مرکز تحقیقات علمی و آموزش ایران
تهیه مدارک

بسم ا... الرحمن الرحیم

۱۳۸۰ /۵/ ۳

بررسی پدیدهٔ دوشاخه‌ای‌شدن در تیر- ستونها

بوسیلهٔ

حمید رضا عابدینی ندوشن

پایان نامه

012122

ارائه شده به دانشکدهٔ تحصیلات تکمیلی به عنوان بخشی از فعالیتهای
تحصیلی لازم برای اخذ درجهٔ کارشناسی ارشد

در رشتهٔ
مهندسی مکانیک - طراحی جامدات
از
دانشگاه شیراز
شیراز ، ایران

ارزیابی وتصویب شده توسط کمیتهٔ پایان نامه با درجهٔ : **عالی**
امضاء اعضاء کمیتهٔ پایان نامه:

دکتر مجتبی محزون، استادیار مهندسی مکانیک(رئیس کمیته).....

دکتر قدرت ا... کرمی، استاد مهندسی مکانیک .....

دکتر مهرداد فرید، استادیار مهندسی مکانیک .....

خرداد ۱۳۸۰

۳۴۵۶۴

تقدیم به :

پدر ومادر عزیز و فداکارم

و همسر بردبار و مهربانم

۳۴۵۹۴

سپاسگزاری

با سپاس از خداوند متعال که مرا در زندگی یاری فرمود و مـرا مـورد لطـف و رحمـت خویش قرار داد.

با تشکر و قدردانی فراوان از زحمات و راهنمائیهای بی دریـغ اسـتاد آرجمنـدم آقـای دکتر مجتبی محزون که مرا در امر انجام این پایان‌نامه یاری فرمودند. همچنین از اساتید گرامی کمیتهٔ پایان‌نامه آقایان دکتر قدرتا... کرمی ودکتر مـهرداد فریـد کـه از محضـر ایشان کسب فیض نمودم، کمال تشکر را دارم. در پایان مراتب قدردانـی خـود را از تمـام کارکنان دلسوز دانشکده و تمام عزیزانی که در راه تحصیـل علـم مـرا یـاری دادنـد ابـراز می‌دارم.

چکیده

بررسی پدیدهٔ دوشاخه‌ای‌شدن در تیر- ستون‌ها

توسط

حمیدرضا عابدینی ندوشن

پدیدهٔ دوشاخه‌ای‌شدن یکی از ویژگیهای مهم سیستمهای غیرخطی است که به یک یا چند پارامتر وابسته هستند. زمانی که این پدیده در سیستم رخ می‌دهد در رفتار سیستم تغییر کیفی بوجود می‌آید وممکن است باعث ناپایداری سیستم گردد. بنابراین بررسی این پدیده برای کنترل بهتر سیستم و طراحی بهینه لازم است.

در این پایان‌نامه ابتدا به تاریخچه‌ای از تحقیقات قبلی در این زمینه و معرفی کلی سیستمهای دینامیکی پرداخته می‌شود. در قدم بعدی انواع پدیدهٔ دوشاخه‌ای‌شدن که ممکن است در رفتار تیر-ستون‌ها بوجودآید و پیوسته وگسسته‌بودن این پدیده‌ها و تعدادی از روشهای تحلیل دوشاخه‌ای‌شدن مانند روش منیفولد مرکزی، روش شکل نرمال، روش اختلالات جزئی مورد بحث قرار می‌گیرد. برای درک بهتر موضوع، تیری با کمانش اولیه که مدل بسیاری از سازه‌ها بویژه بال هواپیمایی که درمعرض گرم‌کنندهٔ آیرودینامیکی قرار دارد در نظر گرفته شده وبا استفاده از روش گالرکین معادلات با مشتقات جزئی به یک دسته از معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شود. درتحلیل رفتاراین سیستم دو نوع دوشاخه‌ای‌شدن کاسپ(Cusp) وگره - زینی(Saddle-node) مورد تحلیل قرار می‌گیرد. بررسی رفتار فراگیر سیستم به روش اختلالات جزئی نشان می‌دهد که سیستم در مود اول در شرایط تحت‌بحرانی ودر مود دوم ومود ترکیبی در شرایط فوق‌بحرانی است. تحلیل رفتار دینامیکی سیستم تحت بارهای پله و ضربه نشان می‌دهد که مقدار نیروی جانبی در بار پله‌ای ۲۳٪ ودر بار ضربه‌ای حداکثر۲۹٪ ازحالت استاتیکی کمتر است. تحلیل سیستم غیرخودگرد که تحت بار سینوسی است ونمودارها ونتایج تحلیل سیستم در حالات مختلف در قسمت آخر پایان‌نامه گزارش شده است.

