



دانشگاه علامه طباطبائی  
دانشکده‌ی اقتصاد  
گروه آمار، ریاضی و کامپیوتر  
پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد آمار اقتصادی - اجتماعی

عنوان

# طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترلی توام $EWMA$ برای میانگین و واریانس

پژوهش‌گر

توحید خان محمدی

استاد راهنما

دکتر محمد بامنی مقدم

استاد مشاور

دکتر حمیدرضا نواب‌پور

بهمن ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان‌نامه

برای دانشگاه علامه طباطبائی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر منبع مانعی ندارد.

## تأیید پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد توسط دانشجو

عنوان پایان‌نامه: طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترلی توام  $EWMA$  برای میانگین و واریانس

نام دانشجو: توحید خان محمدی

شماره‌ی دانشجویی: ۸۸۱۲۵۱۱۶۱۰۶

استاد راهنما: دکتر محمد بامنی مقدم

این جانب توحید خان محمدی دانشجوی کارشناسی ارشد رشته‌ی آمار اقتصادی - اجتماعی دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی گواهی می‌نمایم پژوهش‌های ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان مذکور توسط شخص این جانب انجام شده است و درستی مطالب نگارش یافته مورد تأیید می‌باشد. همچنین گواهی می‌نمایم مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط این جانب یا فرد دیگری در هیچ کجا ارائه نشده است و در نگارش متن پایان‌نامه شیوه‌ی نگارش مصوب دانشکده‌ی اقتصاد را به‌طور کامل رعایت نموده‌ام. چنانچه در هر زمان خلاف آنچه گواهی نموده‌ام مشاهده گردد خود را از آثار حقیقی و حقوقی ناشی از دریافت مدرک کارشناسی ارشد محروم می‌دانم و هیچ‌گونه ادعایی نخواهم داشت.

امضا دانشجو:

تاریخ:

اداسيه

تقديم به همي آن بايي كه

حقشان بر كردنم است

# سپاس‌گزاری

سپاس‌ خدای را که به ما نعمت تفکر عنایت فرمود.

در آغاز وظیفه‌ی خود می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استاد راهنمای خود، جناب آقای دکتر محمد بامنی مقدم، صمیمانه تشکر و قدردانی کنم که قطعاً بدون راهنمایی‌های ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید. از جناب آقای دکتر نواب‌پور که زحمت مطالعه و مشاوره‌ی این پایان‌نامه را تقبل فرمودند و به نحو احسن بنده را مورد راهنمایی قرار دادند، کمال تشکر را دارم.

از کلیه‌ی استادان گرامی دوران تحصیل، که در مدت تحصیلات بنده زحمات فراوانی را متحمل شده‌اند، تشکر می‌نمایم.

و در پایان، بوسه می‌زنم بر دستان پدر و مادر عزیزم که در تمام مراحل زندگی پشتیبان و مشوق من بوده‌اند.

# فهرست مطالب

ب	فهرست مطالب
ج	فهرست جدول‌ها
ج	فهرست شکل‌ها
ح	نمادها و علائم اختصاری
۱	۱ کلیات
۱	۱.۱ مقدمه
۳	۲.۱ بیان مسئله
۴	۳.۱ هدف پژوهش
۵	۴.۱ تعریف مفهومی‌ها و واژه‌های اساسی
۵	۱.۴.۱ کنترل کیفیت آماری (SQC)
۵	۲.۴.۱ متوسط طول اجرا (ARL)
۵	۳.۴.۱ متوسط زمان تا هشدار (ATS)
۶	۴.۴.۱ زنجیر مارکوفی
۶	۵.۴.۱ کیفیت
۷	۶.۴.۱ نمودار کنترلی آماری
۷	۷.۴.۱ تابع سه گاما
۷	۵.۱ مرور نوشتگان

