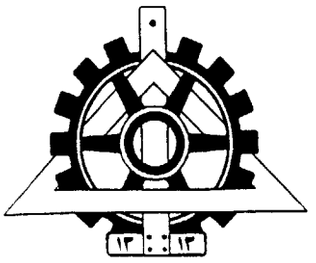
بسم الله الرحمن الرحيم

٣١٨٢٤



دانشگاه تهران

حل معادلات ناویر-استوکس دوبُعدی با استفاده از روش چندبلوکی

۱۳۷۹ /۹/ ۱۶

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدارک

توسط : آرمان محسنی

استاد راهنما : دکتر وحید اصفهانیان

پایان‌نامه جهت دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد

در

مهندسی مکانیک، گرایش تبدیل انرژی

8924

گروه مکانیک، دانشکده فنی

پاییز سال ۱۳۷۹

۳۱۸۲۴

دانشگاه تهران
دانشکده فنی، گروه مهندسی مکانیک

پایان‌نامه جهت دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد
مهندسی مکانیک، گرایش تبدیل انرژی

عنوان

حل معادلات ناویر – استوکس دوبُعدی با استفاده از روش چندبلوکی

توسط: آرمان محسنی
استاد راهنما: دکتر وحید اصفهانیان

از این پایان‌نامه در تاریخ ۱۳۷۹/۷/۵ در مقابل هیأت داوران دفاع به‌عمل آمد و مورد تصویب قرار گرفت.

۱- سرپرست کمیته تحصیلات تکمیلی دانشکده فنی

۲- مدیر گروه آموزشی: دکتر سید احمد نوربخش

۳- نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر منصور نیکخواه بهرامی

۴- استاد راهنما: دکتر وحید اصفهانیان

۵- استاد مشاور: دکتر محمدحسن رحیمیان

۶- استاد ناظر: دکتر کیوان صادقی

چکیده

روش چندبلوکی یکی از روشهای زیربنایی در حل مسائل عددی می‌باشد و به‌طور گسترده برای حل میدانهای جریانی که دارای پیچیدگی هندسی هستند، به‌کار می‌رود. در این روش میدان جریان به چند ناحیه یا بلوک تقسیم می‌شود و در هر یک شبکهٔ جداگانه‌ای تولید می‌گردد. به این ترتیب علاوه بر تسهیل در ایجد شبکه‌های محاسباتی مناسب، امکان پردازش موازی محاسبات فراهم می‌آید و مشکل کمبود حافظه رایانه ویا پیچیدگی هندسی میدان جریان به‌شکل قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. در این تحقیق روش چندبلوکی برای حل میدانهای جریان دوبعدی با شبکه‌های چندبلوکی هم‌پوشان پیوسته و ناپیوسته مورد مطالعه قرار می‌گیرد و کاربرد آن در حل معادلات اویلر و ناویر-استوکس به روش بیم-وارمینگ در جریانهای زیرصوت، گذرصوت و مافوق‌صوت دائم ارائه می‌گردد.

تقدیر و تشکر

به این وسیله از زحمات بی‌دریغ و راهنماییهای ارزندهٔ استاد محترم جناب آقای دکتر وحید اصفهانیان در جهت رفع مشکلات و پیشبرد اهداف این پایان‌نامه کمال تشکر و قدردانی را دارم. همچنین از زحمات جناب آقای مهندس عزیز عظیمی در جهت رفع مشکلات برنامه‌نویسی سپاس گزارم .

