دانشگاه تهران

دانشکدهٔ علوم

پایان نامه

فوق لیسانس هواشناسی

موضوع

دینامیک جو و مدل سینتیک

استاد راهنما آقای ای - اچ - گوردون

نگارش

مصطفی تراب زاده

سال تحصیلی ۱۳۴۷-۴۸

۳۵۴

فهرست

۴) رابطه میان دیورژانس و ورتیسیتی.

۵) بادژئوستروفیک برای سطوح همفشار

۶) محاسبهٔ ورتیسیتی از روی نقشه های همفشار

۵ - سیرکولاسیون عمومی :

۱) تعریف

۲) انا دل گرمائی

۳) شکل ایندکس

۴) تحقیق تجربی سیرکولاسیون

۵) لفاف سیرکولاسیون متوسط

۶) ممان متوسط سینتیک

۷) ترازنامهٔ استوائی ممان سینتیک

۸) ممان سینتک متوسط برای تهران در ماه ژانویهٔ سال ۱۹۶۵

در تهیهٔ مطالب فوق کتابهای زیر مورد مطالعه قرار گرفته است :

1 - DYNAMICAL AND PHYSICAL METEOROLOGY BY.
HALTINER. AND MARTIN.

2 - ELEMENT DYNAMIC OF METEOROLOGY BY:
A. H. GORDON.

3 - DYNAMIC METEOROLOGY BY:
BERNARD HAURWITZ.

4 - WEATHER ANALYSIS AND FORCASTING VOLUME I AND VOLUME II BY:
SVERRE PETTERSSEN

مقدمه

پروژه حاضر که با راهنمائی استاد محترم Mr. GORDON تهیه گردیده است شامل دو قسمت مطالعاتی و تحقیقی میباشد.

قسمت اول شامل مطالعه ایست اجمالی درباره « دینامیک جو » از آنجائیکه این مطالب در امر هواشناسی و بخصوص در پیش بینی های معتبر و طولانی مدت بسیار حائز اهمیت است ، لذا سعی برآن گردیده است که منظور آن بطور مستدل و اکثراً بطریقه آنالیز برداری (که ضمن القاء مفاهیم روشن کوتاه است) روشن گردد. و در ضمن بعرض اساتید محترم قرار گیرد تا خطاهائی را که مرتکب شده ام اصلاح فرمایند.

در قسمت دوم تحقیقی است درباره حال سینوپتیک برای تهران در ماه ژانویه سال ۱۹۶۵ . و برای این منظور ابتدا سیرکولاسیون عمومی (General-Circulation) دنیا و آن بحث شده و سپس حال متوسط سینوپتیک و ترازنامه استوائی آن مورد مطالعه قرار گرفته است . در پایان حال سینوپتیک مربوط ماه ژانویه ۱۹۶۵ برای تهران محاسبه گردیده است . معیار این محاسبات آماری است که در اداره رادیوسوند هواشناسی کل کشور تهیه گردیده است .

این محاسبات با ماشینهای مکانیکی و ماشینهای I.B.M دانشگاه تهران بعمل آمده و نتایج حاصله از لحاظ استفاده دقت مقایسه گردیده است .

امید است که در این پروژه توفیق مورد نظر حاصل شده باشد .

مصطفی ترابی زاده

معرفی اپراتور ∇ (DEL)

۱- گرادیان - تابع $A = A(x, y, z)$ را که در شرایط معین ، متصل و دارای مشتق است درنظر می‌گیریم. گرادیان این تابع عبارتست از :

$$\text{grad}\, A = i\frac{\partial A}{\partial x} + j\frac{\partial A}{\partial y} + k\frac{\partial A}{\partial z} \qquad ۱$$

گرادیان را با علامت ∇ (دل) نمایش میدهند

$$\nabla A = i\frac{\partial A}{\partial x} + j\frac{\partial A}{\partial y} + k\frac{\partial A}{\partial z} \qquad ۲$$

رابطهٔ ۲ را میتوان چنین نوشت :

$$\nabla A = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\right) A$$

درنتیجه اپراتور ∇ عبارت خواهد شد از :

$$\nabla = i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z} \qquad ۳$$

۲- دیورژانس : اگر بردار $V = iu + jv + wk$ را درنظر بگیریم از ضرب داخلی ∇ در V نتیجه می‌شود :

$$\nabla \cdot V = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (iu + jv + kw)$$

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \qquad ۴$$

$\nabla \cdot V$ را با علامت $\text{Div}\, V$ نمایش می‌دهند و دیورژانس V می‌خوانند.

$$\nabla V = \text{Div}\, V \qquad ۵$$

۳- روتاسیونل : از ضرب خارجی ∇ در بردار V برداری بدست می‌آید که آنرا روتاسیونل بردار V می‌نامند.

$$\nabla \times V = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\right) \times (iu + jv + kw)$$

$$\nabla \times V = i\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) + j\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) + k\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\nabla \times V = \text{Rot}\, V \qquad ۶$$

لاپلاسین : دیورژانس گرادیان A را لاپلاسین A می‌نامند :

$$\text{Div}\,(\text{grad}\, A) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)$$

$$\text{Div}\,(\text{grad}\, A) = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \qquad ۷$$

لاپلاسین A را با $\nabla^2 A$ نمایش می‌دهند.

