بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه مازندران

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد در رشته گرانش و کیهان شناسی

موضوع:

کیهانشناخت شامه ای DGP و انبساط شتابدار عالم

استاد راهنما:

دکترکوروش نوذری

استاد مشاور:

دکتر علیرضا خصالی

استاتید داور:

دکترسید نورالدین میرنیا

دکتر محسن نژاداصغر

نام دانشجو:

مهین پورقاسمی قاسم‌آباد

شهریورماه ۸۷

تقدیم به:

پدر عزیز

و مادر دلسوزم

که سایه وجودشان زندگی‌بخش است و بی‌مانند

خدای بزرگ را شاکرم که همواره مرا مورد لطف و عنایت خود قرار داد و از او در تمام مراحل و جهت شناخت عالم و شناخت او یاری می‌طلبم.

لازم است از استاد راهنمای بسیار عزیز و دلسوزم جناب آقای دکتر نوذری تشکر کنم که در طی این مدت از راهنماییهای ایشان بسیار بهره بردم و از استاد مشاور عزیزم جناب آقای دکتر خصالی نیز کمال تشکر و قدردانی را دارم. جا دارد از خانواده بسیار عزیزم که در تمام دوران زندگی و دوران تحصیلم مشوق و پشتیبان بنده بودند کمال تشکر و قدردانی را به جا آورم.

چکیده

کیهان‌شناخت شامه‌ای DGP و انبساط شتابدار عالم

از دیدگاه کیهان‌شناختی، اهمیت مدل جهان‌شامه‌ای DGP نسبت به سایر مدل‌ها در این است که می‌تواند انبساط شتابدار عالم را توضیح دهد. براساس مشاهدات مربوط به ابرنواختران نوع Ia و همچنین مشاهدات تابش زمینه‌کیهانی توسط سفینه WMAP و دیگر آزمایشات مبتنی بر CMB، عالم ما در مرحله‌ای با انبساط شتابدار قرار دارد. بررسی‌ها نشان داده‌اندکه وجود این انبساط با پیشنهادات زیر قابل توضیح است:

۱- ابعاد اضافه: عالم مشاهده شده را به عنوان یک شامه غوطه‌ور در یک فضازمان با ابعاد بالاتر در نظر می‌گیریم. کیهان-شناخت شامه‌ای با معادله فریدمن مؤثر که اثرات توده در یک رفتار بدیهی را تفسیر می‌کند، داده می‌شود.

۲- انرژی تاریک: یک مولفه اسکالر ناشناخته که بخش مهمی از محتوای عالم را تشکیل می‌دهد. ثابت کیهان‌شناختی ساده-ترین چیزی است که می‌تواند یک مدل انرژی تاریک را ایجاد کند، البته چندان مورد علاقه نیست چون به مقادیر عظیمی از تنظیم دقیق نیاز دارد و منشاء آن نیز هنوز مشخص نمی‌باشد.

۳- انرژی فانتوم: یک فرضیه‌ی انرژی تاریک با میدان اسکالری که دارای پارامتر معادله حالت $\omega < -1$ است. اگر وجود داشته باشد، انبساط سریع و شتابداری برای عالم خواهیم داشت و شکاف بزرگ رخ خواهد داد.

۴- کوینتسنس: (نام پنجمین عنصر یونان باستان) یک فرضیه‌ی انرژی تاریک و میدان اسکالر با معادله حالت $\omega < -\frac{1}{3}$، که برای توضیح شتاب قابل مشاهده عالم فرض شده است.

۵- گرانش اصلاح‌شده : اصلاح اسکالر ریچی (R) در کنش اینشتین- هیلبرت معمولی به $F(R)$ تعمیم می‌یابد.

در این راستا، در این رساله توجیه شتاب عالم و امکان عبور از مرز فانتوم $\omega = -1$ در یک سناریوی جهان‌شامه‌ای DGP با گرانش القاءشده‌ی $F(R,\phi)$ بررسی شده است که میدان اسکالر و کوینتسنس انحناء در یک چارچوب واحد بررسی می‌شوند. با در نظر گرفتن یک پیشنهاد مناسب ، نشان داده‌ایم که نواحی مناسبی از فضای پارامترها وجود دارند که شتاب حال حاضر عالم را توصیف می‌کنند ومحاسبات عددی گذار از مرز فانتوم $\omega = -1$ را تحت شرایطی نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی

کیهان‌شناخت جهان‌شامه‌ای، سناریوی DGP، مدل‌های انرژی تاریک، عالم شتابدار

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول- مدل‌های ابعاد اضافه	۱
۱-۱- نظریه‌ی کالوزا- کلاین	۴
۱-۲- مدل ADD	۶
۱-۳- مدل RS	۸
۱-۳-۱- مدل RSI	۹
۱-۳-۲- مدل RSII	۱۲
۱-۴- مدلDGP	۱۴
اتصال خمینه‌ها- شرایط ایسرائیل	۱۷
فصل دوم- عالم شتابدار	
۲-۱- نظریه و مشاهدات انبساط شتابدار عالم	۲۴
۲-۱-۱- مشاهده انبساط شتابدار عالم	۲۸
۲-۱-۲- نظریه انبساط شتابدار عالم	۳۱
۲-۲-گذر از مرز فانتوم- مفاهیم نظری و مشاهدات	۳۴
۲-۲-۱-مفاهیم نظری گذر از PDL	۳۵
۲-۲-۲- مشاهدات گذر از PDL	۳۶
فصل سوم- مدل DGP و شتاب کنونی انبساط عالم	
۳-۱-کیهان‌شناخت مدل DGP و ساختار کلی آن	۳۹
۳-۲- مدل DGP با یک میدان اسکالر بر روی شامه	۴۷
۳-۳- کیهان‌شناخت مدل DGP ، با یک میدان اسکالر بر روی شامه	۴۸
۳-۴- مدل DGP القاء شده با R^{-1} و مشکلات آن	۵۰
۳-۵- مدل گرانش القاء شده و میدان اسکالر با جفتیدگی ناکمینه روی شامه	۵۱
۳-۵-۱- کیهان‌شناخت مدل DGP با جفتیدگی ناکمینه میدان اسکالر	۵۴
فصل چهارم- روش‌های دیگر برای توصیف انبساط شتابدار عالم	
۴-۱- مدل DGP با تابعی از اسکالر ریچی بر روی شامه	۵۸
۴-۱-۱- کیهان‌شناخت مدل DGP با تابعی از اسکالر ریچی $\mathcal{L}(R)$ بر روی شامه	۶۰
۴-۲- گذر از مرز فانتوم در مدل DGP با گرانش القاءشده از نوع $F(R,\phi)$	۶۴
۴-۲-۱- مفهوم کیهان‌شناختی مدل DGP با گرانش القاءشده از نوع $F(R,\phi)$	۶۸
۴-۲-۲- بررسی انبساط شتابدار عالم در مدل DGP با گرانش القاءشده از نوع $F(R,\phi)$	۷۰
۴-۲-۳- دینامیک معادله حالت در مدل DGP با گرانش القاءشده از نوع $F(R,\phi)$	۷۵

۴-۳- کوینتسنس انحنا	۸۱
۴-۳-۱- نظریه‌های گرانشی مرتبه چهارم و معادلات کیهان‌شناختی مربوط به آن	۸۳
۴-۴- خلاصه و نتیجه گیری	۸۷
پیشنهاداتی برای پژوهش‌های بیشتر در این زمینه	۸۸
منابع	۸۹

چکیده انگلیسی

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل(۱-۱)، نمایش دو شامه در مدل RSI	۱۲
شکل (۱-۲)، نمایش شامه را در مدل RSII	۱۴
شکل (۱-۳)، دیاگرام یک حلقه ، اسکالر ریچی برای گرویتون 4D	۱۶
شکل (۱-۴)، فاصله r_0 در مدل DGP	۲۳
شکل (۲-۱)، دو فاز کیهانی آشکار برای هر نوع توزیع انرژی- تکانه	۲۸
شکل (۲-۲)، نمودار $\frac{dl^{\omega}}{dl^{\Lambda CDM}}$ و $\frac{dl^{DGP}}{dl^{\Lambda CDM}}$ با $\Omega_M^0 = ۰/۲۷$ را نشان می‌دهد	۳۱
شکل (۴-۱)، رسم دو طرف معادله (۴-۵۳)	۷۳
شکل (۴-۲)، رسم دو طرف معادله (۴-۵۳)	۷۳
شکل (۴-۳)، رسم دو طرف معادله (۴-۵۴)	۷۴
شکل (۴-۴)، رسم دو طرف معادله (۴-۵۳)	۷۴
شکل (۴-۵)، گذر از مرز $\omega = -۱$ در مدل $F(R,\phi)$	۷۶
شکل (۴-۶)، گذر از مرز $\omega = -۱$ در مدل $F(R,\phi)$	۷۶
شکل (۴-۷)، گذر از مرز $\omega = -۱$ در مدل $F(R,\phi)$ برای پتانسیل‌های مختلف میدان اسکالر	۷۷
شکل (۴-۸)، گذر از مرز $\omega = -۱$ در مدل $F(R,\phi) = \frac{1}{2}(1-\xi\phi^2)\left[R-(1-n)\zeta^2\left(\frac{R}{\zeta^2}\right)^n\right]$	۷۸
شکل (۴-۹)، گذر از مرز $\omega = -۱$ در مدل $F(R,\phi) = \frac{1}{2}(1-\xi\phi^2)\left[R-(1-n)\zeta^2\left(\frac{R}{\zeta^2}\right)^n\right]$	۷۹
شکل (۴-۱۰)، معادله (۴-۵۴)در مدل $F(R,\phi) = \frac{1}{2}(1-\xi\phi^2)\left[R-(1-n)\zeta^2\left(\frac{R}{\zeta^2}\right)^n\right]$	۸۰