فهرست مطالب

۱ مقدمه ۱

۱-۱ شبکه‌های چندبلوکی و انواع بلوک‌ها ۱

۱-۲ شرایط مرزی بین‌بلوکی ۶

۱-۳ پردازش موازی و روندهای حل چندبلوکی ۸

۱-۴ پایداری و همگرایی الگوریتم‌های چندبلوکی ۹

۱-۵ ویژگیها و کاربردهای روش چندبلوکی ۱۱

۱-۶ مراحل و اهداف پایان‌نامه ۱۵

۲ معادله‌های حاکم بر جریان سیال ۱۶

۲-۱ شرایط حاکم بر جریان سیال ۱۶

۲-۲ معادله‌ی حاکم ۱۷

۲-۳ معادلات حاکم در فضای دو بعدی و روش بیم-وارمینگ ۲۲

۲-۴ بررسی شرایط مرزی ۲۸

۳ روش بیم-وارمینگ برای حل معادلات ناویر-استوکس تراکم پذیر ۳۱

۳-۱ فرمولبندی روش بیم-وارمینگ ۳۱

۳-۲ خطی سازی معادلات ۳۳

۳-۲-۱ شبکه، μ^* و λ^* مستقل از زمان ۳۵

۳-۲-۲ شبکه وابسته به زمان، μ^* و λ^* مستقل از زمان ۳۶

۳-۲-۳ شبکه، μ^* و λ^* وابسته به زمان ۳۸
۳-۳ فاکتورگیری ۳۹
۳-۴ استهلاک مصنوعی ۴۰
۴ روش چندبلوکی **۴۲**
۴-۱ ملاحظات هندسی ۴۲
۴-۲ تولید شبکه ۴۶
۴-۳ شرایط مرزی بین‌بلوکی ۴۸
۴-۳-۱ روش جستجوی سلولها در نواحی هم‌پوشان ۴۸
۴-۳-۲ میانیابی براساس مشخصات هندسی سلول ۴۹
۴-۳-۳ میانیابی با استفاده از بسط تیلر ۵۰
۵ برنامه محاسباتی **۵۲**
۶ نتایج و پیشنهادات **۵۵**
الف‌محاسبه مولفه ماتریسهای ژاکوبین **۶۰**
ب شبکه‌سازی به روش بیضوی **۸۸**
ب-۱ تبدیل شبکه یکنواخت به غیریکنواخت ۸۸
ب-۲ تولید شبکه بیضوی ۹۰
پ شبکه‌سازی به روش هذلولوی **۹۲**
ت نمودارها **۹۴**

فصل ۱

مقدمه

در بسیاری از مسائل دینامیک سیالات محاسباتی، پیچیدگی هندسی[1] میدان جریان باعث می‌شود که تولید شبکه محاسباتی مناسب برای حل معادلات جریان دشوار ویا ناممکن شود. همچنین با توجه به برنامه محاسباتی مورد استفاده، حداکثر تعداد نقاط شبکه و به دنبال آن اندازه فیزیکی میدان جریان محدود به اندازه حافظهٔاصلی رایانه می‌باشد. به‌منظور رفع این مشکلات و همچنین در پی ساخته‌شدن رایانه‌های چندپردازنده، روش چندبلوکی[2] ابداع شد و کاربرد آن به‌سرعت گسترش یافت. در این روش میدان جریان به ناحیه‌ها یا بلوک‌های مجزا، که می‌توانند به‌صورت جزیی همپوشانی داشته باشند، تقسیم می‌شود و در هرکدام شبکه محاسباتی مناسب تولید می‌گردد و حل میدان جریان از حل میدان در هر بلوک به‌دست می‌آید. به‌هنگام پردازش هر بلوک توسط رایانه، اطلاعات سایر بلوک‌ها می‌تواند در حافظه جانبی (مثل دیسک سخت) ذخیره شود. به این ترتیب محدودیت تعداد نقاط شبکه کاهش می‌یابد و امکان پردازش موازی بلوک‌ها فراهم می‌شود که باعث کاهش چشمگیر زمان انجام حل معادلات می‌گردد. در ادامه ویژگیها و کاربردهای این روش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۱ شبکه‌های چندبلوکی و انواع بلوک‌ها

در یک شبیه‌سازی چندبلوکی، تولید شبکه یکی از وظایف عمده و اولیه است که در یک تقسیم‌بندی کلی به‌صورت زیر می‌باشد [۵] :