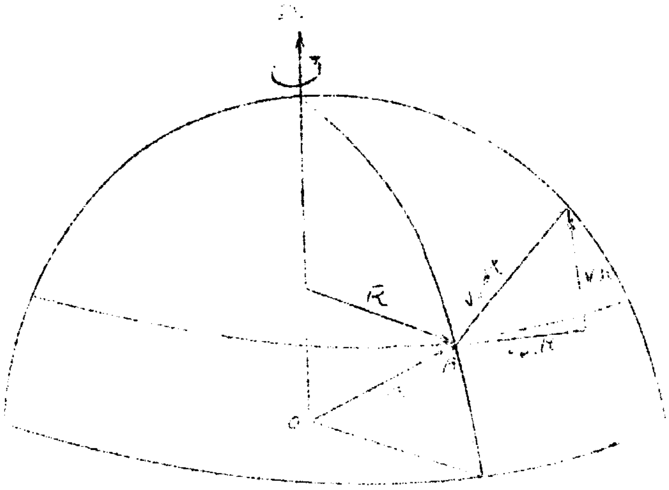
$$\nabla^2 A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \qquad ۸$$

درصورت بدست آوردن لاپلاسین بردار V مانند چنین بدست می‌آید .

$$\nabla^2 V = \nabla^2 (iu + jv + kw) \qquad ۹$$

۱ ـ معادلهٔ کلی حرکت

۱-۱ ـ حرکت مطلق و حرکت نسبی: حرکت اساسی جو تابع قانون دوم نیوتن است. این قانون برای یک سیستم مطلق در دو[...] مناسب برقرار است. وقتی که سیستم خود دارای شتاب باشد معادله حرکت را برای این دستگاه باید محاسبه نمود.
یک سیستم مختصات کارتزین که مبداء آن مرکز زمین و محور z آن محور قطبی زمین و دو محور دیگر در صفحه استوا و متوجه ستارگان ثابت «ثوابت» باشند، دستگاه محورهای مطلق نامیده می‌شود و حرکت نسبت به این دستگاه را حرکت مطلق نامند. حال دستگاه مختصاتی متصل به زمین در نظر می‌گیریم که محور z آن در امتداد محور قطبی زمین بوده و محور x ها محل تقاطع صفحهٔ نصف النهار گرینویچ با صفحهٔ مدار استوائی و محور y ها عمود بر صفحهٔ نصف النهار گرینویچ باشد. این دستگاه مختصات همراه با زمین با سرعت زاویه‌ای ثابت Ω دوران می‌کند و آن را دستگاه مختصات نسبی و حرکت نسبت به این دستگاه را حرکت نسبی گویند.



۱-۱

سرعت مطلق یک ذره هوا V_a و سرعت نسبی آن V و فرض کنیم V_e باشد از شکل ۱-۱ سرعت مطلق برآیند دو سرعت نسبی و سرعت زمین است که A وضع اولیه ذره و A'' وضع آن بعد از زمان dt باشد که در این مدت نقطه A در اثر [...] به نقطه A' و در اثر حرکت نسبی به نقطه A'' می‌رسد بنابراین:

$$V_a = V + V_e \qquad 1\text{-}1$$

می‌دانیم که تغییرات کلیه بردارها نسبت به زمان در سرعت زاویه‌ای بوسیلهٔ اپراتور زیر داده شده است:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_a = \left(\frac{d}{dt}\right)_r + \Omega \times \qquad 1\text{-}2$$

اپراتور ۱-۲ را برای بردارهای r و V_a می‌نویسیم:

$$\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_a = \left(\frac{dV_a}{dt}\right)_r + \Omega \times V_a \qquad 1\text{-}3$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_a = \frac{dr}{dt} + \Omega \times r \qquad 1\text{-}4$$

حال ۱-۱ بجای V_a در طرف دوم معادله ۱-۳ قرار می‌دهیم:

$$\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_a = \frac{d}{dt}\left(V + \Omega \times r\right) + \Omega \times \left(V + \Omega \times r\right)$$

$$\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_a = \frac{dV}{dt} + 2\Omega \times V + \Omega \times (\Omega \times r) \qquad 1\text{-}5$$

$\Omega\times(\Omega\times r)$ عبارت است از شتاب جذب به مرکز نقطهٔ A در اثر گردش زمین و می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\Omega \times (\Omega \times r) = \Omega \times (\Omega \times R) = -\Omega^2 R$$

R شعاع مدار مار بر نقطه A میباشد ، $\Omega \times R$ سرعت نقطه A در اثر دوران زمین را مشخص میکند

جمله $2\Omega \times V$ - نیروی انحرافی کوریولیس است که ذرات هوای در حرکت نسبی را به راست منحرف میکند .