فهرست جدول‌ها

عنوان	صفحه
جدول (۴-۱)، بعضی از پارامترهای معادله (۴-۵۳) را نشان می دهد	۷۱
جدول (۴-۲)، بعضی از پارامترهای معادله (۴-۵۴) را نشان می دهد.	۷۲

لیست علائم و اختصارات

مفهوم	علامت
4 Dimensional	4D
Kaluza-Klein	K-K
Electroweak	EW
Tera Electron Volt	TeV
Giga Electron Volt	GeV
Planck	pl
Meter	m
Centimeter	cm
Millimeter	mm
Exponential	exp
Randall- Sundrum	RS
Arkani-Hamed - Dvali - Dimopoulos	ADD
Anti-de Sitter	AdS
Gia Dvali- Massimo Porrati- Gregory Gabadadze	DGP
Gauss-Bonnet	GB
Cosmic Microwave Background	CMB
Friedmann- Robertson- Walker	FRW
Phantom Divide Line	PDL
Supernova Ia	SnIa
Supernova Legacy Survey	SNLS
Wilkinson Macrowave And isotropy Probe	WMAP
Other Dark Energy Probes	ODEP

ΛCDM	Cosmological Constant+Cold Dark Matter
BAO	Baryonic Acoustic Oscillation
SDSS	Sloan Digital Sky Survey
CBF	Cluster Baryon Fraction
PGR	Perturbations Growth Rate
R	Ricci-scalar
NMC (ξ)	Non-Minimal Coupling
CMBR	Cosmic Microwave Background Radiation
GR	General Relativity

فصل اول- مدل‌های ابعاد اضافه عالم

مقدمه

چهار نیروی بنیادی طبیعت شامل گرانش، الکترومغناطیس، هسته‌ای ضعیف و قوی در آغاز عالم وحدت یافته بودند و با انبساط عالم این برهمکنش‌ها از یکدیگر جدا شدند. نظریه‌ی وحدت‌یافته مدل استاندارد ذرات، توصیف واحدی از سه برهمکنش الکترومغناطیس و هسته‌ای ضعیف و قوی ارائه می‌دهد اما گرانش رفتاری کاملاً متفاوت دارد. درحالی‌که مقیاس الکتروضعیف از مرتبه TeV می‌باشد، مقیاس گرانش از مرتبه $۱۰^{۱۶}$ TeV است. در نتیجه مقیاس‌های الکتروضعیف و پلانک تفاوت بسیار زیادی با یکدیگر دارند.

مسئله سلسله مراتبی

در اینجا سؤال مهمی مطرح می‌شود: چرا باید بین این مقیاس‌ها این‌قدر ($M_{EW}\sim ۱$ TeV $\lesssim$ M $_{d+۴}$ $\ll$ $M_p\sim ۱۰^{۱۶}$ TeV) تفاوت باشد درحالی‌که درلحظات اولیه‌ی خلقت عالم این برهمکنش‌ها وحدت‌یافته بودند ومقیاس یکسانی داشته‌اند؟

درپاسخ به این سؤال، به نظر می‌رسد که بخش عمده‌ای از اثرات گرانشی به ابعاد اضافه نفوذ کرده است و ما به عنوان ناظر روی شامه بخش عمده آن‌را تجربه نمی‌کنیم.

پس، ما در صددیم که سه برهمکنش هسته‌ای قوی و ضعیف و الکترومغناطیس را که ماهیت پیمانه‌ای دارند، با اندرکنش گرانشی که ماهیت هندسی دارد وحدت ببخشیم. در این راستا، دو راه وجود دارد:

۱- سه نیروی اول را هندسی کنیم و با گرانش از قبل هندسی، تلفیق‌کنیم که این، منجر به نظریات ابعاد اضافه از نوع نظریات کالوزا- کلاین [۱] می‌شود.

۲- گرانش را پیمانه‌ای کنیم و با سه نیروی پیمانه‌ای قبلی تلفیق کنیم که این، منجر به گرانش‌کوانتومی (با کاندیداهایی مانند ریسمان و ابرریسمان) می‌شود.

دلایل لزوم وجود ابعاد اضافه

۱- وحدت برهمکنش‌های بنیادی طبیعت

۲- مسئله سلسله مراتبی: اختلاف زیاد بین مقیاس‌های ضعیف و پلانک، که حل این مسئله در چارچوب ابعاد اضافه ممکن است.

۳- ثابت کیهان‌شناختی: در بررسی نظریات دینامیک کیهانی، یک چگالی انرژی به صورت $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$ وارد می‌شود که معادله حالت منفی $\omega = -1$ دارد منشاء این جمله و دینامیک آن جزء ناشناخته‌های کیهانشناسی می‌باشد. مسئله ثابت کیهان‌شناختی در قالب مدل‌های ابعاد اضافه قابل حل است.

