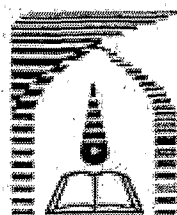


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

١٥٢٧٦٥



دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد آمار

روش‌های استوار در تحلیل داده‌های فضایی

توسط

انور محمدی

انجمن انجمن‌های تخصصی
تربیت مدرس

۱۳۸۷ / ۷ / ۱۷

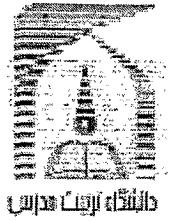
استاد راهنما

دکتر محسن محمدزاده

تیر ماه ۱۳۸۷

۱۰۲۶۶۵

بسمه تعالی



دانشکده علوم پایه

تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

اعضای هیئت داوران نسخه نهایی پایان نامه آقای انور محمدی رشته آمار تحت عنوان: «روشهای استوار در تحلیل داده‌های فضایی» از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آنرا برای اخذ درجه کارشناسی ارشد مورد تأیید قرار دادند.

| اعضای هیات داوران | نام و نام خانوادگی | رتبه علمی | امضاء |
|---------------------------------|-------------------------------|-----------|-------|
| ۱- استاد راهنما | دکتر محسن محمدزاده | دانشیار | |
| ۲- استاد ناظر داخلی | دکتر مجید جعفری خالدي | استادیار | |
| ۳- استاد ناظر داخلی | دکتر سیدمحمدابراهیم حسینی نسب | استادیار | |
| ۴- استاد ناظر خارجی | دکتر عباس گرامی | دانشیار | |
| ۵- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی | دکتر مجید جعفری خالدي | استادیار | |

۱۵۲۶۶۵



بسمه تعالی

آیین‌نامه چاپ پایان‌نامه (رساله)‌های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان‌نامه (رساله)‌های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیت‌های علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش‌آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می‌شوند:

ماده ۱ در صورت اقدام به چاپ پایان‌نامه (رساله)ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اطلاع دهد.

ماده ۲ در صفحه سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند:
و کتاب حاضر، حاصل پایان‌نامه کارشناسی ارشد / رساله دکتری نگارنده در رشته آمار است که در سال ۱۳۸۷ در دانشکده علوم پایه دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی سرکار خانم / جناب آقای دکتر محسن محمدزاد (د)، مشاوره سرکار خانم / جناب آقای دکتر _____ و مشاوره سرکار خانم / جناب آقای دکتر _____ از آن دفاع شده است.

ماده ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه‌های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

ماده ۴ در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تأدیه کند.

ماده ۵ دانشجو تعهد و قبول می‌کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقیف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

ماده ۶ اینجانب انور محمدی دانشجوی رشته آمار مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می‌شوم.

نام و نام خانوادگی:

تاریخ و امضا:

انور محمدی
۱۳۸۷/۵/۱۰

دستورالعمل حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیات علمی، دانشجویان، دانش آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی که با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد ذیل را رعایت نمایند:

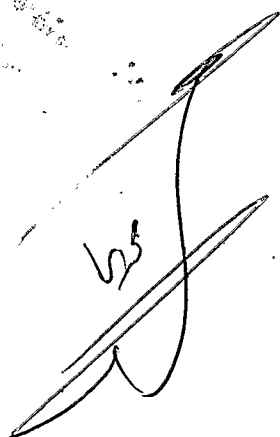
ماده ۱- حقوق مادی و معنوی پایان‌نامه‌ها / رساله‌های مصوب دانشگاه متعلق به دانشگاه است و هرگونه بهره‌برداری از آن باید با ذکر نام دانشگاه و رعایت آیین‌نامه‌ها و دستورالعمل‌های مصوب دانشگاه باشد.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه / رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و استاد راهنما مسئول مکاتبات مقاله باشند. تبصره: در مقالاتی که پس از دانش آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه / رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب حاصل از نتایج پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با مجوز کتبی صادره از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه و بر اساس آئین‌نامه‌های مصوب انجام می‌شود.

ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این دستورالعمل در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۱۳۸۴/۴/۲۵ در شورای پژوهشی دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب لازم‌الاجرا است و هرگونه تخلف از مفاد این دستورالعمل، از طریق مراجع قانونی قابل پیگیری خواهد بود.



تقدیم به عزیزترین هایم

پدر و مادر مهربانم

قدردانی

حمد و ستایش پروردگار رحمان را سزااست که پرتو الطاف بی‌شمارش همواره بر زندگی‌ام آشکار بوده و هست. سپاس می‌گزارم او را که فکرت و اندیشه را در بستر روحم روان ساخت و بهترین‌ها را نصیب و روزی‌ام گردانید. و به نشانه قدردانی از الطافش بر دستان مهربانترین آفریده‌هایش، پدر و مادرم، بوسه می‌زنم.

اینک که این مرحله را پشت سر می‌گذارم، جا دارد از تلاشها، زحمات و راهنمایی‌های ظریف و ارزشمند استاد فرزانه و گرانمایه‌ام، جناب آقای دکتر محسن محمدزاده تشکر کنم. و دگریار خدای خود را شکر کنم که استفاده از محضر چنین معلمی را نصیبم کرد.

همچنین بر خود لازم می‌دانم از حمایت‌ها و تشویق‌های دوستان خوبم که روزهای شیرینی را در این دوره برایم زدند، سپاسگزاری کنم. بخصوص از بزرگواران: آقایان دکتر امیر کاووسی، ایوب مرادی، دکتر امید کریمی، دکتر مسعود آل‌بویه، دکتر جهان علی‌خواجه، هژیر کورکی، امین برزگر، مهدی امیدی، نورالله تازیکه میاندره، شاهو زارعی و خانم‌ها دکتر فاطمه حسینی، فریبا زارع و نیز فرزانه.

امیدوارم خداوند به همه بندگان خود «صفای دل» و «سعه صدر» عطا نماید.

انور محمدی

تیر ۱۳۸۷

چکیده

داده‌های فضایی، مشاهداتی هستند که برحسب موقعیت قرار گرفتشان در فضای مورد مطالعه به یکدیگر وابسته‌اند. آمار فضایی، شاخه‌ای از علم آمار است که به تحلیل چنین داده‌هایی می‌پردازد. برآورد تغییرنگار، برآورد پارامترهای روند و پیشگویی فضایی از مباحث مهم در آمار فضایی هستند، که معمولاً با پذیرش مفروضاتی صورت می‌پذیرند. انحراف از این پیش‌فرض‌ها، ممکن است باعث بروز خطا و کاهش دقت در هر کدام از مباحث مورد اشاره شود. حضور داده‌های دورافتاده نیز یکی از مهم‌ترین عوامل بروز این انحرافات است. روش‌های استوار فضایی قادرند تا حد زیادی اثرات انحراف از پیش‌فرض‌ها را در تحلیل داده‌های فضایی کنترل کنند.

در این پایان‌نامه ابتدا مفاهیم آمار استوار و آمار فضایی بررسی شده و پیش‌فرض‌های حساس در تحلیل داده‌های فضایی معرفی شده‌اند. به علت نقش حساس داده‌های دورافتاده، روش‌های شناسایی آنها در فصل دوم مطرح شده‌اند. در فصل سوم روش‌هایی استوار برای کنترل تاثیر داده‌های دورافتاده در تحلیل داده‌های فضایی پیشنهاد و با استفاده از مطالعات شبیه‌سازی توانایی روش‌های جدید با روش‌های معمول مقایسه شده است. در فصل چهارم دسته دیگری از روش‌های استوار برای مقابله با تشخیص نادرست توابع ساختاری در مدل‌بندی فضایی بررسی شده‌اند. در پایان نحوه کاربست این روش‌ها در قالب مثال‌هایی کاربردی در فصل پنجم تشریح شده است.