$\frac{dV}{dt}$ شتاب نسبی ذره میباشد

به این ترتیب معادله ۵-۱ بیان میکند که بردار شتاب مطلق برابر است با بردار شتاب نسبی ، شتاب کوریولیس و شتاب جذب به مرکز میباشد .

$$\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_a = \frac{dV}{dt} + 2\Omega \times V - \Omega^2 R \qquad 1-6$$

۱-۱- نیروهای مؤثر - یک توده هوای معلق در جو در حالت کلی تحت تاثیر نیروهای زیر است .

۱) نیروی ثقل نیوتن (از جذب به مرکز و دوران توده هوا جاذبه زمین) g_a

۲) نیروی فشار (اختلاف فشارهای موجود در اطراف توده هوا) B

۳) نیروی اصطکاک با زمین F

از طرفی طبق قانون دوم نیوتن نیروهای وارد بر واحد جرم که باعث حرکت توده هوا میشوند با شتاب مطلق آن برابرند در نتیجه :

$$\left(\frac{dV_a}{dt}\right)_a = g_a + B + F \qquad 1-7$$

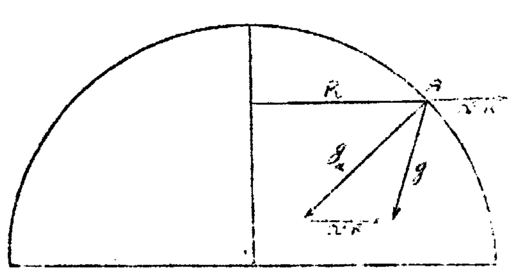
در رابطه ۶-۱ بجای شتاب مطلق در رابطه ۷-۱ قرار میدهیم :

$$\frac{dV}{dt} + 2\Omega \times V - \Omega^2 R = g_a + B + F$$

$$\frac{dV}{dt} = B - 2\Omega \times V + g_a + \Omega^2 R + F \qquad 1-8$$

بدست می‌آید . این معادله قانون اساسی حرکت توده هوا را در یک دستگاه مختصات نسبی مشخص میکند .

۱) نیروی ثقل نیوتن : اندازه نیروی گریز از مرکز $\Omega^2 R$ که ناشی است از R فاصله نقطه A تا محور دوران زمین و اضافه دو نیروی g_a و $\Omega^2 R$ منطقاً تابعی از موضع توده هوا میباشند . از لحاظ منطقی بنظر میرسد که برآیند آنها را با یکدیگر یک نیروی ثقل نسبی هوا جاذبه زمین نامیده میشود نمایش داد :



$$g = g_a + \Omega^2 R \qquad 1-9$$

در شکل ۲-۱ مشاهده میشود که نیروی ثقل هوا (جاذبه زمین) برآیند دو نیروی ثقل نیوتن و نیروی گریز از مرکز میباشد .

۱ - ۲

۲- نیروی فشار : نیروی فشار در اثر تغییرات فشار بوجود میآید

این اختلاف فشار سبب میشود که ذرات هوا از ناحیه فشار زیاد بطرف مرکز فشار کم بر روی سطوح همفشار

روی سطوح هم‌فشار و در جهت عمود بر خطوط هم‌فشار وارد می‌شوند.

یک لایهٔ هوا بحجم $dV = dx\,dy\,dz$ و چگالی ρ در نظر می‌گیریم: شکل (۳-۱) فرض کنیم P فشار وارد بر سطح سمت چپ ($dy\,dz$) باشد. بنابراین فشار وارد بر سطح سمت راست ($dy\,dz$) عبارت خواهد شد از: $P + \frac{\partial P}{\partial x} dx$ و فشار خالص وارد بر لایهٔ هوا در جهت مثبت محور xها عبارتست از:

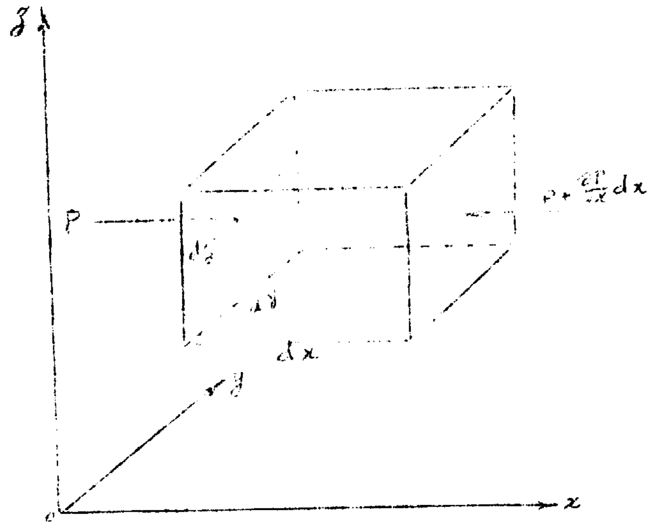
$$P\,dy\,dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx\right) dy\,dz = -\frac{\partial P}{\partial x} dx\,dy\,dz$$