به‌نظر می‌رسد که ما بر روی شامه‌ای با ۴ بعد غیرفشرده در عالمی با ابعاد اضافه زندگی می‌کنیم و ذرات مدل استاندارد بدون تعارض با مشاهدات، در فاصله بزرگ ابعاد اضافه نمی‌توانند منتشرشوند و تنها گرانش و احتمالاً ذرات غیر استاندارد دیگر می‌توانند به ابعاد اضافه نشت کنند. ابعاد اضافه به‌شرطی‌که فشرده و به اندازه‌ی کافی کوچک باشند، قابل قبول‌اند و با آزمایشات گرانشی کنونی توافق دارند [۱].

مدل‌های جهان‌شامه‌ای[۲]

این مدل‌ها در قالب نظریه ریسمان ارائه می شوند. در این مدل‌ها، ماده به یک شامه ۱+۳ بعدی غوطه‌ور در یک توده مقیداست درحالی‌که گرانش، در توده[۳]، با ابعاد بالاتر انتشار می‌یابد. این بدان معناست که بطور اساسی گرانش، برهمکنشی با ابعاد بالاتر است (برهمکنشی که فقط در ابعاد بالا صورت می‌گیرد). ما تنها

[۱] Kaluza-Klein
[۲] Brane word
[۳] Bulk

قادر به درک نظریه‌ی ۴- بعدی (4D)[۱] مؤثر بر روی شامه هستیم. در مدل ابعاد اضافه، گرانش ۴- بعدی اصلاح‌شده در فواصل بزرگ مربوط به حجم محدودی از ابعاد اضافه، به وسیله‌ی فشرده سازی فضای اضافی تولید می‌شود. البته با نگه داشتن ابعاد اضافی به صورت غیرفشرده اما تابیده‌شده و محدود نیزگرانش ۴- بعدی داریم که آن‌را به‌اجمال مورد بررسی قرار خواهیم داد. می‌خواهیم ببینیم آیا در اینجا فیزیک میدان گرانش بیشتر از نسبیت عام خودرا آشکار می‌کند؟ نسبیت عام نمی‌تواند گرانش را در انرژی‌های بالا توصیف‌کند و باید با یک نظریه گرانش کوانتومی اصلاح شود. در انرژی‌های پایین گرانش روی شامه متمرکز شده‌است و می‌تواند نسبیت عام را پوشش‌دهد اما در انرژی‌های بالا نشت گرانش به درون توده، در یک بعد بالاتر رفتار می‌کند. این امر تغییرات مهم دینامیک گرانشی و اختلالات جالب و مفاهیم تجربی نهانی برای انرژی‌های بالا، سیاهچاله‌ها و کیهان‌شناختی را معرفی می‌کند. مدل‌های جهان‌شامه‌ای یک راه پدیده‌شناختی برای آزمایش بعضی از پیش‌بینی‌ها و اصلاحات نسبیت عام پیشنهاد می‌کنند که به M- تئوری[۲] اشاره دارد. تکینگی‌های کلاسیکی با نسبیت عام پیش‌گویی می‌شود و انفجار بزرگ [۳]داغ و فروپاشی گرانشی توسط گرانش اصلاح‌شده توضیح داده می‌شود. اما در انرژی‌های پایه که به‌عنوان گذر به گرانش کوانتومی در نظر گرفته می‌شود اصلاحات مهم نسبیت عام را خواهیم داشت. پس گرانش کوانتومی با موضوع آزمایشی با استفاده از مشاهدات نجومی و کیهانی آغاز می‌شود.

هدف اصلی کار در فیزیک نظری، گسترش نظریه گرانش کوانتومی و نظریه وحدت همه نیروها و ذرات طبیعت است. M- تئوری و گرانش کوانتومی[۴] دو برنده اصلی هستند. در واقع نظریه ریسمان امکان بررسی این‌که مقیاس بنیادی خیلی کمتر از مقیاس پلانک است را بنا می‌کند. M- تئوری در ۱۱ بعد شدت جفتیدگی ریسمان را شرح می‌دهد. در انرژی‌های پایین، M- تئوری می‌تواند با یک ابر گرانش ۱+۱۰ بعد تقریب زده شود. پیشرفت‌های اخیر در زمینه نظریه ابرریسمان حاکی از آن است که ما در ۱۱ بعد زندگی می‌کنیم. هراوا[۵] و ویتن[۶] نشان داده‌اند که ۱۰ بعد $E_8 \times E_8$ هیتراتیک با یک نظریه ۱۱ بعدی روی اربیفلد[۷]، $R^{10} \times S^1/Z_2$ ارتباط دارند[۲]. در این مدل ذرات مدل استاندارد در ۴ بعد محدود شده‌اند به عبارت دیگر گرانش در همه فضازمان انتشار می‌یابند. نظریه‌های ابعاد اضافه در حالت کلی و مدل‌های جهان‌شامه‌ای در حالت خاص، برای درک گرانش به معادلات اینشتین برمی‌گردند. ابعاد اضافه با در نظر گرفتن نسبیت عام اینشتین، راهی برای رسیدن گرانش اصلاح‌شده را فراهم می‌آورند. گرانش در رژیم‌هایی که ابعاد اضافه

