پس به نظر می‌رسد که جهان یک انبساط شتابدار را تحمل نماید. البته این مطلب پیشتر توسط بررسی‌های ابرنواختر[2] نشان داده شده بود [۱۱].

[1]- Dark Energy
[2]- Supernova surveys

مابین مرحله تورمی و شتاب امروزی جهان باید نواحی از تکامل کیهانی قرار دهیم. پس می‌توان ادعا کرد که بعد از تورم، سناریوی مهابانگ رخ می‌دهد و بعد از آن تجربیات نشان می‌دهد که ابتدا ناحیه تشعشعی در کیهان غالب بوده است [۱۲] و از آنجائی که چگالی انرژی ماده با a^{-3} (معکوس حجم) و چگالی انرژی تشعشعی با a^{-4} متناسب هستند، بعد از مدتی به طور طبیعی ناحیه مادی بر ناحیه تشعشعی غالب می‌گردد. پس تصور فعلی از تکامل جهان را می‌توان در مراحل زیر در نظر گرفت:

۱- ناحیه ماقبل تورمی (احتمالاً ناحیه گرانش کوانتومی)

۲- ناحیه تورمی

۳- ناحیه تشعشعی

۴- ناحیه مادی

۵- یک ناحیه ثانوی که به ناحیه انبساط شتابدار فعلی معروف است.

چهار ناحیه ابتدائی از فرضیات نسبیت عام حاصل می‌گردد در حالی که ناحیه پنجم با این تئوری قابل پیش بینی نیست.

۱-۴) بررسی شتاب جهان امروزی

مشاهدات معما گونه تنها به انرژی تاریک مربوط نمی‌گردد. همانطور که گفتیم Ω_m فقط ۲۴ درصد از چگالی جهان را در برمی‌گیرد ولی فقط ۴ درصد مربوط به ماده باریونی[1] معمول است و ۲۰ درصد

[1]- Baryonic matter

مربوط به ماده تاریک[1] می‌گردد. البته بحث ماده تاریک مربوط به بحث کیهان شناسی نیست و به طور تاریخی در سال ۱۹۳۳ فریتز[2] به مسأله جرم گمشده در خوشه‌های کوما[3] اشاره کرد [۱۳و۱۴] ، در ۱۹۵۹ کان[4] و والتر[5] به وجود ماده تاریک در کهکشان‌های تکی اشاره کردند [۱۵] و در سال ۱۹۷۰ بحث منحنی‌های چرخان[6]، وجود ماده تاریک را کاملاً تأیید کرد. لازم به ذکر است که استفاده از مدل-هائی که در آن ماده تاریک و انرژی به عنوان عناصر اصلی مطرح هستند حیرت‌آور است.

تا اینجا سعی کردیم مختصری از مباحث دوره‌های قبلی جهان را بررسی کنیم. حال سعی داریم تا روی مشخصات جهان امروزی و رفتار شتابدار آن بحث کنیم. بررسی انبساط شتابدار جهان در مبحث ماده تاریک و انرژی تاریک هم تعجب‌آور و هم گیج کننده است، چون چنین راه حلی به پایه‌های مدل کیهان شناسی استاندارد نزدیک نیست و در آن در حدود ۹۶ درصد از جهان ناشناخته است. با این وجود می‌خواهیم با ارائه ساده‌ترین مدل که با داده‌های تجربی مطابقت دارد شروع کنیم.

اولین فیزیکدانی که جهانی با نمایش انبساط شتابدار را بررسی کرد، ویلیام دوسیتر[7] بود [۱۶]. برای اینکه فضا- زمان دوسیتر جواب معادلات اینشتین باشد باید به معادلات اینشتین یک ثابت کیهان شناسی[8] اضافه کرد و بدین منظور به طرف چپ معادله بالا $\Lambda g_{\mu\nu}$ را اضافه می‌کنیم. اینشتین چنین بخشی را در ابتدا قائل نبود و چون این جمله هیچ مشکلی به لحاظ ریاضی در گرانش ایجاد نمی‌کرد آن را اضافه نمود. پس اینشتین اولین کسی بود که ثابت کیهانی را معرفی کرد [۱۷] تا یک جهان باز و ایستا با توزیع

1- Dark matter
2- Fritz zwicky
3- Coma cluster
4- Kahn
5- Waljter
6- Rotation curves
7- Willem de Sitter
8- Cosmological constant

ماده یکنواخت را بررسی کند ولی با بیان جهان در حال انبساط توسط هابل[1] این ایده خود را کنار گذاشت. در متریک دوسیتر ضریب مقیاس (طول) و پارامتر هابل به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$a(t) = e^{Ht} \qquad (۱-۱۳)$$

$$H = \frac{8\pi G}{3}\,\Lambda \qquad (۱-۱۴)$$

در این حالت انبساط به صورت نمائی صورت می‌گیرد. جواب دوسیتر یک جواب خلاء است. اگر به معادلات میدان بخش ثابت کیهان شناسی را اضافه کنیم، معادلات فریدمان (۱-۵) و (۱-۶) باید به صورت زیر اصلاح گردد تا فضا- زمان دوسیتر به عنوان جواب معادلات فریدمان پذیرفته شود:

$$\{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho+\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \qquad (۱-۱۵)$$

$$\{\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda}{3} - \frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \qquad (۱-۱۶)$$