الف: تقسیم میدان جریان به بلوک‌ها

۱-Geometric Complexity

۲-Multi-block

ب: تعیین مشخصه‌های هندسی هر بلوک

ج: تولید شبکه در بلوک‌ها

د: بررسی کیفیت شبکه‌ها و بهینه‌سازی آنها

تقسیم میدان جریان به بلوک‌ها از مشکلات اصلی می‌باشد. در حالت سه‌بعدی این امر زمان زیادی به‌خود اختصاص می‌دهد و به‌خصوص در حالت سه‌بعدی، تعیین شکل هندسی بلوک‌ها ممکن است تا چند ماه به‌طول بیانجامد [۲۵]. بیشترین صرفه‌جویی در زمان تولید شبکه چندبلوکی هنگامی حاصل می‌شود که بتوان به‌صورت دلخواه و سریع میدان جریان را به بلوک‌ها تقسیم‌بندی کرد [۳۰]. یکی از روشهای خودکار تقسیم‌بندی، استفاده از شبکه بی‌سازمان است. در این روش نخست با تولید شبکه بی‌سازمان میدان جریان به بلوک‌ها تقسیم‌بندی می‌شود سپس در هر بلوک شبکه باسازمان تولید می‌گردد [۲۵].

در طی مراحل تولید شبکه مسائل زیادی باید مورد توجه قرارگیرد، ازجمله انتخاب روش مناسب برای تولید شبکه، بررسی کلی شکلهای هندسی مورد استفاده و دسته‌بندی اطلاعات مربوط به آنها، تعیین یا انتخاب ساختمان دادهٔ شبکه[۱] تولید شده برای استفاده در برنامه‌های محاسباتی و تعیین مقیاسی جهت اندازه‌گیری کیفیت شبکه برای روش حل مورد استفاده از این جمله‌اند. همچنین شبکه تولید شده باید با روش حل سازگار باشد. برای نمونه در روشهای اختلاف محدود مثل بیم-وارمینگ[۲] برای محدود نگهداشتن خطای گسسته‌سازی باید از شبکه محاسباتی متعامد استفاده شود. مرزهای شبکه باید با دقت کافی بر مرزهای واقعی میدان جریان منطبق باشند و برنامه تولید شبکه باید این توانایی را داشته باشد که با ریزکردن شبکه در بخشهای مورد نیاز بتوان این خطاها را کنترل کند [۵]. با پیچیده‌تر شدن هندسه میدان جریان، تعداد کل گره‌های شبکه به‌طور چشمگیر افزایش می‌یابد. جدول(۱-۱) تعداد گره و بلوک‌های مورد استفاده برای چند میدان جریان را نشان می‌دهد همچنین شکل(۱-۱) شبکه‌سطحی و تقسیم‌بندی به بلوک‌ها برای یک هواپیمای فوکر را نشان می‌دهد.

یکی از روشهای موثر برای حل میدانهای جریانی که از نظر هندسی پیچیده می‌باشند، استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان است، اما حجم اطلاعات مربوط به این نوع شبکه زیاد است و در اغلب روشهای عددی قابل استفاده نمی‌باشد. شبکه‌های باسازمان اگر به‌صورت چندبلوکی به‌کار روند در بسیاری از کاربردها می‌توانند جایگزین مناسبی

