

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

۱۳۸۰ / ۱۱۲ / ۲۸



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده مهندسی عمران

## روشهای گراف تئوریکی جبری برای ترتیب گرهی مدلهای اجزای محدود

۰۱۶۵۵۵

رسول رحمانی ذرق

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته

مهندسی عمران-سازه

۳۹۸۸۳

استاد راهنما :

دکتر علی کاوه

پاییز ۱۳۸۰

۳۹۱۱۳

تَقْدِيمَهُ

پدر و مادر مهربانه

خواهران و برادرانه

## چکیده

کاربرد روش اجزا محدود در بسیاری از مسائل تحلیل و طراحی مهندسی و تحقیقاتی، رو به گسترش است و انتظار می‌رود در سالهای آینده نیز مورد استفاده بسیاری از مهندسان و محققان قرار گیرد. روش اجزاء محدود برای تحلیل سازه‌ها، یک یک روش عددی قدرتمندی است که برای تحلیل مسائل پیچیده سازه‌ای مانند شبکه‌های نامنظم با بازشوهای داخلی و گوششایی نامنظم مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای حصول به نتایج بهتر و دقیق‌تر مدل اجزاء محدود با تعداد گره‌ها و المانهای زیاد اختیار می‌گردد و امروزه اجزایی با اصلاح متعدد و گره‌های میانی زیاد بطور گستردگی مورد استفاده می‌گیرد. سازه‌های فضایی کار نیز که کاربرد گسترده‌ای در سطح جهانی برای پوشش دهانه‌های بزرگ و پوشش سطوح با معماری خاص دارند، دارای تعداد المانها و گره‌های زیادی می‌باشند.

برای سازه‌های علمی بزرگ بین سی تا پنجاه درصد زمان اجرای رایانه‌ای برای حل دستگاه معادلات مربوط به تحلیل صرف می‌شود. در حل مسائل بهینه یابی سازه‌ای و دینامیکی و مسائل غیر خطی این میزان به شدت افزایش می‌یابد بنابراین طبیعی است که کوشش شود تا هزینه یک محاسبه رایانه‌ای که تابعی از زمان اجرا و حافظه اطلاعات رایانه‌ای است کاهش یابد.

مشخصه‌های بهینگی ماتریسهای اتصالی عبارت است از عرض نوار ماتریس و یا پروفیل آن که با توجه به توضیحات بالا در مورد اجزاء محدود و سازه‌های فضایی کار پر عضو تغییرات قابل توجهی در عرض نوار تک تک ردیف‌ها صورت می‌گیرد و در نتیجه طبیعی است که دنبال روش‌هایی بود که هم در محاسبات و هم در نحوه ذخیره سازی آنها بتوان این تغییرات را منعکس کرد.

در این پایان نامه پس از معرفی روش تغییر مکانها (سختی) در تحلیل اجزاء محدود و سازه‌ها تبدیلات توپولوژیکی مدل‌های اجزا محدود که توسط دکتر کاوه تعریف شده‌اند برای استفاده در شماره‌گذاری بهینه معرفی می‌شوند. هدف اصلی ترتیب گرهی در اجزاء محدود پر عضو است که این کار با استفاده از روش‌های گراف تئوریکی جبری انجام می‌شود.

نحوه قرارگیری درایه‌های غیر صفر ماتریس سختی و پراکندگی آنها در ماتریسهای اتصالی یا به عبارت دیگر الگوی ماتریس سنتی، زمان اجرای برنامه، عرض نوار و پروفیل ماتریس سفتی برای مثالها ارائه شده‌اند. قابل ذکر است که در مراحل مختلف پایان نامه برنامه‌های رایانه‌ای موثری نوشته شده‌اند مانند استخراج توپولوژی سازه از فایل ترسیمی در نرم‌افزار Auto Cad 14 و آماده سازی آن برای تحلیل، مدل کردن سازه توسط تبدیلات توپولوژیکی معرفی شده توسط دکتر کاوه، ترتیب گرهی با استفاده از ماتریس لابلاسین مکمل  $L$  گراف در هر کدام از مدلها انجام شده است.

## **تقدیر و تشکر:**

از استاد محترم جناب آقای دکتر علی کاوه که با ارائه راهنماییهای مدرسانه و دلسوزانه خود نظارت و سرپرستی این پروژه را بر عهده داشته‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از اعضای هیأت داوری آقایان دکتر وفایی و دکتر برباری به خاطر حضور در جلسه دفاعیه و فراهم نمودن امکان ارائه پربار آن صمیمانه تشکر می‌نمایم.