واژه‌های کلیدی: روش‌های استوار، جستجوی پیشرو، تغییرنگار، روند فضایی، پیشگویی استوار

فهرست مندرجات

| | | |
|----|----------------------------------|-----|
| ۱ | تعاريف و مفاهيم مقدماتي | ۱ |
| ۱ | مقدمه | ۱.۱ |
| ۳ | روش آماری استوار | ۲.۱ |
| ۶ | شاخص‌های استواری | ۳.۱ |
| ۸ | آمار فضایی | ۴.۱ |
| ۹ | روش‌های استوار فضایی | ۵.۱ |
| ۱۱ | شناسایی داده‌های دورافتاده | ۶.۱ |

۲ داده‌های دورافتاده فضایی و جستجوی پیشرو ۱۳

| | | |
|----|--|-------|
| ۱۴ | داده‌های دورافتاده فضایی | ۱.۲ |
| ۱۶ | نمای کلی جستجوی پیشرو | ۲.۲ |
| ۱۹ | جستجوی پیشرو برای داده‌های فضایی | ۳.۲ |
| ۲۰ | کریگیدن معمولی | ۱.۳.۲ |
| ۲۵ | جستجوی پیشرو برای کریگیدن | ۲.۳.۲ |
| ۲۹ | مطالعه شبیه‌سازی | ۳.۳.۲ |
| ۳۶ | نتیجه‌گیری | ۴.۲ |

۳ روش‌های استوار در حضور داده‌های دورافتاده ۳۷

| | | |
|----|---|-------|
| ۳۸ | برآورد استوار تغییرنگار | ۱.۳ |
| ۴۱ | برآوردگرهای استوار مقیاس با نقطه فروریزش بالا | ۱.۱.۳ |
| ۴۸ | برآورد استوار تغییرنگار با نقطه فروریزش بالا | ۲.۱.۳ |
| ۵۳ | برازش یک مدل معتبر به تغییرنگار | ۳.۱.۳ |

| | | | |
|----|-------|---|-------|
| ۵۴ | | برآورد استوار پارامترهای روند | ۲.۳ |
| ۵۵ | | مدل خطی فضایی | ۱.۲.۳ |
| ۵۶ | | برآوردگرهای استوار در مدل‌های رگرسیونی | ۲.۲.۳ |
| ۶۱ | | تعمیم برآوردگرهای استوار به مدل‌های خطی فضایی | ۳.۲.۳ |
| ۶۵ | | یک فرآیند استوار برای برآورد پارامترهای روند | ۴.۲.۳ |
| ۶۶ | | پیشگویی فضایی استوار | ۳.۳ |
| ۶۶ | | کریگیدن استوار هاوکینز و کرسی | ۱.۳.۳ |
| ۶۹ | | پیشگویی استوار با پیراستن داده‌ها | ۲.۳.۳ |
| ۷۳ | | پیشگویی استوار با مدل خطای جایگزین | ۳.۳.۳ |

۴ روش‌های استوار در برابر تشخیص‌های نادرست

| | | | |
|----|-------|--------------------------------------|-----|
| ۸۰ | | تشخیص‌های نادرست در آمار فضایی | ۱.۴ |
| ۸۱ | | پیشگویی استوار مینیماکس | ۲.۴ |
| ۸۳ | | طرح استوار در برابر تشخیص‌های نادرست | ۳.۴ |
| ۸۹ | | نتیجه‌گیری | ۴.۴ |
| ۹۳ | | | |

لیست اشکال

- ۳۱ ۱.۳.۲ نمودار ۳ بعدی مشاهدات - مثال ۱.۳.۲
- ۳۱ ۲.۳.۲ نمودار پیشروی مانده‌های پیشگویی استاندارد شده - مثال ۱.۳.۲
- ۳۳ ۳.۳.۲ نمودار ۳ بعدی مشاهدات - مثال ۲.۳.۲
- ۳۳ ۴.۳.۲ نمودار پیشروی مانده‌های پیشگویی استاندارد شده - مثال ۲.۳.۲
- ۳۵ ۵.۳.۲ نمودار ۳ بعدی مشاهدات پاک و آلوده شده - مثال ۳.۳.۲
- ۳۵ ۶.۳.۲ نمودار پیشروی مانده‌های پیشگویی استاندارد شده - مثال ۳.۳.۲