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فهرست اشکال	ط
فهرست علائم اختصاری	ل
فصل اول ـ مقدمه و تاریخچه	۱
۱-۱-مقدمه	۱
۱-۲-تاریخچه	۱
فصل دوم - مقدمه‌ای بر سیستمهای دینامیکی	۴
۲-۱- مقدمه	۴
۲-۲- فضای حالت(State Space)	۴
۲-۳- انواع سیستمهای دینامیکی	۵
۲-۴- خطی کردن سیستم حول یک نقطه	۵
۲-۵- نقاط تعادل سیستم	۶
۲-۶- فرمهای جردن(Jordan form) ماتریس A	۷
۲-۷- پایداری در سیستمهای غیر خطی	۹
۲-۸- انتگرال اول سیستم	۱۲
۲-۹- مجموعه‌های حدی	۱۳
۲-۱۰- شاخص نقطه تعادل	۱۴

عنوان	صفحه

فصل سوم – پدیده دوشاخه‌ای‌شدن	**۱۶**
۳-۱- مقدمه	۱۶
۳-۲- شرایط دوشاخه‌ای‌شدن در سیستم	۱۶
۳-۳- پیوسته و گسسته بودن پدیده	۱۷
۳-۴- دوشاخه‌ای‌شدن فراگیر	۱۸
۳-۵- دوشاخه‌ای‌شدن موضعی	۲۰
۳-۵-۱- دوشاخه‌ای‌شدن هوف(Hopf Bifurcation)	۲۱
۳-۵-۲- دوشاخه‌ای‌شدن گره – زینی(Saddle-Node Bifurcation)	۲۳
۳-۵-۳- دوشاخه‌ای‌شدن بحرانی گذرا(Transcritical)	۲۴
۳-۵-۴- دوشاخه‌ای‌شدن پیچفورک(Pitchfork Bifurcation)	۲۵
۳-۵-۵- دوشاخه‌ای‌شدن کاسپ(Cusp Bifurcation)	۲۶
فصل چهارم – روشهای تحلیل سیستم	**۲۹**
۴-۱- مقدمه	۲۹
۴-۲- روش منیفولد مرکزی	۲۹
۴-۳- روش تئوری نرمال	۳۴
۴-۴- روش اختلالات جزئی	۳۹
۴-۵- استفاده از نرم‌افزار(MATLAB)	۴۲
فصل پنجم – بررسی دوشاخه‌ای‌شدن در تیر با انحنای اولیه	**۴۳**
۵-۱- بدست آوردن معادلات اساسی	۴۳
۵-۲- فرمول‌بندی مختصات عمومی	۴۵
۵-۳- بررسی نقاط دوشاخه‌ای‌شدن	۴۷
۵-۴- بررسی حالات خاص سیستم در مود اول	۵۰