با تقسیم بر جرم لایه ($\rho\,dx\,dy\,dz$) مقدار نیروی فشار وارد بر واحد جرم در امتداد محور xها بدست می‌آید

$$B_x = -\alpha \frac{\partial P}{\partial x}$$

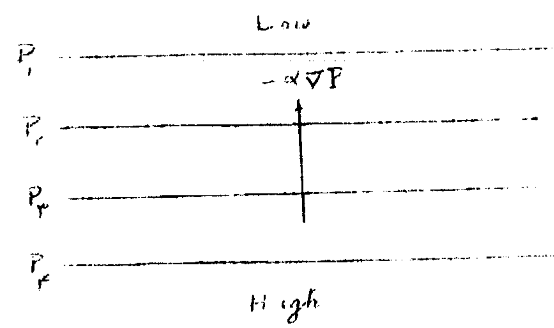
در آن α حجم ویژهٔ لایهٔ هواست. با در نظر گرفتن B_y و B_z معادله‌های در امتداد محورهای yها و zها مقدار نیروی B بدست می‌آید:

$$B = -\alpha\left(\frac{\partial P}{\partial x} i + \frac{\partial P}{\partial y} j + \frac{\partial P}{\partial z} k\right) = -\alpha \nabla P \qquad (1-[illegible])$$



۱-۴

بطوریکه در بالا ذکر شد این نیروی فشار از مرکز فشار زیاد بطرف ناحیهٔ فشار کم بر روی سطوح هم‌فشار و بر خطوط هم‌فشار وارد است: شکل ۱-۴

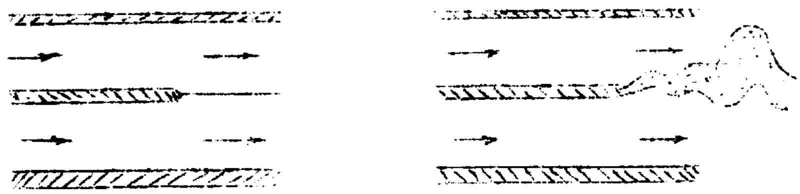


۱-۴

[illegible] نیروی اصطکاک: نیروی اصطکاک همیشه در جهت مخالف باد اثر می‌نماید و در مجاورت زمین‌های عارضه‌دار نیرو شدیدتر است. در دشت‌های صاف و مخصوصاً در روی دریاها در ارتفاعات بیشتر از ۷۰۰ تا ۱۰۰۰ متری این نیرو قابل چشم‌پوشی می‌باشد. اما میدان اصطکاکی که در اثر چسبناکی ذرات شاره بوجود می‌آید قابل ملاحظه می‌باشد. از قدیم نیروهای دریائی و هوائی تا حالا با میدان اصطکاک برخورد داشته و همیشه برای کاهش دادن تأثیر این نیرو در مسیر هواپیماها و کشتی‌ها [illegible] کرده‌اند. حتی با راه‌اندازی کافی هم، اغلب دیده شده که یک جریان صاف و لایه‌ای (Laminer) [illegible] یک جریان مغشوش (Turbulent) تبدیل شده است.

[illegible] عموماً جریان مغشوش بیش از جریان لایه‌ای وجود دارد.

قانون نیوتن درباره چسبناکی شاره‌ها: نیروی چسبناکی در امتداد هر سطح افقی یک شاره متناسب است



جریان لایه‌ای ۱-۵ جریان مغشوش

تغییرات مؤلفه‌های افقی بردار سرعت آن شاره با ارتفاع. اگر این ضریب تناسب را با μ نمایش دهیم، μ را ضریب چسبناکی می‌نامند. نیروی چسبناکی یا موازی و یا در جهت مخالف بردار سرعت است و داریم:

$$\tau = i\mu \frac{\partial u}{\partial z} + j\mu \frac{\partial v}{\partial z} = i\tau_{zx} + j\tau_{zy} \qquad 1-11$$

τ_{zx} و τ_{zy} مؤلفه‌های چسبناکی در صفحه افقی (z ثابت) و به ترتیب موازی با محور xها و محور yها می‌باشند. μ ضریب چسبناکی دینی بر سانتیمتر مربع است، پواز نامیده می‌شود. (این ضریب برای هوای صفر درجه سانتیگراد مساوی است با $1/17\times10^{-4}$ پواز)

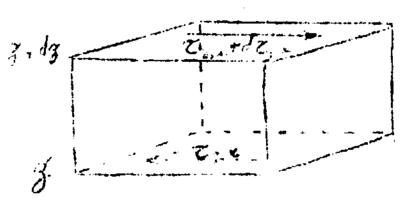
مؤلفه نیروی چسبناکی در امتداد محور xها عبارت است از $\tau_{zx} = \mu\frac{\partial u}{\partial z}$ بطوریکه از شکل ۱-۶ استفاده می‌شود این مؤلفه در لایه $z+dz$ عبارت خواهد شد از:

$$\tau_{zx} + d\tau_{zx} = \mu\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial z}\right)dz$$