۸	چشم انداز فصل‌های آینده . . . . .	۶.۱
۹	طراحی نمودارهای کنترلی	۲
۹	مقدمه . . . . .	۱.۲
۱۰	الگوهای تغییرپذیری . . . . .	۲.۲
۱۲	داده‌های گسسته و پیوسته . . . . .	۳.۲
۱۲	نمودارهای کنترلی متغیرهای گسسته . . . . .	۴.۲
۱۳	نمودارهای کنترلی متغیرهای پیوسته . . . . .	۵.۲
۱۴	طراحی آماری نمودارهای کنترلی . . . . .	۶.۲
۱۵	طراحی اقتصادی نمودارهای کنترلی . . . . .	۷.۲
۱۵	هزینه‌های نمونه‌گیری و آزمون . . . . .	۱.۷.۲
۱۶	هزینه‌ی بررسی یک هشدار خارج از کنترل و تصحیح فرایند . . . . .	۲.۷.۲
۱۷	هزینه‌ی تولید محصول نامنطبق . . . . .	۳.۷.۲
۱۷	فرض‌های مدل‌های اقتصادی . . . . .	۴.۷.۲
۱۹	نمودارهای کنترلی و فرایند تجدید پاداش . . . . .	۵.۷.۲
۱۹	طراحی آماری-اقتصادی نمودارهای کنترلی . . . . .	۸.۲
۲۰	مدل اقتصادی دانکن . . . . .	۹.۲
۲۲	متوسط زمان دوره‌ی تحت کنترل . . . . .	۱.۹.۲
۲۲	متوسط زمان دوره‌ی خارج از کنترل . . . . .	۲.۹.۲
۲۳	مدت زمان لازم برای گزینش نمونه و تفسیر نتیجه‌ها . . . . .	۳.۹.۲
۲۳	متوسط زمان یافتن انحراف با دلیل . . . . .	۴.۹.۲
۲۳	متوسط زمان یک چرخه‌ی کیفیت . . . . .	۵.۹.۲
۲۳	متوسط درآمد خالص یک چرخه . . . . .	۶.۹.۲
۲۴	متوسط درآمد خالص هر ساعت . . . . .	۷.۹.۲
۲۴	مدل اقتصادی لورنزن و وانس . . . . .	۱۰.۲



۲۵	متوسط زمان یک چرخه‌ی کیفیت	۱.۱۰.۲
۲۷	متوسط هزینه‌ی یک چرخه‌ی کیفیت	۲.۱۰.۲
۲۸	مقایسه‌ی مدل‌های اقتصادی	۱۱.۲
۲۹	خلاصه‌ی فصل	۱۲.۲
۳۰	طرح آماری-اقتصادی نمودار کنترلی $EWMA$	۳
۳۰	مقدمه	۱.۳
۳۱	طراحی آماری-اقتصادی نمودار میانگین	۲.۳
۳۱	نمودار $\bar{X}$	۱.۲.۳
۳۱	نمودار $EWMA$ برای میانگین ( $EWMA_m$ )	۲.۲.۳
۳۴	تابع هزینه‌ی کل	۳.۳
۳۷	استفاده از تابع زیان کیفیت در بهینه‌سازی مدل	۴.۳
۳۸	تابع زیان خطی	۱.۴.۳
۴۰	تابع زیان درجه دوم	۲.۴.۳
۴۱	تابع زیان نمایی	۳.۴.۳
۴۳	طراحی آماری-اقتصادی نمودارها برای واریانس	۵.۳
۴۳	نمودار کنترلی $EWMA$ برای واریانس ( $EWMA_v$ )	۱.۵.۳
۴۵	نمودار $S^2$	۲.۵.۳
۴۶	طراحی آماری-اقتصادی نمودار $EWMA$ به صورت توأم برای میانگین و واریانس	۶.۳
۵۰	مدل هزینه‌ای	۱.۶.۳
۵۴	محاسبه‌ی هزینه‌ها براساس تابع زیان درجه دوم	۲.۶.۳
۵۵	محاسبه‌های روش بهینه‌سازی	۳.۶.۳
۵۶	محاسبه‌ی ( $ARL$ ) با استفاده از روش زنجیر مارکوفی	۴.۶.۳
۵۹	خلاصه‌ی فصل	۷.۳

۶۰	۴	مثال عددی
۶۰	۱.۴	مقدمه
۶۱	۲.۴	مثال عددی
۶۷	۳.۴	نتیجه گیری
۶۹		مرجع ها
۷۳		واژه نامه ی فارسی به انگلیسی

## فهرست جدول‌ها

۶۲	طرح اقتصادی بهینه ( $K=0/1$ )	۱.۴
۶۳	طرح آماری-اقتصادی بهینه ( $K=0/1$ و $ARL_1 \leq 20$ و $ARL_0 \geq 250$ )	۲.۴
۶۴	طرح آماری-اقتصادی بهینه ( $K=0/1$ و $ARL_1 \leq 10$ و $ARL_0 \geq 100$ )	۳.۴
۶۵	طرح آماری-اقتصادی بهینه ( $K=0/4$ و $ARL_1 \leq 10$ و $ARL_0 \geq 100$ )	۴.۴
۶۶	طرح آماری-اقتصادی بهینه ( $K=0/7$ و $ARL_1 \leq 10$ و $ARL_0 \geq 100$ )	۵.۴