عنوان	صفحه
۵-۴-۱- $\overline{p}=0$، بار جانبی صفر	۵۰
۵-۴-۲- $\overline{w}=0$، کمانش اولیه صفر	۵۱
۵-۴-۳- $\overline{p}=\frac{\overline{w}_0^3}{6\sqrt{3}}$، بار دوشاخه‌ای‌شدن	۵۲
الف) - روش منیفولد مرکزی	۵۳
ب) – کاربرد روش شکل نرمال	۵۴
۵-۵- بررسی سیستم غیر استهلاکی($\overline{\mu}=0$)	۵۶
۵-۵-۱- مود اول سیستم	۵۶
۵-۵-۲- مود دوم سیستم	۵۷
۵-۵-۳- مود ترکیبی سیستم	۵۷
۵-۶- کلاسه‌بندی پدیده دوشاخه‌ای‌شدن در سیستم	۵۹
۵-۶-۱- مود اول سیستم	۶۰
۵-۶-۲- مود ترکیبی سیستم	۶۱
۵-۷- بررسی سیستم در حالت دینامیکی	۶۲
۵-۷-۱- عملکردسیستم در برابر بار پله	۶۲
۵-۷-۲- عملکرد سیستم در برابر بار ضربه	۶۴
۵-۷-۳- عملکرد سیستم در برابر بار سینوسی	۶۵
۵-۸- تحلیل دوشاخه‌ای‌شدن فراگیر سیستم	۶۶
۵-۸-۱- مود اول سیستم	۶۶
۵-۸-۲- تحلیل سیستم در مود دوم	۷۰
۵-۸-۳- بررسی سیستم در مود ترکیبی	۷۲
۵-۹- بررسی شاخص نقطه تعادل در محل دوشاخه‌ای‌شدن	۷۴

عنوان	صفحه

فصل ششم – نتایج ونمودارها	**۷۶**
۶-۱- مقدمه	۷۶
۶-۲- سیستم در مود اول	۷۶
۶-۳- سیستم در مود دوم	۷۸
۶-۴- سیستم در مود ترکیبی	۷۸
۶-۵- عملکرد سیستم در برابر بارهای دینامیکی و پله	۸۸
۶-۶- عملکرد سیستم در برابر بار سینوسی	۸۹
۶-۶-۱- کمانش اولیه ثابت	۸۹
۶-۶-۲- دامنهٔ بار جانبی ثابت	۹۰
۶-۷- نتیجه‌گیری	۱۰۳
۶-۸- پیشنهادات	۱۰۳
پیوست الف	**۱۰۵**
پیوست الف ـ ۱- معادلات(۵-۲-۳)	۱۰۵
پیوست الف – ۲- معادلات(۵-۷-۵)و(۵-۷-۱۵)	۱۰۸
مراجع	**۱۱۰**
چکیده وعنوان انگلیسی	

فهرست آشکال

شکل	صفحه
۲-۱ : انواع نقاط تعادل	۷
۲-۲ : گره ستاره‌ای وگره ناسره	۸
۲-۳ : نواحی مختلف برای انواع نقاط تعادل	۹
۲-۴ : انواع مجموعه‌های حدی	۱۴
۳-۱ : سیستم دوشاخه‌ای با چرخه حدی	۱۷
۳-۲ : دوشاخه‌ای‌شدن فراگیر در سیستم	۱۸
۳-۳ : دوشاخه‌ای‌شدن فراگیر به صورت Saddle – Connection	۱۹
۳-۴ : دوشاخه‌ای‌شدن فراگیر در سیستم واندرپول	۲۰
۳-۵ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن هوف در فضای فازی	۲۲
۳-۶ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن هوف در فضای پارامتری	۲۲
۳-۷ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن گره - زینی در فضای پارامتری	۲۴
۳-۸ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن گره – زینی در فضای فازی	۲۴
۳-۹ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن بحرانی‌گذرا در فضای پارامتری	۲۵
۳-۱۰ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن بحرانی‌گذرا در فضای فازی	۲۵
۳-۱۱ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن پیچفورک در فضای پارامتری	۲۶
۳-۱۲ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن پیچفورک در فضای فازی	۲۶
۳-۱۳ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن کاسپ در فضای فازی	۲۷
۳-۱۴ : رفتاردوشاخه‌ای‌شدن کاسپ در فضای پارامتری	۲۸