لیست اشکال

و

- ۱.۱.۳ نمودار برآورد تغییرنگار تجربی در حالات ۱ و ۲ ۵۱
- ۲.۱.۳ نمودار برآورد تغییرنگار تجربی در حالات ۳ و ۵ ۵۲
- ۳.۳.۳ منحنی $\sum_{i=1}^m \lambda_{zi}^*$ در مقابل اندیس m ۶۸
- ۴.۳.۳ نمودار ۳-بعدی الف) مشاهدات پاک ب) پیشگویی کریگیدن معمولی
ج) پیشگویی استوار هاوکینز و کرسی د) پیشگویی استوار پیراسته ۷۰
- ۵.۳.۳ نمودار ۳-بعدی الف) مشاهدات آلوده ب) پیشگویی کریگیدن معمولی
ج) پیشگویی استوار هاوکینز و کرسی د) پیشگویی استوار پیراسته ۷۲
- ۱.۱.۵ داده‌های بارش الف) نمودار حبایی ب) نمودارهای هیستوگرام و جعبه‌ای .. ۹۶
- ۲.۱.۵ داده‌های بارش تبدیل یافته الف) نمودار حبایی ب) نمودارهای هیستوگرام و
جعبه‌ای ۹۷
- ۳.۱.۵ نمودار مانده‌های پیشگویی استاندارد شده الف) داده‌های پاک ب) داده‌های
تبدیل یافته ۹۹

- ۴.۱.۵ نمودار مقادیر بارش در برابر طول و عرض جغرافیایی ۱۰۰
- ۵.۱.۵ نمودار سطح تراز تغییرنگار تجربی در جهت‌های مختلف ۱۰۱
- ۶.۱.۵ نمودار سطح تراز الف) پیشگویی و ب) واریانس‌های آن برای پیشگویی
هاوکینز و کرسی داده‌های بارش ۱۰۴
- ۷.۱.۵ نمودار سطح تراز الف) پیشگویی و ب) واریانس‌های آن برای پیشگویی
پیراسته داده‌های بارش ۱۰۵
- ۸.۱.۵ نمودار سطح تراز الف) پیشگویی و ب) واریانس‌های آن برای پیشگویی
استوار با مدل خطای جایگزین برای داده‌های بارش ۱۰۷
- ۹.۱.۵ نمودار سطح تراز الف) پیشگویی و ب) واریانس‌های آن برای پیشگویی
استوار با مینیمکس برای داده‌های بارش ۱۰۸
- ۱۰.۲.۵ نمودار داده‌های دما در مقابل طول جغرافیایی ۱۱۰
- ۱۱.۲.۵ نمودار سطح تراز الف) پیشگویی و ب) واریانس‌های آن برای پیشگویی
هاوکینز و کرسی داده‌های دما ۱۱۲

۱۲.۲.۵ نمودار سطح تراز الف) پیشگویی و ب) واریانس‌های آن برای پیشگوی

پیراسته داده‌های دما ۱۱۳

فصل ۱

تعاریف و مفاهیم مقدماتی

۱.۱ مقدمه

مشاهدات مبنای استنباط آماری هستند. اما علاوه بر مشاهدات، فرضیهایی که درباره موقعیت تحت بررسی صورت می‌گیرند نقش پایه‌ای در استنباط آماری دارند. این پیش‌فرض‌ها اغلب در مورد توزیع، تصادفی بودن، وابستگی، پارامترهای نامعلوم و ... هستند. این نقش در مورد مدل‌های آماری که به عنوان الگویی برای جامعه موردنظر در نظر گرفته می‌شوند، محسوس‌تر است. پیش‌فرض‌ها به عنوان مکمل‌های یک مدل آماری نقش حساس و تعیین‌کننده‌ای در استنباط آماری دارند.