از دوستان عزیز آقایان مهندس محمود ظفری و مهندس محمد جمالزاده که در تهیه و تدوین این پایان نامه نقش داشته‌اند بسیار متشرکم، همچنین از دوستانی که در جلسه دفاعیه حضور داشتند تشکر و قدردانی می‌نمایم.

صفحه	عنوان
	<b>فصل اول - مقدمه</b>
۲	۱ - مقدمه
	<b>فصل دوم - مقدمه‌ای به تئوری گراف و گراف تئوری جبری</b>
۷	۲ - ۱ - مقدمه
۷	۲ - مفاهیم مخصوص
۸	۳ - مفاهیم نمایشی
۹	۴ - تعاریف اساسی
۱۰	۵ - عملیات بر روی گراف
۱۱	۶ - ماتریس‌های وابسته به یک گراف
۱۲	۱ - ۶ - ماتریس همسایگی
۱۳	۲ - ۶ - ماتریس تطبیقی عضو-گروه
۱۴	۳ - ۶ - ماتریس فهرست اعضاء
۱۵	۴ - ۶ - فهرست همسایگی
۱۵	۵ - ۶ - فهرست همسایگی فشرده
۱۶	۶ - ۶ - ماتریس لاپلاسین
۱۷	۷ - طیف ماتریس همسایگی گرهی
۱۸	۸ - طیف ماتریس لاپلاسین
	<b>فصل سوم - تبدیلات توپولوژیکی</b>
۲۱	۱ - ۳ - مقدمه
۲۱	۲ - تبدیلات توپولوژیکی
۲۱	۳ - ۲ - ۱ - روش گراف عضو-کامل (ECGM)

صفحه	عنوان
۲۲	۲-۲-۲- روش گراف اسکلتی (SGM)
۲۲	۲-۲-۳- روش گراف عضو- ستاره‌ای (ESGM)
۲۳	۲-۲-۴- روش گراف عضو- چرخه‌ای (EWGM)
۲۴	۲-۲-۵- روش گراف مثلثی نسبی (PTGM)
۲۵	۲-۲-۶- روش گراف مثلثی (TGM)
۲۶	۲-۲-۷- روش گراف وابسته طبیعی (NAGM)
۲۶	۲-۲-۸- روش گراف انطباقی (IGM)
۲۷	۲-۲-۹- روش گراف شاخص (RGM)
۲۸	۲-۲-۱۰- روش گراف شاخص کامل (CRGM)

#### فصل چهارم - ترتیب گرهی در اجزای محدود با استفاده از روش گراف تئوریکی جبری

۴-۱- مقدمه	۴
۴-۲- روشهای حل دستگاه معادلات سازه‌ای	۴
۴-۳- روشهای حل دستگاه معادلات تنک	۴
۴-۳-۱- ساختار نواری	۴
۴-۳-۲- ساختار پروفیل	۴
۴-۳-۳- ساختار جبهه‌ای	۴
۴-۴- ساختار کلی ترتیب گرهی در اجزاء محدود	۴
۴-۵- تاشه‌پردازی شبکه اجزاء محدود	۴
۴-۶- تبدیلات توپولوژیکی مدل‌های اجزاء محدود	۴
۴-۷- روش‌های گراف تئوریک جبری (طیف) برای ترتیب گرهی	۴
۴۱	

عنوان	صفحه
۴ - ۱ - استفاده از ماتریس لاپلاسین گراف.....	۴۱
۴ - ۲ - علت مناسب بودن روش طیفی.....	۴۴
۴ - ۳ - استفاده از ماتریس لاپلاسین مکمل گراف.....	۴۸
 <b>فصل پنجم - معرفی و حل مثالها</b>	
۵ - ۱ - مقدمه.....	۵۳
۵ - ۲ - معرفی برنامه کامپیوتروی <b>Arrange</b> و <b>Todxf</b> .....	۵۳
۵ - ۳ - معرفی مثالها و نتایج .....	۵۴
 <b>فصل ششم - نتیجه گیری</b>	
۶ - ۱ - نتیجه گیری .....	۱۰۷
۶ - ۲ - پیشنهاد کارهای آتی .....	۱۰۸
 <b>پیوست اول - متن برنامه های کامپیوتروی</b>	
پ - ۱ - ۱ - مقدمه .....	۱۱۰
پ - ۱ - ۲ - معرفی برنامه <b>FETP</b> .....	۱۱۰
پ - ۱ - ۳ - معرفی برنامه <b>ARRANGE</b> .....	۱۱۰
پ - ۱ - ۴ - معرفی برنامه <b>TODXF</b> .....	۱۱۱
پ - ۱ - ۵ - معرفی برنامه <b>MATIN</b> .....	۱۱۱
مراجع .....	۱۳۱