از طرفی چون مقدار ثابت کیهانی در طول تحول بدون تغییر است و چگالی ماده با نسبت a^3 کاهش می‌یابد پس یک فاز جدید از انبساط شتابدار برای جهان امروزی معرفی می‌گردد، چون بخش ثابت کیهان شناسی بر بخش مادی غالب است. در این حالت Ω از دو قسمت Ω_Λ و Ω_m تشکیل می-شود پس داریم:

$$\Omega + \Omega_K = 1 \Longrightarrow \Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \qquad (۱-۱۷)$$

[1]- Hubble

در این حالت ثابت کیهان شناسی مسؤولیت انرژی تاریک را در انبساط شتابدار جهان برعهده می-گیرد و باز هم Ω_m مجموعی از ماده باریونی و ماده تاریک است. توجه در این مدل ماده تاریک سرد مدنظر است یعنی به غیر از تقابل گرانش، فعل و انفعال دیگری ندارد و آنها را می‌توان به عنوان ذرات غیر برخوردی در نظر گرفت که دارای معادله حالت $p = 0$ هستند. از این مدل با عنوان مدل ΛCDM[1] نامبرده می‌شود. این ساده‌ترین مدل برای بررسی وضعیت اخیر کیهان بود با وجود اینکه بصیرتی درباره ماده تاریک و دلیل حضور ثابت کیهانی بدست نمی‌دهد.

حال به بررسی مشکلات ثابت کیهان شناسی می‌پردازیم. اگر بخش ثابت کیهان شناسی را به سمت راست معادلات میدان جابه‌جا کنیم و آن را به عنوان بخشی از ماده معرفی کنیم، ثابت کیهان شناسی می-تواند انرژی خلاء وابسته به میدان مادی را نشان دهد. از طرفی مقدار تانسور انرژی ممنتوم در خلاء برابر است با:

$$< T_{\mu\nu} >= -< \rho > g_{\mu\nu} \qquad (۱۸-۱)$$

که در آن $< \rho >$ به طور کلی غیرصفر است. برای مثال در مورد یک میدان اسکالر، چگالی انرژی به صورت زیر است:

$$\rho_{\varphi} = \frac{1}{2}\varphi^2 + V(\varphi) \qquad (۱۹-۱)$$

[1]- Λ Cold Dark matter

و در یک نقطه Φ_0 دلیلی وجود ندارد که $V(\varphi_0)$ هم صفر باشد و در کل نیز می‌توان انتظار داشت که میدان‌های مادی دارای انرژی خلاء غیرصفر هستند چون $< \rho >$ غیرصفر است. پس با این حساب می‌توان رابطه ثابت کیهان شناسی را با $< p >$ به صورت زیر نوشت:

$$\Lambda = 8\pi G < \rho > \qquad (۲۰-۱)$$

از طرفی محاسبات مقدار $\rho_\Lambda \approx (10^{27} ev)^4$ نشان می‌دهد در حالیکه تجربیات مقدار $\rho_\Lambda \approx (10^{-3} ev)^4$ را معرفی می‌کند که این تفاوت بزرگ با نام مشکل ثابت کیهان شناسی یاد می‌گردد. علاوه بر این مشکل، یک مشکل دیگر تحت عنوان مشکل انطباق[1] نیز مطرح است که به این مطلب اشاره دارد که چرا در این زمان گذر از ماده غالب به ثابت کیهان شناسی غالب رخ می‌دهد و چرا حالا با مسأله انبساط شتابدار روبرو هستیم [۱۸].

۱-۵) بررسی انبساط شتابدار جهان با استفاده از بحث میدان‌های اسکالر[2] و مادی

قبلا" در مورد نیاز برای وجود یک دوره تورمی در جهان اولیه بحث کردیم ولی علتی را برای وجود چنین جهان شتابداری بررسی نکردیم. ثابت کیهان شناسی می‌تواند یک دلیل برای چنین دوره‌ای باشد ولی این دلیل به طور خیلی ساده‌ای محدود و دارای اشکالاتی است چون زمانی که ثابت کیهان شناسی بر ماده غالب شد روشی برای تسلط دوباره ماده وجود ندارد. در حالیکه بعد از دوره تورمی ساختار در جهان پدید آمده و وجود ما در آن نشانه‌ای بر این مطلب است. برای این منظور و برای شرح تورم از

[1]- Coincidence problem
[2]- Scalar fields