---

[۱] Dimension
[۲] M-Theory
[۳] Hot Big bang
[۴] Quantum gravity
[۵] Horava
[۶] Witten
[۷] Orbifold

در فهرست‌شان می‌باشد، تغییر می‌کند. در ابتدا به اختصار در مورد مدل‌هایی که برای تفسیر گرانش در ابعاد اضافه ارائه شده‌اند می‌پردازیم.

۱-۱- نظریه‌ی کالوزا- کلاین[۱]

کالوزا ، با استفاده از یک بعد اضافه راه جدیدی را برای وحدت برهمکنش‌های گرانشی و الکترومغناطیس پیشنهادکرد. الکترومغناطیس می‌تواند با معادلات ماکسول که تقارن ذاتی $U(1)$ دارند توضیح داده شود. نظریه نسبیت عام با در نظر گرفتن کنش اینشتین–هیلبرت[۲] آغاز می‌شود،

$$S_{EH} = \frac{M_4^2}{2}\int d^4x\,\sqrt{-g}R \qquad (۱-۱)$$

که میدان‌های مادی با یک کنش S_M بیان می‌شوند. از وردش این کنش روی متریک $g_{\mu\nu}$ معادلات میدان به صورت زیر به‌دست می‌آیند

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa^2 T_{\mu\nu} \qquad (۱-۲)$$

معادلات ماکسول در الکترومغناطیس به صورت زیر می‌باشند:

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = -\mu_0 J^\mu \qquad (۱-۳)$$

که J^μ چاربردار چگالی و μ_0 قدرت نفوذ پذیری در خلاء می‌باشد. کنش میدان الکترومغناطیسی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$S_{EM} = -\frac{1}{4\mu_0}\int d^4x\,\sqrt{-g}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \qquad (۱-۴)$$

که تانسور میدان الکترومغناطیسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \qquad (۱-۵)$$

کالوزا، نظریه وحدت‌یافته گرانش و الکترومغناطیس را با یک بعد اضافه درنظر گرفت. نظریه الکترومغناطیسی ماکسول و نسبیت عام اینشتین را با فرض عدم وابستگی به بعد اضافه‌ی پنجم به‌طور جداگانه می‌توان به‌دست آورد. پس از آن کلاین نیز اشاره کرد که اندازه‌ی بعد اضافه باید بسیار کوچک و فشرده باشد. این نظریه‌ی ترکیب شده، نظریه کالوزا- کلاین KK نامیده می‌شود و کاملاً هندسی است.

[۱] Kaluza-Klein
[۲] Einstein-Hilbert

کالوزا نشان داد که فقط از یک میدان فاقد ماده در بعد پنجم و جمله اضافی در متریک می‌توان استفاده کرد. در این مدل با کنش در بعد پنجم آغاز می‌کنیم

$$S = \frac{M_5^3}{2}\int d^4x\, dy\sqrt{-g^{(5)}}R^{(5)} \qquad (۶-۱)$$

g_{AB} متریک در بعد پنجم و $g^{(5)}$ دترمینانش است. شاخص‌های A, B مقادیر ۰،۱،۲،۳و۵ را به خود اختصاص می‌دهند. مختصات پنج بعدی به‌صورت $x^A = (x^\mu, y)$ است. متریک ۵- بعدی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$g_{AB} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & g_{\mu 5} \\ g_{5\nu} & g_{55} \end{pmatrix} \qquad (۷-۱)$$

عناصر $g_{\mu 5}$, $g_{5\nu}$ ماتریس، قسمت بوزونی ۴- بعدی است، g_{AB} متریک در بعد پنجم و تابعی به‌صورت $g_{AB}\,(x,y)$ است و $g_{\mu\nu}(x)$ متریک ۴- بعدی است. اگر y دارای مقیاس فشردگی به شعاع L باشد تحت تبدیل:

$$y \leftrightarrow y + 2\pi nL\ , \qquad n= ۰,۱,۲$$

چیزی تغییر نمی‌کند. بنابراین می‌توان حدود تغییرات y در انتگرال کنش (۱-۶) را از ۰ تا $2\pi L$ در نظر گرفت، داریم:

$$S = \frac{M_5^3}{2}\int d^4x \int_0^{2\pi L} dy\,\sqrt{-g^{(5)}}R^{(5)} \qquad (۸-۱)$$

متریک ۵- بعدی را می‌توان به صورت سری فوریه زیر بسط داد

$$g_{AB}\,(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_{AB}^{(n)}\,(x)e^{(iny/L)}$$