۱-Grid Data Structure

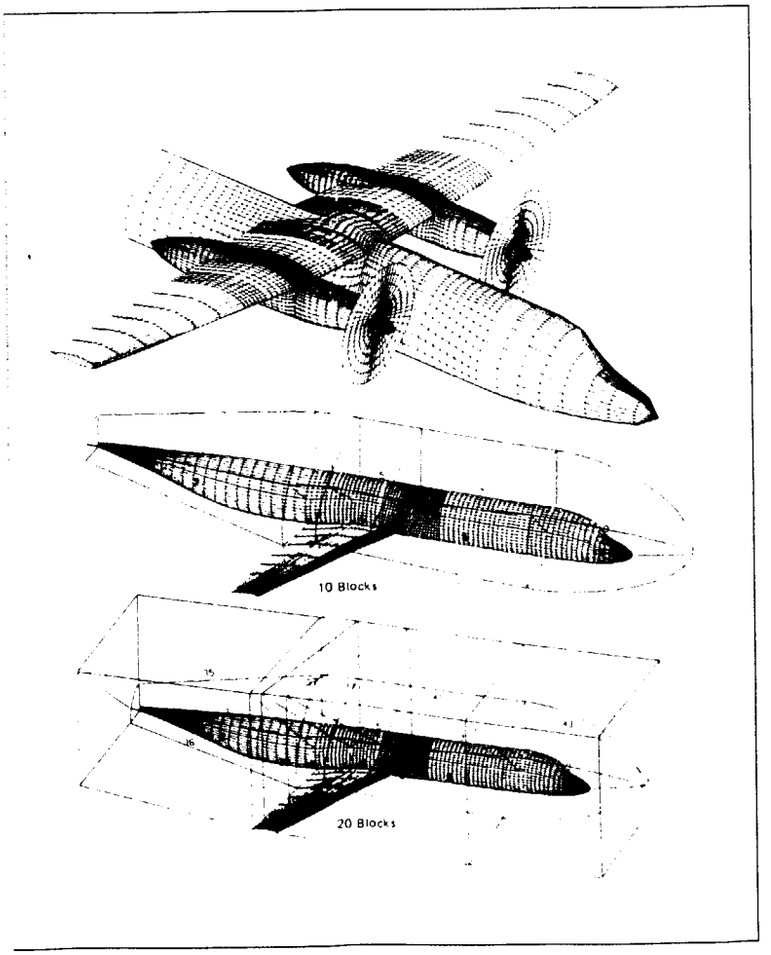
۲-Beam-Warming

جدول(۱-۱) : تعداد گره و بلوک برای چند میدان جریان [۱]

میدان جریان	تعداد گره	تعداد بلوک
تونل باد اس. ای. آر. ال.[1]	۷۷۷۰۰۰	۱۶
هواپیمای اف-۱۵	۳۰۳۶۰۰۰	۶۶
بال مثلثی و بدنه هواپیما	۹۷۰۰۰۰	۲۲
کپسول نجات هواپیمای بی-۱	۳۳۷۰۰۰	۴۲

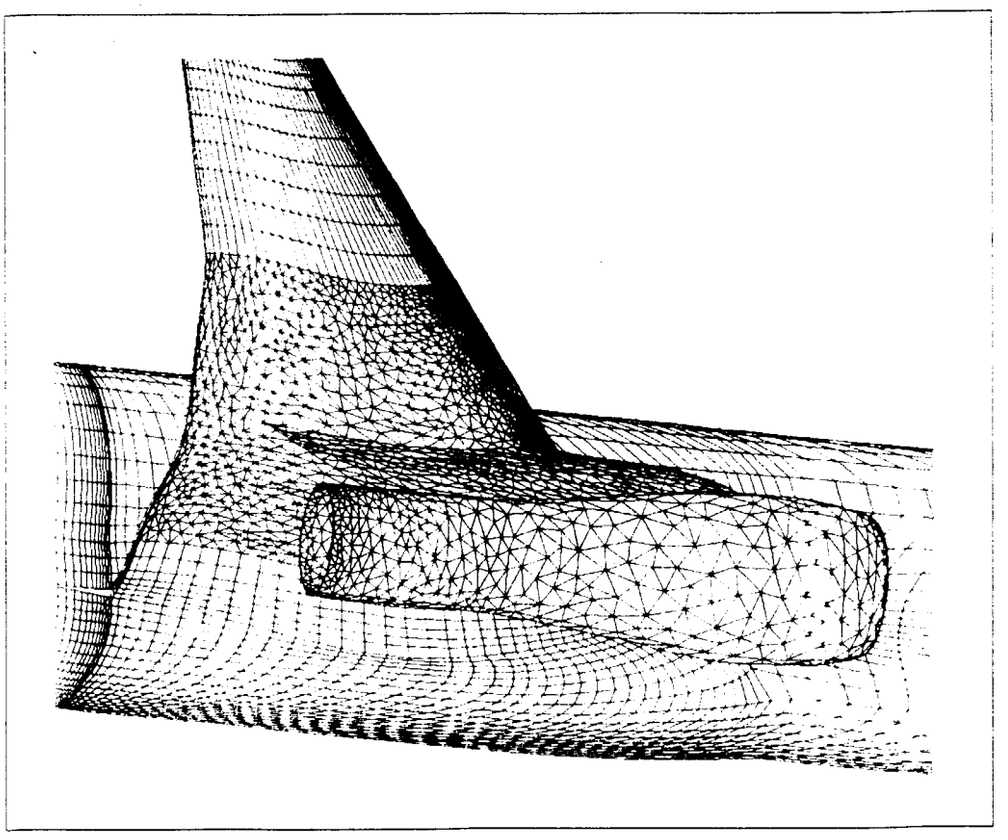
برای آنها باشند [۱۰]. به این دلیل در اغلب روشهای چندبلوکی از شبکه باسازمان استفاده می‌شود. البته می‌توان برای افزایش دامنه کاربرد روش، در بعضی از بلوک‌ها از شبکه بی‌سازمان استفاده کرد [۶]. شکل(۱-۲) یک نمونه از کاربرد شبکه بی‌سازمان در روش چندبلوکی را نشان می‌دهد.