شکل **صفحه**

۴-۱ : منیفولد مرکزی ۳۱

۵-۱ : تیر با انحنای اولیه ۴۳

۵-۲ : ارتعاش سیستم در مود اول ۶۹

۵-۳ : ارتعاش سیستم در مود دوم ۷۱

۶-۱ : فضای فازی سیستم در مود اول تحت بارهای کوچکتر از مقدار بحرانی ۸۰

۶-۲ : فضای فازی سیستم در مود اول تحت بار بحرانی وبزرگتر از آن ۸۲

۶-۳ : پدیده Canard در فضای فازی مود اول ۸۲

۶-۴ : دوشاخه‌ای‌شدن گره – زینی در مود اول سیستم ۸۳

۶-۵ : سیستم غیراستهلاکی در مود اول ۸۴

۶-۶ : ارتعاشات سیستم درفضای فازی مود دوم ۸۵

۶-۷ : رفتار کانونی سیستم در مود ترکیبی ۸۶

۶-۸ : رفتار سیستم در اطراف نقطهٔ دوشاخه‌ای‌شدن در مود ترکیبی ۸۶

۶-۹ : رفتار زینی سیستم در مود ترکیبی ۸۷

۶-۱۰ : نمودار بار پله بر حسب کمانش اولیه ۸۸

۶-۱۱ : نمودار بار ضربه بر حسب کمانش اولیه ۸۸

۶-۱۲ : رفتار سیستم به ازای $\overline{w}_0 = 1$ و بار متغیر ۹۲

۶-۱۳ : رفتار سیستم به ازای $\overline{w}_0 = 1$ و بار متغیر ۹۳

۶-۱۴ : رفتار سیستم به ازای $\overline{w}_0 = 1$ و بار متغیر ۹۴

۶-۱۵ : رفتار سیستم به ازای $\overline{w}_0 = 2$ و بار متغیر ۹۵

۶-۱۶ : رفتار سیستم به ازای $\overline{w}_0 = 2$ و بار متغیر ۹۶

۶-۱۷ : رفتار سیستم به ازای دامنهٔ بار ثابت $\overline{p} = 0.5$ وکمانش اولیهٔ متغیر ۹۷

۶-۱۸ : رفتار سیستم به ازای دامنهٔ بار ثابت $\overline{p} = 0.5$ وکمانش اولیهٔ متغیر ۹۸

شکل **صفحه**

۶-۱۹ : رفتار سیستم به ازای دامنهٔ بار ثابت $\overline{p} = 1$ وکمانش اولیهٔ متغیر ۹۹

۶-۲۰ : رفتار سیستم به ازای دامنهٔ بار ثابت $\overline{p} = 1$ وکمانش اولیهٔ متغیر ۱۰۰

۶-۲۱ : رفتار سیستم به ازای دامنهٔ بار ثابت $\overline{p} = 4$ وکمانش اولیهٔ متغیر ۱۰۱

۶-۲۲ : رفتار سیستم به ازای دامنهٔ بار ثابت $\overline{p} = 4$ وکمانش اولیهٔ متغیر ۱۰۲

فهرست علائم اختصاری

علامت	توضیح
A	ماتریس ژاکوبین
A_s	سطح مقطع تیر
C	مقدار ثابت انتگرال اول سیستم
d	مقدار جابجایی بین دو تکیه‌گاه
$\det A$	دترمینان ماتریس A
E	مدول یانگ
E^c	زیر فضای مرکزی
E^s	زیر فضای پایدار
E^u	زیرفضای ناپایدار
g	تابع انتگرال اول سیستم
∇g	گرادیان بردار g
I	ممان اینرسی دوم سطح
J	ماتریس فرم جردن برای ماتریس A
K	شاخص نقطهٔ تعادل
L	طول تیر
L_0	طول اولیهٔ تیر