(۹-۱)

که جرم مد n ام برابر است با $m_n^2 = \frac{n^2}{L}$

اگر گستردگی بعد پنجم را خیلی کوچک در نظر بگیریم، جرم خیلی بزرگ می‌شود و برای مشاهده‌ی آن، انرژی زیادی لازم است. در انرژی‌های بالا مدهای بزرگ اثر بخش‌اند درحالی‌که در انرژی‌های پایین فقط مد صفر مد نظر است. پس مد صفر متریک را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$g_{AB}^{(0)} = e^{\frac{\Phi}{\sqrt{3}}}\begin{pmatrix} g_{\mu\nu} + e^{-\sqrt{3}\Phi}A_\mu A_\nu & e^{-\sqrt{3}\Phi}A_\mu \\ e^{-\sqrt{3}\Phi}A_\nu & e^{-\sqrt{3}\Phi} \end{pmatrix} \qquad (۱۰-۱)$$

این متریک به‌عنوان یک تبدیل مختصات ۵- بعدی دارای تقارن الکترودینامیکی $U(1)$ می‌باشد.با در نظر گرفتن مد صفرم کنش داریم

$$S_5^{(0)} = \frac{M_5^3(2\pi L)}{2} \int d^4x \sqrt{-g}\left[R - \frac{1}{2}\,\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi - \frac{1}{4}\,e^{-\sqrt{3}\Phi}F_{\mu\nu}\,F^{\mu\nu}\right] \qquad (۱۱-۱)$$

از مقایسه این معادله، با معادله (۱-۱)، ارتباط جرم پلانک بنیادی ۵- بعدی و جرم پلانک کاهش یافته‌ی ۴- بعدی به صورت زیر به‌دست می‌آید

$$M_4^2 = M_5^3(2\pi L) \qquad (۱۲-۱)$$

و همچنین

$$G = \frac{1}{16\pi^2 M_5^3 L} = \frac{1}{m_5^3(2\pi L)} = \frac{G_5}{2\pi L} \qquad (۱۳-۱)$$

اگرچه کالوزا موفق شد اتحادی بین گرانش و الکترودینامیک برقرار کند ولی میدان اسکالر در فرضیه‌ی کالوزا- کلاین همچنان بعنوان یک مسئله باقی است. همچنین این نظریه برای توضیح این‌که چرا گرانش خیلی ضعیف تر از الکترومغناطیس است و این‌که چرا ابعاد اضافه باید خیلی کوچک باشند نیز دچار مشکل می‌شود. نظریه کالوزا- کلاین همچنین نمی‌تواند وحدت برهمکنش گرانشی با نظریه‌ی کوانتومی را توضیح دهد[۳].

۲-۱- مدل ADD

در دهه ۱۹۹۰ یک نظریه‌ی ابعاد اضافه به بزرگی m 10^{-19} یعنی در مقیاس الکتروضعیف مطرح شد[۴]. سناریوی جهان‌شامه‌ای، برای حل مشکل سلسله مراتبی در فیزیک ذرات مطرح شده‌است. این پیشنهاد مهم به وسیله‌ی ارکانی- حامد[۱]، دوالی و دیموپولوس[۲] طرح ریزی شد که به مدل ADD معروف است. در این مدل بیش از یک بعد اضافه تخت در نظر گرفته می‌شود. بر هم کنش ذرات و میدان‌ها فقط به مدل استاندارد بستگی ندارد بلکه فرضیه‌ی گرانش کوانتومی نیز لازم است. در این نظریه، مقیاس پلانک مقیاس مناسبی در طبیعت نیست اما جرم بنیادی پلانک ممکن است به کوچکی مقیاس الکتروضعیف یعنی تقریباً از مرتبه‌ی TeV باشد. میدان‌های مدل استاندارد همان میدان‌های مادی هستند که بر روی شامه با N بعد اضافه‌ی فشرده شده یا تاب‌دار زندگی می‌کنند[۵]. گرانش با اسپین ۲ می‌توانند به توده نشت کنند و به همین دلیل از دید

[۱] Arkani-Hamed
[۲] Dvali & Dimopoulos

ناظر روی شامه ضعیف دیده می‌شوند. اندازه ابعاد اضافه در مدل ADD نسبتاً بزرگ است. کنش در ساده-ترین مدل ADD به صورت

$$S_{\mathrm{ADD}} = \frac{\mathrm{M}_{4+\mathrm{N}}^{2+\mathrm{N}}}{2} \int d^4x \int_0^{2\pi L} d^N y \sqrt{g_{(4+\mathrm{N})}}\ R_{(4+\mathrm{N})} + \int d^4x\, \mathcal{L}_{\mathrm{M}} \qquad (۱۴-۱)$$