## فهرست شکل‌ها

۱۰	الگوی نوسان‌ها در اندازه‌گیری	۱.۲
۱۱	الگوی بافت‌نگار نتیجه‌های نمونه	۲.۲
۱۲	نمایش تغییرپذیری در نمودار کنترلی	۳.۲
۱۶	مولفه‌های ثابت و متغیر هزینه‌ی نمونه‌گیری	۴.۲
۲۱	چرخه‌ی تولید در مدل اقتصادی دانکن	۵.۲
۲۵	چرخه‌ی تولید در مدل اقتصادی لورنزن و وانس	۶.۲
۳۴	مقایسه‌ی بین داده‌ها و تغییرپذیری در نمودار $EWMA$	۱.۳
۴۹	نمودار کنترلی $EWMA_m$	۲.۳
۴۹	نمودار کنترلی $EWMA_v$	۳.۳
۵۳	انتخاب پارامتر هموارسازی نمودار کنترلی بر اساس میزان حساسیت مطلوب نمودار	۴.۳
۵۳	انتخاب پارامتر حد کنترلی بر اساس پارامتر هموارسازی	۵.۳

## نمادها و علائم اختصاری

نماد	تعریف
$SQC$	کنترل کیفیت آماری
$SPC$	کنترل آماری فرایند
$LCL$	حد کنترل پایینی
$UCL$	حد کنترل بالایی
$\phi(\cdot)$	تابع توزیع متغیر و بردار تصادفی $\mathbf{x}$
$f(x)$	تابع چگالی بردار $\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i$
$ATS$	متوسط زمان تا اعلام هشدار
$AATS$	متوسط زمان تعدیل شده تا اعلام هشدار
$ARL$	متوسط طول اجرا
$n$	اندازه‌ی نمونه‌ای
$h$	فاصله‌ی زمانی بین نمونه‌گیری‌ها
$\delta$	میزان تغییر در میانگین فرایند
$a_1$	مولفه‌ی ثابت هزینه‌ی نمونه‌گیری
$a_2$	مولفه‌ی متغیر هزینه‌ی نمونه‌گیری
$K$	ضریب زیان تاگوچی
$L(x)$	تابع زیان
$r$	خطای ثابت
$pdf$	تابع چگالی احتمال

$cdf$ .....تابع توزیع احتمال

$RL$ .....متوسط اجرا

## چکیده

نمودارهای کنترلی با آماره‌ی میانگین موزون متحرک نمایی ( $EWMA$ ) برای پایش توام میانگین و واریانس فرایند استفاده می‌شود. یک مدل مینیمم سازی هزینه‌ای ( $EWMA$ ) براساس دو طرح اقتصادی و آماری-اقتصادی ارایه شده است. طرح اقتصادی با اعمال محدودیت‌هایی در متوسط طول اجرا در شرایط تحت کنترل و متوسط طول اجرا در شرایط خارج از کنترل به طرح آماری-اقتصادی تبدیل می‌شود. کیفیت وابسته به هزینه‌های تولید در طرح نمودار کنترلی ( $EWMA$ ) با استفاده از تابع زیان درجه دوم تاگوچی محاسبه می‌شود. مقدار بهینه‌ی پارامترهای بهینه‌سازی مدل شامل، ثابت‌های هموارساز، فاصله‌ی نمونه‌گیری، اندازه‌ی نمونه‌ای و پارامتر حدهای کنترلی نمودار را از روش‌های جستجوی عددی به دست خواهیم آورد. برای محاسبه‌ی متوسط طول اجرا در طرح نمودار کنترلی توام ( $EWMA$ ) برای میانگین و واریانس در شرایط تحت کنترل و خارج از کنترل از رویکرد زنجیر مارکوفی استفاده می‌کنیم.