عنوان	فهرست اشکال	صفحه
شکل (۲ - ۱) عناصر گرهای گراف .....	شکل اشکال	۱۲ .....
شکل (۲ - ۲) ماتریس همسایگی گرهی .....	فهرست اشکال	۱۲ .....
شکل (۲ - ۳) ماتریس تطبیقی عضو-گره .....	فهرست اشکال	۱۴ .....
شکل (۲ - ۴) ماتریس فهرست اعضاء .....	فهرست اشکال	۱۴ .....
شکل (۲ - ۵) فهرست همسایگی .....	فهرست اشکال	۱۵ .....
شکل (۲ - ۶) فهرست همسایگی فشرده .....	فهرست اشکال	۱۵ .....
شکل (۲ - ۷) ماتریس لاپلاسین گراف .....	فهرست اشکال	۱۷ .....
شکل (۲ - ۸) ماتریس لاپلاسین مکمل گراف .....	فهرست اشکال	۱۷ .....
شکل (۳ - ۱) مدل اجزای محدود و گراف عضو-کامل آن .....	فهرست اشکال	۲۲ .....
شکل (۳ - ۲) گراف اسکلتی مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۲ .....
شکل (۳ - ۳) گراف عضو-ستاره‌ای مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۳ .....
شکل (۳ - ۴) گراف عضو-چرخه‌ای مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۳ .....
شکل (۳ - ۵) گراف اسکلتی و SRTn و گراف مثلثی نسبی مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۴ .....
شکل (۳ - ۶) گراف مثلثی مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۵ .....
شکل (۳ - ۷) گراف وابسته طبیعی مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۶ .....
شکل (۳ - ۸) گراف انطباقی مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۷ .....
شکل (۳ - ۹) گراف شاخص مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۸ .....
شکل (۳ - ۱۰) گراف شاخص کامل مدل اجزای محدود در شکل (۳ - ۱ - ۳) (a - ۱ - ۳) .....	فهرست اشکال	۲۸ .....
شکل (۴ - ۱) یک گراف و تعاریف ساختارهای آن .....	فهرست اشکال	۳۴ .....
شکل (۴ - ۲) مراحل روش جبهه‌ای .....	فهرست اشکال	۳۷ .....



عنوان	فهرست اشکال	صفحه
شکل (۴ - ۳) مدل المان محدود و شماره گذاری آن	۴۳	
شکل (۵ - ۱) مثال شماره ۱	۵۷	
شکل (۵ - ۲) مثال شماره ۲	۵۷	
شکل (۵ - ۳) مثال شماره ۳	۵۸	
شکل (۵ - ۴) مثال شماره ۴	۵۸	
شکل (۵ - ۵) مثال شماره ۵	۵۹	
شکل (۵ - ۶) مثال شماره ۶	۵۹	
شکل (۵ - ۷) مثال شماره ۷	۶۰	
شکل (۵ - ۸) مثال شماره ۸	۶۰	
شکل (۵ - ۹) گرافهای مربوط به مثال شماره ۷	۶۱	
شکل (۵ - ۱۰) مثال شماره ۹	۶۲	
شکل (۵ - ۱۱) مثال شماره ۱۰	۶۲	
شکل (۵ - ۱۲) گرافهای مربوط به مثال شماره ۹	۶۳	
شکل (۵ - ۱۳) مثال شماره ۱۱	۶۴	
شکل (۵ - ۱۴) مثال شماره ۱۲	۶۴	
شکل (۵ - ۱۵) مثال شماره ۱۳	۶۵	
شکل (۵ - ۱۶) مثال شماره ۱۴	۶۵	
شکل (۵ - ۱۷) گرافهای مربوط به مثال شماره ۱۳	۶۶	
شکل (۵ - ۱۸) مثال شماره ۱۵	۶۷	
شکل (۵ - ۱۹) مثال شماره ۱۶	۶۷	