انتخاب پیش‌فرض‌های مناسب، که تحلیل مدل‌های آماری را آسان و گاهی ممکن می‌سازند، نیازمند دقت زیاد هستند. اگر برقراری فرض‌های موردنظر مورد تردید باشد و ماهیت اصلی داده‌ها منطبق بر آن نباشد، ممکن است نتایج نادرستی حاصل شود. به این ترتیب در انتخاب پیش‌فرض‌ها همان‌قدر که مفید بودن آنها و نقشی که در هموارسازی مسیر تحلیل دارند مورد توجه است، باید به همان میزان اعتبار آنها به عنوان پایه‌های استنباط آماری در نظر گرفته شود.

هر چقدر دقت در انتخاب پیش‌فرض‌ها بیشتر باشد، اطمینان از معتبر بودن نتایج بالاتر خواهد بود. اما نباید فراموش کرد که پیش‌فرض‌های در نظر گرفته شده هیچ‌وقت قادر نخواهند بود طبیعت پدیده مورد بررسی را کامل بیان کنند. اختلافات جزئی بین آنچه پیش‌فرض‌ها می‌گویند و آنچه واقعیت دارد، چیزی طبیعی و قابل اغماض است. ولی اگر تفاوتها به اندازه‌ای باشد که صحت پیش‌فرض‌ها مورد تردید قرار گیرد، نباید از آن چشم‌پوشی کرد. در عمل می‌توان انحرافات زیادی از پیش‌فرض‌ها را متصور شد و روش‌هایی را فراهم آورد که حساسیت کمتری به این انحرافات داشته باشند.

با پیشرفت آمار و توجه به واقعیت‌های فوق‌تلاش‌ها برای یافتن روش‌هایی که بتوانند حساسیت به تخطی از پیش‌فرض‌ها را کنترل کنند، بیشتر شد. روش‌های ناپارامتری یکی از گزینه‌هایی بود که برای حل این مشکل مورد توجه قرار گرفت. در این روش‌ها هیچ پیش‌فرضی درباره توزیع جامعه‌ای که داده‌ها از آن آمده‌اند، در نظر گرفته نمی‌شود و نتایج آن هر چند با دقت کمتر اما برای تمامی توزیع‌های جامعه قابل استفاده است. به علت این قابلیت بعضی از این روش‌ها کاربرد وسیعی در آمار یافتند.

با این وجود، جز در مواردی که عملاً استخراج اطلاعات در مورد ساختار جامعه از داده‌ها مقدور نمی‌باشد، روش‌های ناپارامتری ذهن برتری طلب یک آماردان را اغنا نمی‌کنند و همواره با این پرسش مواجه خواهیم بود که آیا واقعاً نمی‌توان مدلی مناسب برای جامعه تحت بررسی در نظر گرفت؟ آیا اطلاعات زیادی که در مورد ساختار جامعه در دسترس ماست باید فقط به خاطر ترس از ناکامل بودن مدل، کنار گذاشته شود؟ آیا این یک نوع محافظه‌کاری افراطی نیست؟ آیا راه‌های مناسبی برای استفاده از این اطلاعات وجود ندارد؟

این چنین است که نمی‌توان به سادگی مدل‌های پارامتری را با توجه به ظرفیتشان در بیان

اطلاعات موجود در داده‌ها نادیده گرفت. بلکه بهتر است به دنبال راهکارهایی برای کاهش حساسیت به فاصله پیش‌فرض‌ها از واقعیات جامعه گشت. به این صورت که مدل‌های پارامتری همچنان محور باشند و روش‌هایی مورد توجه قرار گیرند که وابستگی آنها به پیش‌فرض‌های مدل کمتر بحران‌ساز شود. به این صورت نیاز به روش‌های استوار^۱ بوجود آمد.

۲.۱ روش آماری استوار

اصلی‌ترین تعریف روش‌های آماری استوار توسط هوپر (۱۹۸۱) ارائه شد، که کیفیت‌های مطلوب زیر را برای آنها در نظر گرفت:

(۱) باید تحت مدل فرض شده دارای کارایی بهینه یا نزدیک به بهینه باشند.

(۲) عملکرد آنها تحت انحرافات کوچک از فرض‌های مدل به مقدار کمی دچار آسیب شود.