است که $\mathcal{L}_{\mathrm{M}}$ لاگرانژین میدان‌های مادی روی شامه می‌باشد. اندیس پایین N +۴،کمیت‌های بنیادی در N+۴- بعدی را نشان می‌دهد. ما فرض می‌کنیم که اندازه ابعاد اضافه برابرند و در توده چیزی جز گرانش وجود ندارد. با در نظر گرفتن مد صفر کنش بالا، جمله‌ی اول کنش به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{\mathrm{M}_{4+\mathrm{N}}^{2+\mathrm{N}}(2\pi L)^N}{2} \int d^4x \sqrt{-g}\ \mathrm{R} \qquad (۱۵-۱)$$

با مقایسه‌ی این رابطه با معادله (۱-۱)، رابطه‌ی بین جرم پلانک کاهش یافته ۴- بعدی و جرم پلانک بنیادی کاهش‌یافته به صورت زیر در می‌آید

$$\mathrm{M}_4^2 = \mathrm{M}_{4+\mathrm{N}}^{2+\mathrm{N}}(2\pi L)^N \qquad (۱۶-۱)$$

درحالی‌که ذرات شتابدار کنونی نمی‌توانند به انرژی بالاتر از ترا الکترون‌ولت برسند، در مدل ADD جرم پلانک بنیادی می‌تواند به کوچکی ترا الکترون‌ولت باشد. با پذیرفتن این فرض، اندازه فشردگی به صورت $10^{\frac{30}{N}-17}\ cm$ می‌شود. اگر $\mathrm{N} = ۱$ باشد این مقدار حدود $۱۰^{۱۱}$ متر، یعنی در حد مقیاس منظومه شمسی به-دست می‌آید و در نتیجه گرانش ۵- بعدی قابل مشاهده نخواهد بود پس این مقدار N قابل قبول نیست. با افزایش مقدار N اندازه ابعاد اضافه کاهش می‌یابند. جالب‌ترین مورد زمانی است که $\mathrm{N} = ۲$ باشد، اندازه بعد اضافه در این حالت حدود ۰/۱ mm است و چون آزمایشات گرانشی در اندازه‌های کمتر از زیر-میلیمتری انجام نمی‌شوند بنابراین این امکان وجود دارد که گرانش در این ابعاد، با گرانش ۴- بعدی متفاوت باشد. اگر $\mathrm{N} = ۶$ باشد اندازه بعد اضافه در حدود $۱۰^{-۱۴}\ m$ است که این مقدار خیلی بزرگتر از طول پلانک ($۱۰^{-۳۵}\ m$) است و این به این معنی است که اثرات ابعاد اضافه روی گرانش می‌تواند در مقیاس‌های زیر-میلیمتری یعنی پایین‌تر از مقیاس اتمی در درون هسته‌ها آشکار شود. در مدل ADD پتانسیل گرانشی جرم m به صورت

$$\mathrm{V}(r) = -Gm \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\psi_n(y=0)|^2 \frac{e^{(-|n|r/L)}}{r}$$

(۱۷-۱)

است که توابع $\psi_n(y=0)$ مدهای گرانشی کالوزا- کلاین KK در $y=0$ می‌باشند. در فواصل $r \gg L$ گرانش ۴- بعدی ($V(r) = -\frac{Gm}{r}$) است از سوی دیگر در فواصل $r \ll L$ یک اثر غیر عادی به صورت زیر دیده می‌شود

$$V(r) = -\frac{1}{8\pi M_{4+N}^{2+N}} \frac{m}{r^{1+N}} \qquad (۱-۱۸)$$

مدل ADD مسئله سلسله‌مراتبی را حل کرده است. این مدل به این نکته اشاره دارد که گرانش می‌تواند در مقیاس‌های زیرمیلیمتری تغییر کند [۶]. البته در این مدل با مشکل سلسله مراتبی جدیدی برخورد می‌کنیم به این ترتیب که، مقیاس طول ابعاد اضافه همچنان بیشتر ازمقیاس طول الکتروضعیف است به عنوان مثال، اگر $N = ۶$ باشد $L \simeq ۱۰^{-۱۴}$ به‌دست می‌آید که این مقدار بزرگتر ازمقیاس طول الکتروضعیف (که از مرتبه ۲×۱۰^{-۱۹} m است) می‌باشد و این مشکل سلسله مراتبی جدیدی است. بنابراین در مدل ADD، مقیاس پلانک بنیادی می‌تواند خیلی کوچکتر از مقیاس پلانک ۴- بعدی باشد . چون گرانش در ابعاد اضافه فشرده شده برای $N \geq 2$، در حد مقیاس‌های کمتر از ۰/۱ mm است پس گرانش در فواصل کم باید اصلاح شود[۳].