با توجه به اهمیت تولید شبکه چندبلوکی، تحقیقات گسترده‌ای در زمینه تولید شبکه، روشهای دسته‌بندی اطلاعات



شکل(۱-۱): شبکه‌سطحی و تقسیم‌بندی میدان جریان به بلوک‌ها برای یک هواپیمای فوکر [۵].

1-S.A.R.L. : Subsonic Aerodynamic Research Laboratory



شکل(۱-۲): کاربرد شبکه بی‌سازمان در روش چندبلوکی [۶].

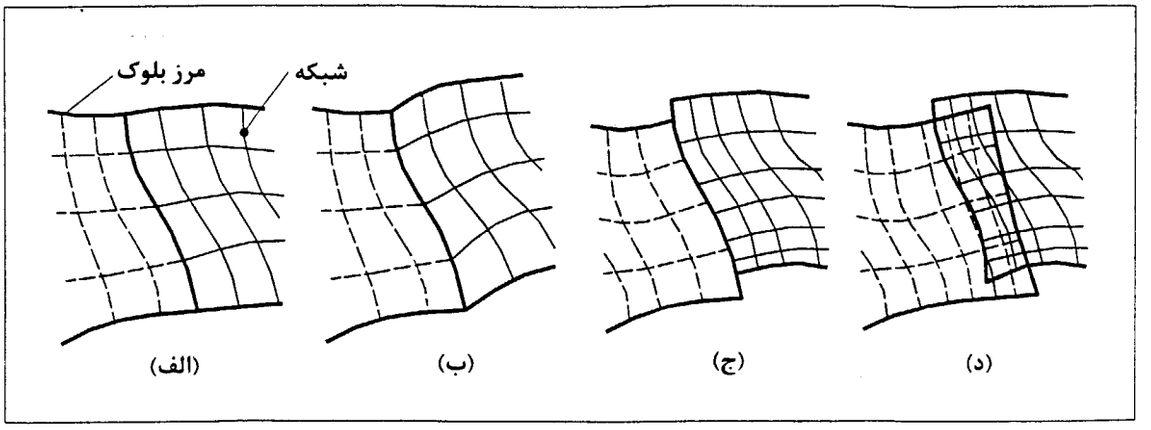
مربوط به بلوک‌ها و همچنین تهیهٔ نرم‌افزارهای تولید شبکه‌ای که برای کاهش نقش کاربر و زمان تولید شبکه به‌ویژه برای شکلهای هندسی پیچیده مانند هواپیما بهینه شده‌باشد، انجام گرفته است [۲۶، ۱، ۱۴، ۳۱، ۲۷، ۸، ۲۸، ۵، ۳۰، ۶].

در حالت کلی بلوک‌ها می‌توانند به‌صورت کنارهم[۱] یا هم‌پوشان[۲] باشند و شبکه‌ها می‌توانند در مرز بلوک‌هاپیوسته هموار یا ناهموار ویا ناپیوسته باشند، شکل(۱-۳). بلوک‌های کنارهم، بلوک‌هایی هستند که ضمن پوشاندن کامل میدان فیزیکی، با یکدیگر هم‌پوشانی نداشته باشند، شکل(۱-۳-الف، ب، ج). در بلوک‌های هم‌پوشان هر بلوک بخشی از بلوک همسایه را می‌پوشاند، شکل(۱-۳-د). اگر دامنه فیزیکی یا میدان جریان یک ناحیه بسته مانند D_p باشد که به ناحیه‌های باز D_i با مرزهای C_i، $i \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$، تقسیم شده‌است آنگاه همواره باید شرط

$$(\cup_{i=1}^{n} D_i) \cup (\cup_{i=1}^{n} C_i) = D_p \qquad (۱-۱)$$

۱-Patched

۲-Overlapping, Overlaid



شکل(۱-۳): حالتهای مختلف بلوک‌ها و شبکه‌ها. (الف) بلوک‌های کنارهم و شبکه پیوسته هموار، (ب) بلوکهای کنارهم و شبکه پیوسته ناهموار، (ج) بلوک‌های کنارهم و شبکه ناپیوسته، (د) بلوکهای هم‌پوشان و شبکه ناپیوسته.