**واژگان کلیدی.** متوسط طول اجرا، نمودار کنترل توام، نمودار کنترلی  $EWMA$ ، نمودار

کنترلی توام  $EWMA$ ، پارامتر حدهای کنترلی، ثابت هموارساز، زنجیر مارکوفی

# فصل ۱

## کلیات

### ۱.۱ مقدمه

با افزایش روزافزون دانش بشری و رشد فناوری (سامانه‌ها) و وابستگی جامعه‌ی بشری به این فناوری، مقوله‌ی کیفیت و اقتصاد این فناوری‌ها از جایگاه بسیار والایی برخوردار شده است. بنابر این، تولید محصول‌های با کیفیت بالا و هزینه‌ی پایین به عنوان رمز حیات شرکت‌ها مطرح است. در نتیجه، شرکت‌هایی می‌توانند در عصر جدید رقابت کرده و به حیات اقتصادی خود ادامه دهند که کاهش مستمر هزینه‌های سامان‌دهی (بهبود فرایندها، محصول‌ها و خدمات) خود را به عنوان یک اصل اساسی پذیرفته باشند. احتیاج به رقابت در قیمت و کیفیت باعث شده است تا بسیاری از شرکت‌های آگاه از وضعیت رقابت، تمرکز بیش‌تر خود را به کاهش هزینه‌های محصول‌ها (کالاها و خدمات) و فرایندها معطوف نمایند. در این ارتباط، تعریف‌های مختلفی از کیفیت ارائه شده است. اما نکته‌ی اصلی که باید همیشه در مورد یک محصول در نظر داشت این است که محصول باید خواسته‌های افرادی را که از این محصول استفاده می‌کنند را برآورده نماید. بنابر این، آنچه که کیفیت یک کالا را مشخص می‌کند، میزان انطباق آن با نیازها، استانداردها و انتظارات مشتری



است. راز بقای بنگاه‌های اقتصادی در عرصه‌ی رقابت تجاری، مشتری‌های آن است. معمولاً مشتری‌ها بر پایه‌ی این واقعیت که محصول‌های یک شرکت از لحاظ کیفیت و هزینه نسبت به شرکت‌های دیگر برتری دارد، مبادرت به خرید کالا و خدمات می‌کنند و اصولاً فرایند تصمیم‌گیری مشتری‌ها بر این اصل استوار است. از آن رو با گذشت زمان، کیفیت و هزینه‌ی خرید نقش اصلی را در ارزیابی، انتخاب و تصمیم‌گیری مشتری‌ها ایفا می‌کنند. در نتیجه، ارابه‌ی محصولی با کیفیت بالا و هزینه‌ی پایین، یک عامل کلیدی برای دستیابی بنگاه‌های اقتصادی به موفقیت‌های تجاری بیش‌تر و جایگاه رقابتی بهتر محسوب می‌شود. از آنجا که تغییرپذیری جزئی از ماهیت سامانه‌های تصادفی است، کنترل کیفیت آماری (SQC) به معنای کاربرد اصول و روش‌های آماری در کلیه‌ی مرحله‌های طراحی، تولید، نگهداری و خدمات این فناوری‌ها با هدف برآورده ساختن اقتصادی خواسته‌ها، دارای موقعیت ویژه‌ای شده است. در شرکت‌های تولیدی، روش‌های آماری که تحت عنوان کنترل کیفیت آماری مطرح می‌شوند، در کلیه‌ی فعالیت‌های مرحله‌های مربوط به چرخه‌ی تولید محصول (کالا یا خدمات) که دارای سه بخش عمده‌ی:

۱- فعالیت‌های قبل از ساخت (شامل فعالیت‌های بازاریابی، طراحی محصول، طراحی فرایند ساخت و ...)

۲- فعالیت‌های حین ساخت (شامل فعالیت‌های تولیدی)

۳- فعالیت‌های بعد از ساخت (شامل فعالیت‌های بسته‌بندی، ذخیره‌سازی، حمل و نقل و ...)

است، به کار گرفته می‌شوند. از سه فعالیت مذکور، دو فعالیت اول نقش بیش‌تری در هزینه‌های کل یک محصول خواهند داشت. در این ارتباط، مرحله‌های روش بهینه‌سازی قبل از ساخت، باعث بهینه شدن هزینه‌های واحد ساخت و به کارگیری می‌شود، در حالی که روش‌های بهینه‌سازی مربوط به فعالیت‌های حین ساخت که در مرحله‌ی تولید به کار گرفته می‌شوند، یعنی جایی که محصول با کیفیت طراحی شده و هزینه‌ی ساخت مشخص، تولید می‌شود، به طور عمده باعث حفظ دستاوردهای ناشی از فعالیت‌های مرحله‌های قبل می‌شود. در این ارتباط، هدف از به کارگیری نمودارهای کنترلی، مخاطب قرار دادن مفهومی به نام پایداری (تحت کنترل آماری) فرایند است که از طریق پایش رفتار متغیر یا متغیرهای قابل مشاهده (پاسخ) در خروجی فرایند صورت می‌پذیرد و نوعی نظارت و کنترل علمی را بر تغییرپذیری فرایند اعمال