۱-۳- مدل RS

M- تئوری به حد انرژی‌های پایین ابرگرانش ۱۱ بعدی ارتباط دارد[۲,۹]. با این انگیزه، راندل[۱] و سندرم[۲] مدل‌شان را در سال ۱۹۹۸ پیشنهاد کردند که به مدل RS معروف است . در مدل RS، گرانش روی شامه به صورت ۴ بعدی، از طریق توده تابدار ظاهر می‌شود. بعد اضافه تابدار است و این تاب[۳] به‌این معنی است که برای یک ناظر روی شامه میدان گرانشی در انرژی‌های بالا به صورت ۵- بعدی و در انرژی‌های پایین به صورت ۴- بعدی ظاهر می‌شود، البته داشتن اثرات ۵- بعدی در انرژی‌های پایین هم ممکن است. در پدیده-شناختی مدل جهان‌شامه‌ای RS، بعضی از ویژگی‌های M- تئوری مشاهده می‌شود که باعث ایجاد ایده‌های جدیدی در فیزیک ذرات شده‌اند. در این مدل نیز یک روش برای حل مشکل سلسله‌مراتبی پیشنهاد شده-است. در این مدل مقیاس‌ها با یک سلسله مراتبی نمایی تعمیم داده‌می‌شوند که این تابع نمایی از مقیاس بر-

[۱] Lisa.Randall
[۲] Raman.Sundrum
[۳] warp

همکنش‌ها به وجود نمی‌آید بلکه از متریک زمینه (که قسمتی از فضا زمان AdS_5[1] است) ایجاد می‌شود. در این مدل تنها یک بعد اضافه در نظر گرفته می‌شود و به دو شاخه‌ی، RS I و RS II تقسیم‌بندی می‌شود [۳].

۱-۳-۱- مدل RS I

اولین مدل، مدلی است که دو شامه (در وضعیت تقارن $\mathbb{Z}_2$) در یک بعد اضافه ($\mathcal{M}_{3,1} \times S_1$) قرار دارد. میدان‌های مدل استاندارد، ریسمان‌های باز هستند و روی شامه با یک بعد اضافه محدود شده‌اند، اما فقط گرانش که ریسمان بسته می‌باشد می‌تواند به ابعاد اضافه نشت کند. در مدل RS ، توده بخشی از فضا زمان (AdS_5) با ثابت کیهان‌شناختی (Λ_5) منفی است و شامه دارای تنش منفی می‌باشد. این مدل در اصل برای حل مسئله سلسله‌مراتبی پیشنهاد شده‌است و مدل راندل- سندرم نوع اول (RS I) نامیده می‌شود. فاصله‌ی زیاد بین مقیاس الکتروضعیف (TeV) و مقیاس پلانک با یک اثر تابدار بودن (AdS_5) فضازمان توده توضیح داده می‌شود. در ادامه خواهیم دید که سلسله‌مراتبی بزرگ بین مقیاس ضعیف و مقیاس بنیادی گرانش می‌تواند با گرفتن ابعاد فشرده بسیار بزرگ، محدود شود. حقیقت این است که، چون مقیاس فشردگی $\mu_c \sim \frac{1}{V_n^{\frac{1}{n}}}$ خیلی کوچکتر از مقیاس ضعیف است، اثرات تجربی بعد اضافه را نمی‌بینیم. ذرات استاندارد و نیروهایی جزگرانش در یک زیرفضای ۴- بعدی قرار دارندکه ۳- شامه نامیده می‌شود و درون n+۴ بعد فضازمان غوطه‌ور است . این سناریو، سلسله‌مراتبی بین مقیاس ضعیف و مقیاس پلانک را از بین می‌برد درحالی‌که یک سلسله‌مراتبی جدید بین مقیاس ضعیف و μ_c معرفی می‌کند. نتایج جالب مشکل سلسله‌مراتبی که ما در اینجا شناسایی می‌کنیم از متریک زیر پیروی می‌کند

$$ds^2 = e^{-2kR_c\theta}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + R_c^2 d\theta^2 \qquad (۱۹-۱)$$

که k یک مقیاس از مرتبه مقیاس پلانک و x^μ مختصات ۴- بعدی و $0 \leq \theta \leq \pi$، مختصات بعد اضافه محدود است. در این مدل n=۱ می‌باشد بنابراین تنها یک بعد اضافه در نظر می‌گیریم. مقیاس جرم ۴- بعدی و ۵- بعدی از طریق پارامترهای جرمی و فاکتور تاب $e^{-2kR_c\theta}$ ارتباط دارند. فاکتور کوچک نمایی فوق منبع و سرچشمه سلسله‌مراتبی بزرگ بین ناظر پلانک و مقیاس‌های ضعیف است، نتایج آزمایشات مشخص کرده‌اند که

۱) در اینجا مدهای KK وجود ندارد و مقیاس برانگیختگی از مرتبه ترا الکترون‌ولت است. بنابراین محدودیت‌های اخیر فیزیک ذرات، نجوم و کیهان‌شناسی دیده نمی‌شود. اگرچه M- تئوری در مقیاس ترا الکترون‌ولت ظاهر می‌شود.

[1] Anti- de Sitter