بنابراین نیروی چسبناکی در جهت مثبت محور xها چنین خواهد شد:

$$F_x = \frac{d\tau_{zx}}{\rho\, dz} = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = K\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

به همین ترتیب مؤلفه نیروی چسبناکی در امتداد محور yها



۱-۶

$$F_y = K\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

در امتداد محور zها:

$$F_z = K\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

خواهد شد که در نتیجه نیروی اصطکاک را می‌توان چنین نوشت:

$$F = K\left(i\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + j\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + k\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) = K\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \qquad 1-12$$

با جایگزین کردن g_a از رابطه ۱-۹ و B از رابطه ۱-۱۰ در معادله ۱-۸ معادله کلی حرکت توده هوا بدست می‌آید:

$$\frac{dV}{dt} = -\alpha\nabla P - 2\Omega\times V + g + F \qquad 1-13$$

۱- معادله انرژی: در اینجا معادله جنبش انرژی که هنگام حرکت توده هوا پدیدار می‌شوند مورد بررسی قرار می‌گیرد.

[در ا]ین معادلهٔ برداری حرکت تودهٔ هوا (۱-۱۳) را در بردار V ضرب داخلی می‌کنیم:

$$V \cdot \frac{dV}{dt} = -\alpha V \cdot \nabla P - (2\Omega \times V) \cdot V + V \cdot g + V \cdot F \qquad 1\text{-}14$$

جملهٔ $-(2\Omega \times V) \cdot V = 0$ است زیرا کار نیروی کوریولیس صفر است.

جملهٔ $-\frac{dz}{dt} g = -wg = V \cdot g$ است زیرا بردار g در امتداد محور zها و y ها مؤلفه ندارد [illegible] ۱-۱۴ را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2}\right) = -\alpha V \cdot \nabla P - \frac{dz}{dt} g + V \cdot F$$

یا:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2} + gz\right) = -\alpha V \cdot \nabla P + V \cdot F \qquad 1\text{-}15$$

[در] معادلهٔ ۱-۱۵

$\frac{V^2}{2}$ = نیمهٔ نیروی زنده یا انرژی سینتیک در واحد جرم.

gz = انرژی پتانسیل در واحد جرم در اثر میدان ثقل

$-\alpha V \cdot \nabla P$ = کار انجام شده بوسیلهٔ نیروی فشار در واحد جرم هوا در واحد زمان.

$V \cdot F$ = کار انجام یافته بوسیلهٔ نیروی اصطکاک در واحد جرم هوا در واحد زمان.

[می]باشد.

[ق]انون اول ترمودینامیک را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$dH = c_v\, dT + P\, d\alpha$$

$$\frac{dH}{dt} = c_v \frac{dT}{dt} + P \frac{d\alpha}{dt} \qquad 1\text{-}16$$

[از ج]مع کردن طرفین روابط ۱-۱۵ و ۱-۱۶ خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2} + gz + c_v T\right) = \frac{dH}{dt} - P\frac{d\alpha}{dt} - \alpha V \cdot \nabla P + V \cdot F \qquad 1\text{-}17$$

[اگ]ر طرفین رابطهٔ $\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + V \cdot \nabla P$ را در α (حجم ویژه) ضرب کرده و با معادله ۱-۱۷ [جمع] کنیم نتیجه می‌شود:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2} + gz + c_v T + P\alpha\right) = \frac{dH}{dt} + \alpha \frac{\partial P}{\partial t} + V \cdot F \qquad 1\text{-}18$$

۱-۱۸ معادلهٔ عمومی برنولی برای یک شارهٔ قابل تراکم است بجای کمیت $P\alpha$ از معادلهٔ گازها: $P\alpha = RT$ مساوی RT را در معادلهٔ ۱-۱۸ قرار داده و با توجه به رابطهٔ $c_p = c_v + R$ معادلهٔ فوق را [می]توان چنین نوشت:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2} + gz + c_v T + RT\right) = \frac{dH}{dt} + \alpha \frac{\partial P}{\partial t} + V \cdot F \qquad 1\text{-}19$$

[که د]ر آن $c_p T$ انتالپی جریان می‌باشد.

حال اگر فرض کنیم حرکت بستهٔ هوا بطور آدیاباتیک ($\frac{dH}{dt} = 0$) و بدون اصطکاک ($\vec{F} = 0$) و در حالت پایدار ($\frac{\partial P}{\partial t} = 0$) انجام گرفته باشد، معادلهٔ ۱-۱۹ چنین خواهد شد:

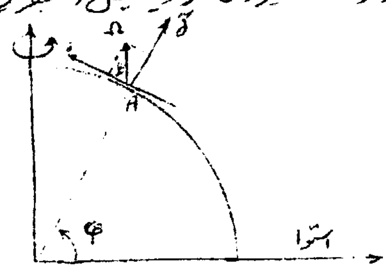
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2} + gz + C_pT \right) = 0$$

یعنی وقتیکه بستهٔ هوا در میدانی بدون اصطکاک، بطور آدیاباتیک و پایدار حرکت می‌کند انرژی کلی آن ثابت می‌ماند.