عنوان	فهرست اشکال	صفحه
شکل (۵ - ۲۰) گرافهای مربوط به مثال شماره ۱۵ ..... ۶۸		
شکل (۵ - ۲۱) مثال شماره ۱۷ ..... ۶۹		
شکل (۵ - ۲۲) مثال شماره ۱۸ ..... ۶۹		
شکل (۵ - ۲۳) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱ ..... ۷۴		
شکل (۵ - ۲۴) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲ ..... ۷۵		
شکل (۵ - ۲۵) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۳ ..... ۷۶		
شکل (۵ - ۲۶) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۴ ..... ۷۷		
شکل (۵ - ۲۷) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۵ ..... ۷۸		
شکل (۵ - ۲۸) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۶ ..... ۷۹		
شکل (۵ - ۲۹) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۷ ..... ۸۰		
شکل (۵ - ۳۰) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۸ ..... ۸۱		
شکل (۵ - ۳۱) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۹ ..... ۸۲		
شکل (۵ - ۳۲) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۰ ..... ۸۳		
شکل (۵ - ۳۳) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۱ ..... ۸۴		
شکل (۵ - ۳۴) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۲ ..... ۸۵		
شکل (۵ - ۳۵) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۳ ..... ۸۶		
شکل (۵ - ۳۶) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۴ ..... ۸۷		
شکل (۵ - ۳۷) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۵ ..... ۸۸		
شکل (۵ - ۳۸) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۶ ..... ۸۹		
شکل (۵ - ۳۹) الگوی ماتریس‌های سختی برای مثال شماره ۱ ..... ۹۰		

عنوان	فهرست اشکال	صفحة
شکل (۵ - ۴۰) الگوی ماتریس‌های سختی برای مثال شماره ۵	۹۱	
شکل (۵ - ۴۱) الگوی ماتریس‌های سختی برای مثال شماره ۶	۹۲	
شکل (۵ - ۴۲) الگوی ماتریس‌های سختی برای مثال شماره ۷	۹۳	
شکل (۵ - ۴۳) مثال شماره ۱۹ و ۲۰	۹۴	۲۰
شکل (۵ - ۴۴) مثال شماره ۲۱	۹۴	۲۱
شکل (۵ - ۴۵) مثال شماره ۲۲	۹۵	۲۲
شکل (۵ - ۴۶) مثال شماره ۲۳	۹۵	۲۳
شکل (۵ - ۴۷) مثال شماره ۲۴	۹۶	۲۴
شکل (۵ - ۴۸) مثال شماره ۲۵	۹۶	۲۵
شکل (۵ - ۴۹) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۱۹	۹۹	۱۹
شکل (۵ - ۵۰) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲۰	۱۰۰	۲۰
شکل (۵ - ۵۱) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲۱	۱۰۱	۲۱
شکل (۵ - ۵۲) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲۲	۱۰۲	۲۲
شکل (۵ - ۵۳) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲۳	۱۰۳	۲۳
شکل (۵ - ۵۴) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲۴	۱۰۴	۲۴
شکل (۵ - ۵۵) نمودار مربوط به نتایج مثال شماره ۲۵	۱۰۵	۲۵

عنوان	فهرست جداول	صفحة
جدول (٥ - ١) نتایج مثال شماره ١	٧٠	جدول
جدول (٥ - ٢) نتایج مثال شماره ٢	٧٠	جدول
جدول (٥ - ٣) نتایج مثال شماره ٣	٧٠	جدول
جدول (٥ - ٤) نتایج مثال شماره ٤	٧٠	جدول
جدول (٥ - ٥) نتایج مثال شماره ٥	٧١	جدول
جدول (٥ - ٦) نتایج مثال شماره ٦	٧١	جدول
جدول (٥ - ٧) نتایج مثال شماره ٧	٧١	جدول
جدول (٥ - ٨) نتایج مثال شماره ٨	٧١	جدول
جدول (٥ - ٩) نتایج مثال شماره ٩	٧٢	جدول
جدول (٥ - ١٠) نتایج مثال شماره ١٠	٧٢	جدول
جدول (٥ - ١١) نتایج مثال شماره ١١	٧٢	جدول
جدول (٥ - ١٢) نتایج مثال شماره ١٢	٧٢	جدول
جدول (٥ - ١٣) نتایج مثال شماره ١٣	٧٣	جدول
جدول (٥ - ١٤) نتایج مثال شماره ١٤	٧٣	جدول
جدول (٥ - ١٥) نتایج مثال شماره ١٥	٧٣	جدول
جدول (٥ - ١٦) نتایج مثال شماره ١٦	٧٣	جدول
جدول (٥ - ١٧) نتایج مثال شماره ١٩	٩٧	جدول
جدول (٥ - ١٨) نتایج مثال شماره ٢٠	٩٧	جدول
جدول (٥ - ١٩) نتایج مثال شماره ٢١	٩٧	جدول

عنوان	فهرست جداول	صفحة
جدول (٥ - ٢٠) نتایج مثال شماره ٢٢ .....	فهرست جداول	٩٧
جدول (٥ - ٢١) نتایج مثال شماره ٢٣ .....	فهرست جداول	٩٨
جدول (٥ - ٢٢) نتایج مثال شماره ٢٤ .....	فهرست جداول	٩٨
جدول (٥ - ٢٣) نتایج مثال شماره ٢٥ .....	فهرست جداول	٩٨

# فصل اول

مقدمه