برقرار باشد. در این حالت اگر

$$\forall i,j \in \{۱,۲,۳,\ldots,n\} \wedge i \neq j \; : \; D_i \cap D_j = \emptyset \qquad (۱-۲)$$

آنگاه بلوک‌ها از نوع کنارهم و اگر

$$\forall i,j \in \{۱,۲,۳,\ldots,n\} \wedge i \neq j \; : \; D_i \cap D_j \neq \emptyset \qquad (۱-۳)$$

آنگاه بلوک‌ها از نوع هم‌پوشان می‌باشند. در حالت کلی ممکن است ترکیبی از بلوک‌های کنارهم و هم‌پوشان در یک دامنه فیزیکی وجود داشته باشد اما به‌علت گوناگونی شرایط مرزی به‌ندرت از این حالت استفاده می‌شود.

در مقایسه با بلوک‌های هم‌پوشان، در نوع کنارهم اعمال شرایط مرزی در بین بلوک‌ها ساده‌تر انجام می‌شود و می‌توان روابط پایستگی شارهای عبوری از مرز را به‌کار برد. از طرف دیگر در بلوک‌های هم‌پوشان تولید شبکه آسان‌تر است و برای شکلهای هندسی پیچیده مناسب‌تر می‌باشند ولی انتقال اطلاعات بین بلوک‌ها و اعمال روابط پایستگی شارهای عبوری از مرزها در آنها مشکل‌تر است. در بلوک‌های هم‌پوشان حل میدان جریان برای هر بلوک تا درون بلوک‌های همسایه انجام می‌شود و اغلب متغیرهای مرزی بلوک با استفاده از متغیرهای بلوک‌های همسایه میانیابی می‌شوند [۱۶].

در بلوک‌های کنارهم با شبکه پیوسته هموار، شکل(۱-۲-الف). یک برنامه حل تک‌بلوکی جریان به‌راحتی

می‌تواند برای حالت چندبلوکی به‌کار گرفته شود زیرا نیازی به انجام عملیات خاص در مرز بلوک‌ها نمی‌باشد [۱۰، ۲۲]. در صورتی که شبکه‌ها در مرز بلوک‌ها کمی ناهموار باشند (اختلاف مشتق چپ و راست خط شبکه در مرز بلوک کوچک باشد)، با تقریب می‌توانند به‌عنوان شبکه پیوسته هموار در حل چندبلوکی به‌کار روند [۲۱]. به‌رغم سهولت کاربرد این نوع شبکه شرط پیوستگی، تولید شبکهٔ مناسب را بسیار محدود می‌کند زیرا شبکه‌های پیوسته را نمی‌توان مستقل از هم تولید کرد و چون تعداد خطوط شبکه در هر بلوک وابسته به بلوک‌های مجاور می‌باشد تنظیم توزیع آنها دشوار است [۱۶، ۲۵]. مشکلات و محدودیتهای کاربرد این نوع شبکه منجر به استفاده از شبکه‌های ناپیوسته شده است.

۱-۲ شرایط مرزی بین‌بلوکی

مهمترین بخش در حل چندبلوکی برقراری ارتباط بین بلوک‌ها در هنگام حل ویا اعمال شرایط مرزی بین‌بلوکی[۱] می‌باشد. انتقال اطلاعات بین بلوک‌ها باید با معادلات حاکم سازگار باشد و موجب ناپایداری حل نگردد. برای شبکه‌های پیوسته، اعمال شرایط مرزی با استفاده مستقیم از اطلاعات بلوک‌های همسایه انجام می‌شود. به‌عبارت دیگر هر بلوک به‌طور مستقیم از مقدار متغیرهای میدان در گره‌های شبکه همسایه استفاده می‌کند. این روش برای شبکه‌های ناپیوسته قابل استفاده نیست. در حالت کلی دو روش برای تبادل اطلاعات وجود دارد.