۲- جریان افقی بدون اصطکاک

اگر چه برای تعادل حرکت سرعتهای عمودی جریان هم شرکت دارند لکن سرعت عمودی باد نسبت به سرعت افقی آن ناچیز بوده و قابل چشم پوشی است. (البته بجز در مورد جریانهای شدید محلی که سرعت عمودی هم قابل ملاحظه است).
بدین ترتیب قسمت اعظم خواص باد را از جریان افقی آن میتوان استنتاج کرد.
بصورت بدون اصطکاک میتوان صرفنظر کرد که حرکت باد را در ارتفاع تقریباً بالا تراز ۳۰۰۰ پائی دریا در روی ... بوسیله مورد مطالعه قرار داد.

۲-۱ محاسبهٔ نیروی انحراف کوریولیس: برای محاسبهٔ بعضی از انواع حرکت، دستگاه محورهای مختصات متصل بزمین را در نظر میگیریم که در آن محور zها قائم بر مکان، محور yها مماس بر نصف النهار مکان و محور xها عمود بر صفحه (z و y) باشد. برای محاسبه نیروی کوریولیس ابتدا دو بردار Ω و V را در این دستگاه در نظر گرفته و نیروی کوریولیس را بطریق زیر حساب می کنیم.



۲-۱

از شکل تصاویر بردار Ω عبارتند از $(0, \Omega\cos\varphi, \Omega\sin\varphi)$
برای:

$$2\Omega \times V = 2\Omega \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$2\Omega \times V = 2\Omega\left[(w\cos\varphi - v\sin\varphi)\,i + u(\sin\varphi\, j - \cos\varphi\, k)\right] \qquad ۲-۱$$

برای جریان افقی ۲-۱ چنین نوشته می شود:

$$2\Omega \times V = 2\Omega\sin\varphi\,(uj - vi) \qquad ۲-۲$$

یا

$$2\Omega \times V = f\,(uj - vi) \qquad ۲-۳$$

در اینجا $f = 2\Omega\sin\varphi$ پارامتر کوریولیس بوده و برای هر مدار مقدار ثابت است و در استوا صفر و در قطب برابر 2Ω میباشد.

اگر طرفین ۲-۳ را در k (بردار محور zها) ضرب خارجی کنیم نتیجه می شود.

$$(2\Omega \times V) \times k = f\,(uj \times k - vi \times k)$$

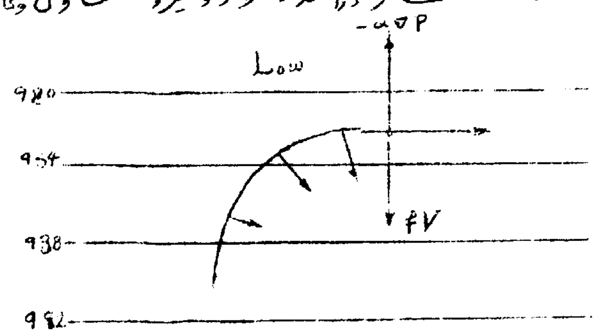
$$(2\Omega \times V) \times k = f\,(ui + vj)$$

$$(2\Omega \times V) \times k = f\,V \qquad ۲-۴$$

معادلهٔ ۲-۴ نیروی کوریولیس در یک جریان افقی را مشخص می کند.

۲-۲ - محاسبه باد از روی خطوط همفشار: نیروهای مؤثر در حرکت ذرهٔ هوا که در ۲-۱ ذکر شد در همه جا عامل و مؤثر نیستند و با نبودن بعضی از این نیروها میتوان محاسبهٔ معادلهٔ حرکت را ساده تر انجام داد. بدین گونه معادلهٔ حرکت برای چند نوع از این بادها ذکر میگردد.

۱ - معادلهٔ باد ژئوستروفیک «باد هم‌ترازی». - هرگاه باد تحت تأثیر دو نیروی فشار هوا و نیروی انحرافی کوریولیس باشد در اینصورت نیروی فشار، ذرات سبک هوا را در امتداد عمود بر خطوط همفشار بسمت ناحیهٔ فشار کم میراند، نیروی ثابت شتاب ثابت داده و سرعت باد اضافه میگردد، همزمان با حرکت، نیروی کوریولیس باد را بسمت راست منحرف میکند تا جائیکه باد موازی با خطوط همفشار درآمده و دو نیرو مساوی و مختلف‌الجهت شده، تعادل برقرار گردد. (شکل ۲-۲) در این لحظه باد را ژئوستروفیک می‌نامند و سرعت آن را با V_g نمایش میدهند. در نتیجه خواهیم داشت:



۲-۲

$$2\Omega \times V_g = -\alpha \nabla P \qquad ۲-۵$$

طرفین ۲-۵ را در k ضرب خارجی می‌کنیم:

$$(2\Omega \times V_g) \times k = -\alpha \nabla P \times k \qquad ۲-۶$$

با توجه به ۲-۶ میتوان نوشت:

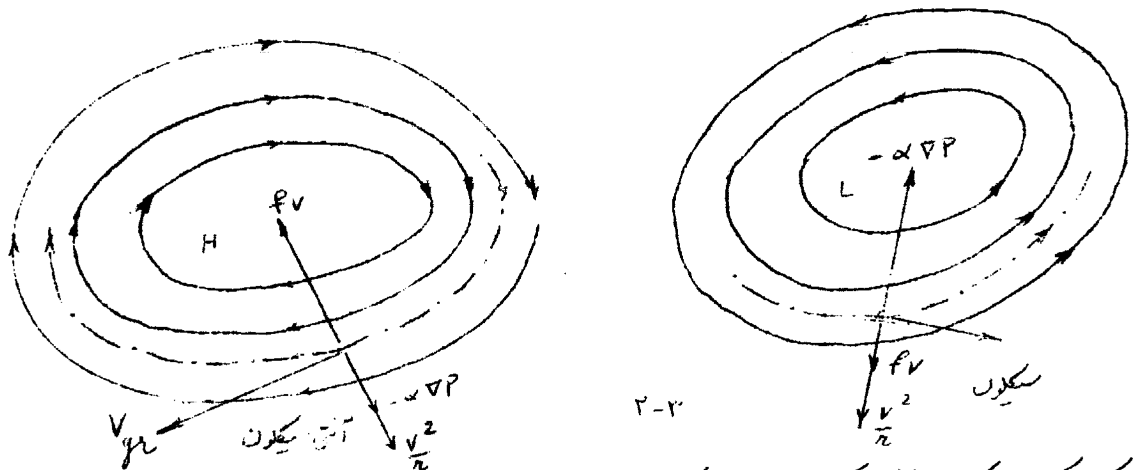
$$f V_g = -\alpha \nabla P \times k \qquad ۲-۷$$

و یا:

$$V_g = -\frac{\alpha}{f} \nabla P \times k \qquad ۲-۸$$

۲ - معادلهٔ باد گرادیان: هرگاه مسیر باد مستقیم نبوده و انحنای محسوس داشته باشد نیروی گریز از مرکز تأثیر نموده و عمود بر سرعت و در جهت موافق با آن در مراکز فشار زیاد و مخالف جهت آن در مراکز فشار کم عمل مینماید. این نوع بادها را باد گرادیان مینامند و در حوزه های مراکز فشار کم و فشار زیاد میباشند.
برای حصول حالت تعادل، یعنی خنثی شدن نیروهای وارده، باید باد گرادیان (V_{gr}) بر گرادیان فشار ($-\alpha\nabla P$) عمود باشد تا مسیرش موازی با خطوط همفشار گردد: (شکل ۲-۳)
چون در اینجا ∇P فقط تابع تغییرات r (شعاع انحنای مسیر) است میتوان بجای آن $\frac{\partial P}{\partial r}$ قرار داد. همچنین در معادله حرکت بجای $\frac{dV}{dt}$ برای یک انحنای مثبت $\frac{V^2}{r}$ و برای انحنای منفی $-\frac{V^2}{r}$ خواهد شد.
بنابراین برای یک مرکز فشار کم (انحنای مثبت) معادلهٔ باد گرادیان چنین می‌شود:

$$\frac{V^2}{r} + fV = -\alpha \frac{\partial P}{\partial r} \qquad ۲-۹$$



۲-۳

...جه شکل ملاحظه میگردد که در یک مرکز فشار کم جهت حرکت باد خلاف عقربه‌های ساعت میباشد و این
حرکات را سیکلون می‌نامند.

...بنابراین برای یک مرکز فشار کم باد معادله باد گرادیان عبارت خواهد شد از:

$$-\frac{V^2}{r} + fV = -\alpha\frac{\partial P}{\partial r} \qquad ۲-۱۰$$

در این حالت باد در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کرده و حرکت را آنتی سیکلون می‌گویند.

...حل هر یک از معادلات درجه دوم ۲-۶ و ۲-۱۰ سرعت باد گرادیان V_{gr} بدست می‌آید.

$$\text{برای سیکلون} \quad V_{gr} = -\frac{fr}{2} + \sqrt{\frac{f^2r^2}{4} + \alpha r\frac{\partial P}{\partial r}} \qquad ۲-۱۱$$

$$\text{برای آنتی سیکلون} \quad V_{gr} = \frac{fr}{2} - \sqrt{\frac{f^2r^2}{4} - \alpha r\frac{\partial P}{\partial r}} \qquad ۲-۱۲$$

... - باد سیکلوستروفیک = در نزدیکی خط استوا که پارامتر کوریولیس بینهایت کوچک و یا صفر است
...نیروی گریز از مرکز با نیروی گرادیان فشار متعادل می‌گردد. چنین بادی را باد سیکلوستروفیک می‌نامند.