(۳) بعضی انحرافات بزرگ از مدل سبب فاجعه نشود.

واژه «استوار» اولین بار توسط باکس (۱۹۵۳) مورد استفاده قرار گرفت. اما چندان مورد توجه قرار نگرفت. ایده استواری بعدها توسط چند تن از آماردانان برجسته مجدداً مطرح شد. به این صورت که آنها برای مقابله با توزیع‌های خطایی که دارای دم‌های کلفت هستند، مدل‌های احتمالی خاصی در نظر گرفتند. حتی معادل‌های استواری برای چند برآوردگر مرسوم ارائه شد. با این حال نظریه پردازان آمار تا مدت‌ها از بررسی چنین موضوعی گریزان بودند. هوپر (۱۹۶۴) برای اولین بار از نظر تئوری به بررسی برآوردگرهای استوار مکان پرداخت. تحقیقات وی در این زمینه ادامه یافت و در

^۱Robust

سال ۱۹۸۱ با چاپ کتاب «آمار استوار»، به تبیین کامل مفاهیم آمار استوار پرداخت.

هامپل از دیگر بنیانگذاران تئوری آمار استوار بود. وی در رساله دکتری خود در سال ۱۹۶۸ به توسعه و بسط تئوری آمار استوار پرداخت. هامپل و همکاران (۱۹۸۶) بعد از هوبر (۱۹۸۱) ارزشمندترین منبع در آمار استوار است. با بسط تئوری مفاهیم مربوط به روشهای آماری استوار، تلاش‌ها برای یافتن روش‌های استوار در زمینه‌های مختلف آغاز شد. برآورد استوار پارامترهای مکان و مقیاس توسط هوبر (۱۹۶۴ و ۱۹۸۱)، رومانوفسکی و گرین (۱۹۶۵)، جاکل (۱۹۷۱)، ساکس و یلويساکر (۱۹۷۲)، اندروز و همکاران (۱۹۷۲)، هامپل (۱۹۷۴)، ساکس (۱۹۷۵)، شامس (۱۹۷۶)، بران (۱۹۷۷ و ۱۹۷۸)، روسیو و کروکس (۱۹۹۲ و ۱۹۹۳) و زو (۲۰۰۰ و ۲۰۰۴) مورد بررسی قرار گرفت.

روش‌های استوار رگرسیونی نیز سهم قابل ملاحظه‌ای از مطالعات روش‌های استوار را به خود اختصاص داده‌اند. توکی (۱۹۷۰)، بیکل (۱۹۷۳)، هوبر (۱۹۷۳)، مالوز (۱۹۷۵)، هولند و ولش (۱۹۷۷)، یوهای و مارونا (۱۹۷۹)، روسیو (۱۹۸۴)، روسیو و یوهای (۱۹۸۴)، روسیو و ون‌زومرن (۱۹۹۰)، کروکس و همکاران (۲۰۰۳)، روسیو و همکاران (۲۰۰۴) و وندن و هوبرت (۲۰۰۴) نقش اساسی در توسعه روش‌های رگرسیونی استوار داشتند. مطالعه روش‌های استوار تنها به این زمینه‌ها محدود نگردید و تقریباً در تمامی زمینه‌های آماری جستجوهای برای روش‌های استوار صورت گرفته است. روش‌های استوار در تحلیل مولفه‌های اصلی توسط دولین و همکاران (۱۹۸۱) و اخیراً کروکس و رویزگازن (۲۰۰۵) و هوبرت و همکاران (۲۰۰۵) توسعه یافت و مارتین و همکاران (۱۹۸۳)، مندس و دوارت (۱۹۹۹) و مولرا و یوهای (۲۰۰۲ و ۲۰۰۸) روش‌های استوار برای تحلیل سری‌های زمانی را توسعه دادند. روش‌های استوار در آمار فضایی نیز توسط کرسی و هاوکینز (۱۹۸۰)، هاوکینز و کرسی (۱۹۸۴)، کرسی (۱۹۹۳)، میلیتینو (۱۹۹۷)، میلیتینو و آگارت