در روش نخست شرایط مرزی در بین بلوک‌ها با استفاده از معادلات حاکم اعمال می‌شود. به این منظور معادلات در مرز بلوک‌ها به‌طور مناسب گسسته و حل می‌شوند. از مزایای این روش امکان حفظ دقت روش حل در مرز بلوک‌ها، هم‌پوشانی کمتر و توانایی حل جریان ناپایدار می‌باشد که در بسیاری از روشهای دیگر دستیابی به آن امکان‌پذیر نیست. از آنجا که اغلب روابط و فرمولهای زیادی باید برای حالتهای مختلف قرارگیری بلوک‌ها گسسته شوند، استفاده از این روش با مشکلاتی همراه است و به‌کارگیری آن برای تبدیل برنامه‌های حل ضمنی تک‌بلوکی به چندبلوکی منجر به اعمال تغییرات عمده در آنها می‌شود و چون حجم معادلات و انجام عملیات محاسباتی در مرز بلوک‌ها نسبت به روشهای دیگر زیاد است، کاهش سرعت حل میدان جریان توسط رایانه را به دنبال دارد. علاوه بر این، روش گسسته‌سازی در مرز بلوک‌ها باید با شکل گسسته معادلات در درون آنها سازگار باشد [۱۵]. در این روش اگر از شبکهٔ ناپیوسته استفاده شود، بسته به روش حل جریان باید از میانیابی در مرز بلوک‌ها نیز استفاده

۱-Interface Conditions

گردد. ساهو و استیگر [۲۲] از این روش برای حل چندبلوکی معادلات به روش بیم-وارمینگ با دقت مرتبه دو استفاده کرده‌اند که در آن از بلوک‌های هم‌پوشان با شبکه پیوسته استفاده شده‌است. آنها نشان دادند که استفاده از گسسته‌سازی مرتبه یک در مرزها موجب بروز خطا در حل می‌شود. اما گسسته‌سازی مرتبه دو می‌تواند حل گذرا را به‌دست دهد ضمن اینکه بر پایداری روش حل تاثیر نامطلوب نمی‌گذارد.

در روش دوم از یک روش میانیابی برای تقریب مقادیر مرزی استفاده می‌شود که در حالت کلی می‌تواند مستقل از معادلات حاکم باشد. در روشهای میانیابی معمولی نیازی به تغییر عمده در روش حل معادلات نمی‌باشد؛ در واقع مستقل از بخش حل‌کننده برنامه محاسباتی عمل می‌کنند. علاوه بر این حجم کمتر عملیات محاسباتی در مرز بلوک‌ها باعث سریعتر شدن اجرای برنامه حل جریان می‌شود. در حالت کلی به‌دست آوردن حل گذرا با استفاده از میانیابی در مرز بلوک‌ها نیاز به استفاده از روشهای خاص اعمال شرایط مرزی و حل معادلات دارد. در بخش بعد یکی از عوامل ایجاد خطا در محاسبه جریان ناپایدار در روش بیم-وارمینگ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در بلوک‌های هم‌پوشان اعمال شرایط مرزی با مشکلاتی همراه است. قبل از اینکه بتوان میانیابی را انجام داد باید سلولی از بلوک همسایه را که دربرگیرنده گره مورد نظر از بلوک اصلی می‌باشد جستجو کرد که این امر همواره آسان نیست. در این نوع شبکه اغلب مقادیر متغیرهای میدان به‌کمک چندجمله‌ای‌های مرتبه دو یا سه میانیابی می‌شوند بدون اینکه تلاشی برای مدل کردن خواص پایستار میدان انجام شود. البته تلاشهایی در این زمینه صورت گرفته اما مشکلات همراه با آن مانع از به‌کار گیری آن برای حالت سه‌بعدی شده‌است [۱۶].