می‌کند. چنانچه رفتار (تغییرپذیری) متغیر یا متغیرهای خروجی از محدوده‌ی تعیین شده تجاوز نماید و روند یا چرخه‌ی غیرطبیعی از خود نشان دهد، نمودارهای کنترلی، هشدارهای لازم را دال بر عدم پایداری فرایند به مخاطب ارایه خواهند داد. به عبارت دیگر، روش نمودارهای کنترل آماری فرایند (SPC) به منظور ارایه‌ی اطلاعاتی برای تشخیص این که چه وقت پراکندگی توزیع مشخصه‌ی کیفیت بیش از آن چیزی است که به تصادف نسبت داده می‌شود و در نتیجه نشان دادن این که آیا فرایند مورد نظر دارای وضعیت پایداری در رابطه با مشخصه‌ی کیفیت مورد بررسی هست یا نه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واقع، کنترل آماری فرایند (SPC) روش مؤثری برای بهبود کیفیت محصول و صرفه‌جویی در هزینه‌های تولیدی در فرایند است. از آنجا که نمودارهای کنترلی بر روش‌های نمونه‌گیری استوار هستند به طور طبیعی در معرض خطاهای آماری نیز قرار دارند. به عنوان نمونه، یک هشدار اشتباه در مورد انتقال فرایند وقتی که در واقع هیچ‌گونه انتقال غیرطبیعی صورت نگرفته باشد یا ندادن یک هشدار لازم در مورد انتقال فرایند وقتی که در واقع یک انتقال غیرطبیعی صورت گرفته باشد، از مواردی است که می‌تواند به علت به کارگیری روش‌های آماری رخ دهد. این دو نوع خطا به ترتیب به خطاهای نوع اول و نوع دوم معروف هستند.

## ۲.۱ بیان مسئله

در دهه‌ی ۱۹۲۰، دکتر شوهارت اولین نمودار کنترلی را برای پایش فرایند ارایه داد. بعدها این نمودار توسعه یافت و به طور گسترده به عنوان ابزار مهمی در کنترل آماری فرایند مورد استفاده قرار گرفت. وظیفه‌ی اصلی نمودارهای کنترلی، کشف رخداد انحراف‌های با دلایلی است که موجب تغییر معناداری در پارامترهای توزیع فرایند می‌شوند. بنابر این، می‌توان اصلاح لازم را قبل از تولید تعداد زیادی از محصول نامنطبق انجام داد. در طراحی نمودارهای کنترلی سه روش طراحی، یعنی روش اقتصادی، روش آماری و روش آماری-اقتصادی وجود دارد که :

در رویکرد طراحی اقتصادی نمودارهای کنترلی، پارامترهای طراحی نمودارهای کنترلی بر اساس مینیمم کردن هزینه‌ها به دست می‌آیند. طراحی آماری، قیدهایی را در متوسط طول اجرا (ARL) بدون بررسی پارامترهای هزینه و توزیع فرایند اعمال می‌کند. بنابر این، تغییرهای ایجاد شده در فرایند اندازه‌گیری می‌شوند و از اخطارهای نادرست و اصلاح‌های نامناسب جلوگیری می‌شود. در نتیجه، محصول یا خدمات با کیفیت

بالا به دست می‌آیند. طراحی آماری-اقتصادی روشی است که در آن علاوه بر این که قیدهایی در  $ARL$  برای احتمال خطای نوع اول و نوع دوم یا متوسط زمان هشدار ( $ATS$ ) گنجانده شده است، پارامترهای هزینه و توزیع فرایند نیز مورد توجه قرار می‌گیرند.