علامت	توضیح
L_c	مجموعهٔ منحنی‌های تراز
N_{cr}	بار بحرانی محوری
$\overline{N}$	بار محوری بی‌بعدشده
$p(x,t)$	بار جانبی دینامیکی
$\overline{p}$	بار جانبی بی‌بعدشده
R^2	فضای دوبعدی
R^4	فضای چهاربعدی
trA	مجموع درآیه‌های روی قطر اصلی ماتریس A
$w(x,t)$	مقدار جابجایی در اثر بار دینامیکی
w_{loc}^c	منحنی منیفولد مرکزی
w_0	مقدار کمانش اولیه در وسط تیر
w_s	مقدار جابجایی استاتیکی در تیر
$\overline{w}_m$	جابجایی بدون بعد
α	قسمت حقیقی مقدار ویژهٔ مختلط
β	قسمت موهومی مقدار ویژهٔ مختلط
β_1, β_2	پارامترهای وابستهٔ دوشاخه‌ای‌شدن کاسپ
β_d	ضریب میرایی ویسکوز
δ_{mi}	دلتای کرونکر
Δ	مبین معادلهٔ درجهٔ دوم
ε	پارامتر کوچک در اختلالات جزئی
λ	پارامتر وابسته سیستم جهت دوشاخه‌ای‌شدن

علامت	توضیح
λ_0	مقدار ویژهٔ مزدوج
λ_1, λ_2	مقادیر ویژه
μ	پارامتر وابسته سیستم جهت دوشاخه‌ای‌شدن
$\overline{\mu}$	ضریب میرایی بدون بعد
ρ	دانسیتهٔ جرمی
σ_c	مجموعهٔ مقادیر ویژه باقسمت حقیقی صفر
σ_s	مجموعهٔ مقادیر ویژه باقسمت حقیقی منفی
σ_u	مجموعهٔ مقادیر ویژه باقسمت حقیقی مثبت
τ	زمان بی‌بعد شده
ω	فرکانس طبیعی سیستم
ω_0	فرکانس طبیعی سیستم خطی

فصل اول

مقدمه و تاریخچه

۱-۱-مقدمه

شناخت کامل از یک سیستم و پیش بینی عملکرد زمانمند آن برای کارآیی بهتر آن لازم است. اکثرسیستمهایی که بشر با آن برخورد دارد طبیعتی غیرخطی دارند و تحلیل عملکرد آنها به سادگی ممکن نیست. در بررسی سیستمهای غیرخطی ممکن است با پدیده‌هایی چون آشوب، دوشاخه‌ای‌شدن و ...مواجه شویم که شناخت کامل از آنها برای کنترل سیستم لازم است. تیرها و ستونها زیرمجموعه بزرگی از سازه‌های مهندسی هستند که بسیاری از سیستمها را می‌توان با آنها مدل کرد. یکی از پدیده‌هایی که ممکن است درتحلیل رفتار این سیستمها بوجودآید دوشاخه‌ای‌شدن است. در این پایان‌نامه ابتدا اشاره مختصری به تحقیقات گذشته دراین زمینه شده وسپس به معرفی سیستمهای دینامیکی می‌پردازیم. در ادامه انواع دوشاخه‌ای‌های موضعی که درتیرها و ستونها رخ می‌دهد و چند روش تحلیلی و عددی برای بررسی آنها معرفی شده‌است و در پایان ارتعاشات غیرخطی یک تیر با انحنای اولیه تحت بارخارجی که مدل بسیاری از سیستمهای دینامیکی از جمله بال هواپیما می‌باشد مورد بررسی قرار گرفته و پدیده دوشاخه‌ای‌شدن در آن تحلیل شده‌است.

۱-۲-تاریخچه

بررسی پدیده دوشاخه‌ای‌شدن در تیرها و ستونها به سال۱۹۴۷ میلادی باز می‌گرددکه شانلی(Shanley) مفهوم دوشاخه‌ای‌شدن را در یک ستون با بار مماسی و یک تیر ساده الاستیک - پلاستیک بررسی‌کرد[1].در سال۱۹۶۵ یک روش عددی توسط مالویک(Malviek) و لی(Lee) ارائه شدکه رفتار یک ستون با مقطع مربعی با دامنه های کوچک در مودهای اولیه و بالاتر بررسی شده‌است[1]. هوانگ(Huang) در سال