$$\frac{V_c^2}{r} = \alpha\frac{\partial P}{\partial r} \qquad ۲-۱۳$$

یا:

$$V_c = \sqrt{\alpha r\frac{\partial P}{\partial r}}$$

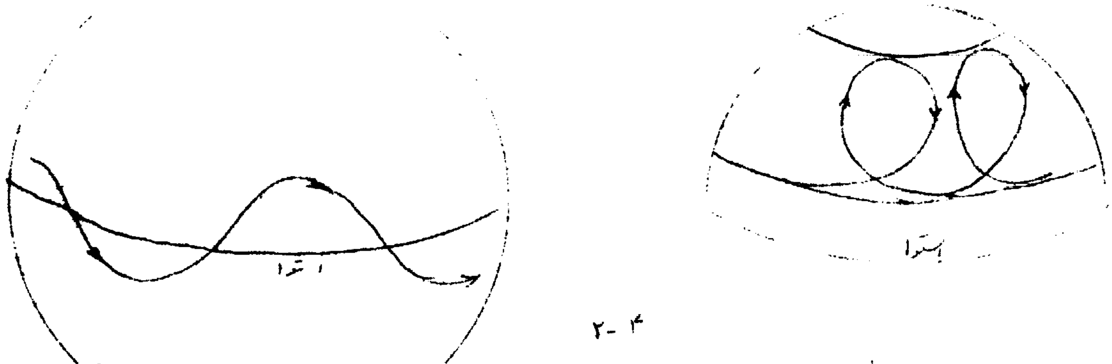
...معادله باد اینرسی (ماند): اگر فرض کنیم که حرکت تأثیر نیروی ماند و بدون تأثیر گرادیان فشار باشد
در اینصورت نیروی گریز از مرکز با نیروی کوریولیس متعادل شده و خواهیم داشت:

$$\frac{V_I^2}{r} = fV_I \qquad ۲-۱۴$$

یا:

$$\frac{V_I}{r} = f$$

چون $V_I = \frac{2\pi r}{t}$ است و از آنجا t زمان تناوب بدست می‌آید $t = \frac{2\pi}{f}$



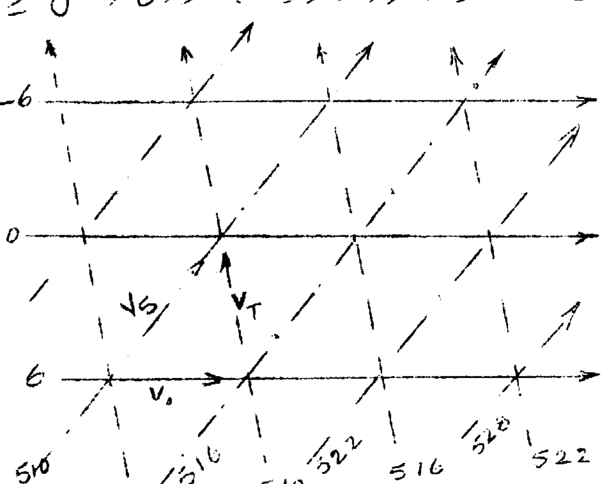
۲-۴

شکلهای ۴-۲ سیر باد اینرسی در عرضهای متوسط جغرافیائی و در خط استوا مشخص شده است. و چنانکه دیده میشود، دایره اینرسی باید آنتی سیکلون باشد. اگر f ثابت باشد هوا دایره‌ای بشعاع $\frac{V}{f} = R$ را در جهت عقربه‌های ساعت می‌پیماید.

باد حرارتی: اگر سرعت باد حقیقی مثلاً سطح استاندارد زمین ($1000\ mb$) را با V_0 و سرعت باد در لایه 500 میلی باری را با V_5 نمایش دهیم مدلل است که $V_5 > V_0$ است زیرا در سطح 500 میلیباری اصطکاک بمراتب از سطح زمین کمتر است. تفاضل باد سطح زمین از باد 500 میلیبار را با V_T نمایش داده و باد حرارتی میخوانند:

$$V_T = V_5 - V \qquad ۲-۱۵$$

تقریباً بازاء هر ۶۰ متر که از سطح استاندارد صعود کنیم ۸ میلیبار افت فشار وجود دارد. باد حرارتی در شکل زیر مشخص شده است.



۲-۵

۲-۲- انحراف از باد ژئوستروفیک: دیدیم که در ژئوستروفیک شتاب صفر بود. حال هر بادی را که دارای شتاب باشد باد آژئوستروفیک می‌نامند و جریان باد ژئوستروفیک بصورت خطهای خاص میباشد. پس اگر باد ژئوستروفیک موجود است از این نظر باد آژئوستروفیک باد حقیقی می‌نامند و تفاضل باد ژئوستروفیک از باد حقیقی را انحراف از باد ژئوستروفیک گفته با V' نمایش میدهند. بنابراین:

$$V' = V - V_g \qquad ۲-۱۶$$

در آن V باد حقیقی و V_g باد ژئوستروفیک میباشد.

معادله ۱۲-۱ برای جریان بدون اصطکاک افقی چنین نوشته میشود:

$$\frac{dV}{dt} + 2\Omega \times V = -\alpha \nabla P \qquad ۲-۱۷$$