اگر چه نمودار کنترلی شوهارت یک نمودار عمومی برای تشریح میانگین فرایند است، اما در ۲۵ سال اخیر نمودارهای میانگین متحرک موزون نمایی ( $EWMA$ ) به عنوان یک جای‌گزین مناسب برای کشف تغییرهای کوچک برای تعدیل تغییرها در میانگین فرایند مورد توجه بوده‌اند. نمودارهای کنترلی با آماره‌های میانگین متحرک موزون نمایی ( $EWMA$ ) برای تشریح توام میانگین و واریانس فرایند نیز استفاده می‌شود. یکی از عمده‌ترین نقاط ضعف هر نمودار کنترلی شوهارت نادیده گرفتن اطلاعاتی است که آن‌ها به طور مشترک با هم می‌توانند منعکس کنند، به این دلیل این نمودارها در پی بردن به تغییرهای کوچک ضعیف عمل می‌کنند. نمودارهای کنترلی جمع تجمعی ( $CuSum$ ) و میانگین متحرک موزون نمایی ( $EWMA$ ) دو نمودار برای کشف تغییرهای کوچک است که در این پایان‌نامه  $EWMA$  را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. تفاوت دیگر بین نمودار  $\bar{X}_I$  شوهارت و نمودار  $EWMA$  در این است که نمودار ( $EWMA$ ) برخلاف نمودار  $\bar{X}_I$  نه تنها از یافته‌های جاری فرایند، از یافته‌های نمونه‌هایی که در گذشته از فرایند گرفته شده‌اند نیز استفاده می‌کند. برای این منظور، در نمودار کنترلی  $EWMA$  با استفاده از وزن‌دهی به داده‌ها، تاثیر داده‌های گذشته را در طراحی آماره‌های نمودار وارد می‌کنیم. به طوری که، با افزایش یا کاهش ثابت هموارساز می‌توانیم به دلخواه و متناسب با نیاز طرح میزان تاثیر داده‌های گذشته را تغییر دهیم. همچنین، در نمودار کنترلی  $EWMA$  فرض می‌کنیم مشاهده‌ها برای متغیر  $X$  مستقل و دارای توزیع نرمال است.

### ۳.۱ هدف پژوهش

اگر چه طراحی اقتصادی توام نمودارهای کنترل ( $S, \bar{X}$ ) یا ( $R, \bar{X}$ ) به دفعات مورد تحقیق قرار گرفته است، اما طراحی آماری-اقتصادی  $EWMA$  براساس نمودارهای کنترلی توام برای تشریح میانگین و واریانس فرایند آن‌چنان مورد تحقیق قرار نگرفته است. در این ارتباط، در این پایان‌نامه به بحث درباره‌ی طرح آماری-اقتصادی نمودارهای کنترلی توام  $EWMA$  برای میانگین و واریانس می‌پردازیم. با یک مثال عددی نشان می‌دهیم که طرح‌های آماری-اقتصادی کاملاً با اهداف کنترل کیفیت آماری هم‌راستا بوده و هم‌زمان با کاهش هزینه‌ها،

کیفیت محصول را در سطح مطلوبی از خطا و توان بالا کنترل می‌کنند. بنابر این، مدل‌های آماری-اقتصادی باید به طور مستمر و همیشگی، اساس طراحی نمودارهای کنترلی قرار گیرند.

## ۴.۱ تعریف مفهومی و واژه‌های اساسی

### ۱.۴.۱ کنترل کیفیت آماری (SQC)

کاربرد اصول و روش‌های آماری در کلیه‌ی مراحل طراحی، تولید، نگهداری و خدمات که با هدف برآورده ساختن اقتصادی خواسته‌ها انجام می‌پذیرد، کنترل کیفیت آماری نامیده می‌شود.

### ۲.۴.۱ متوسط طول اجرا (ARL)

متوسط تعداد نقاطی است که باید بر روی نمودار کنترلی رسم شوند تا یک نقطه‌ی خارج از کنترل مشاهده شود. در واقع،  $ARL$  برای هر نمودار کنترلی شوهارت را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

۱- در صورتی که فرایند تحت کنترل باشد،  $ARL$  از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$ARL = \frac{1}{\alpha}$$

۲- در صورتی که فرایند خارج از کنترل باشد،  $ARL$  از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta}$$

که در آن،  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب احتمال خطای نوع اول و نوع دوم هستند. به عبارت دیگر،  $\alpha$  احتمال رسم یک نقطه‌ی خارج از حدود کنترلی است، زمانی که فرایند در شرایط تحت کنترل به سر می‌برد و  $\beta$  احتمال پی نبردن به وجود تغییر در فرایند به وسیله‌ی اولین نمونه بعد از به وجود آمدن تغییر در زمانی که فرایند خارج از کنترل است.  $ARL$  برای نمودار کنترلی  $EWMA$  در بخش ۳-۶-۴ بیان می‌شود.

### ۳.۴.۱ متوسط زمان تا هشدار (ATS)

معیار دیگری که برای ارزیابی عملکرد فرایند وجود دارد، معیار متوسط زمان تا هشدار است. این معیار بر اساس  $ARL$  محاسبه می‌شود و تعداد مراحل زمانی مورد نیاز تا مشاهده‌ی یک هشدار بر روی نمودار کنترلی