برخلاف بلوک‌های هم‌پوشان، در نوع کنارهم نیازی به جستجوی سلول بلوک‌های همسایه نمی‌باشد و برقراری خواص پایستار به‌راحتی امکان‌پذیر است. یکی از روشهای اعمال شرایط مرزی برای این نوع از بلوک‌ها توسط ماستین [۱۶] ارائه شده‌است. این روش براساس مساوی قراردادن مشتق متغیرهای میدان درجهت عمود بر مرز بنا شده‌است که در دو طرف مرز بلوک قابل محاسبه می‌باشد. در صورتی که شبکه‌ها ناپیوسته باشند از میانیابی در طول مرز استفاده می‌شود و به‌کارگیری این روش برای حالت سه بعدی به‌راحتی امکان‌پذیر است. استفاده از این روش برای حل معادلات اویلر موفقیت‌آمیز بوده و تاثیر نامطلوب بر پایداری روش حل نداشته‌است. اما چون تنها پیوستگی مشتق اول در مرز حفظ می‌شود و امکان ناپیوسته بودن مشتق دوم وجود دارد، به‌کارگیری این روش برای معادلات با مشتقات جزئی مرتبه دو، مانند معادلات ناویر-استوکس، می‌تواند با خطا همراه باشد.

۱-۳ پردازش موازی و روندهای حل چندبلوکی

ساخته شدن رایانه‌های دارای چند پردازنده یکی از عوامل اصلی در پیدایش روش چندبلوکی بوده‌است. این نوع رایانه توانایی پردازش موازی اطلاعات را دارد که باعث افزایش چشمگیر در سرعت انجام محاسبات می‌شود. از آنجا که حل بلوک‌ها به‌طور جداگانه صورت می‌پذیرد، روش چند بلوکی یکی از بهترین روشها برای استفاده از این نوع رایانه است. در پردازش موازی، شرایط مرزی مهمترین نقش را در حل چندبلوکی ایفا می‌کند. به‌تجربه دانسته شده‌است که در روشهایی که انتگرال‌گیری روی زمان با استفاده از روشهای ضمنی انجام می‌شود، تبادل اطلاعات تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر روند پردازش موازی دارد [۱۹]. از آنجا که استفاده از روشهای ضمنی اعمال شرایط مرزی (مانند حل معادلات در مرزها با استفاده از گسسته‌سازی ضمنی) دارای پیچیدگی و دشواری‌های محاسباتی است، کمتر در پردازش موازی به‌کار می‌روند.

با تغییر نوع پردازش بلوک‌ها (سری یا موازی) و ترتیب و تعداد تکرار حل در هریک، روندهای گوناگونی برای حل چندبلوکی به‌دست می‌آید که اغلب برای کمینه کردن زمان انجام حل بهینه می‌شوند. برای مثال در برخی روندها، یک یا چند تکرار حل در بلوک‌ها انجام می‌شود سپس شرایط مرزی اعمال می‌گردد. واضح است که با افزایش تکرار حل در بلوک‌ها، میزان تبادل اطلاعات بین آنها کاهش می‌یابد که افزایش سرعت محاسبه را در پی دارد. در روندی دیگر، حل فقط در بلوکی انجام می‌شود که بیشترین خطای محاسباتی را در بین بلوک‌ها داراست. از آنجا که حل در همه بلوک‌ها به‌صورت هم‌زمان انجام نمی‌شود امکان بوجود آمدن تاخیر در همگرایی ویا ناپایداری حل وجود دارد. اما از این روند می‌توان به‌عنوان روشی برای شتاب دادن به همگرایی بهره‌جست [۲۳].

در روشهای صریح حل معادلات، استفاده از روش چندبلوکی ساده است و حل با این روش معادل حل تک‌بلوکی می‌باشد. اما در روشهای ضمنی، حل چندبلوکی وابسته به نحوه اعمال شرایط مرزی و روند حل بلوک‌ها می‌باشد. در این روشها تقسیم میدان جریان به بلوک‌ها باعث بوجود آمدن تغییراتی در دستگاه معادلات حل می‌گردد. برای مثال در روش بیم-وارمینگ برای حل از دستگاه معادلات سه‌قطری به‌شکل زیر استفاده می‌شود :

$$\mathbf{A} \cdot \Delta\mathbf{Q} = \mathbf{R} \qquad (۴-۱)$$

که در آن $\mathbf{A}$ یک ماتریس سه‌قطری بلوکی[۱] و $\Delta\mathbf{Q}$ ماتریس مجهولات می‌باشد. تقسیم میدان جریان به دو بلوک

۱-Block 3-Diagonal