

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# دانشگاه تفرش

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

یک آرایه سه بعدی از تله های میکرونی

مغناطیسی دائم برای اتم های فوق سرد

استاد راهنما:

آقای دکتر سعید قنبری

استاد مشاور:

آقای دکتر ناصر راسخی نژاد

دانشجو:

سعید حمزه لویی

تاریخ: ۱۳۸۹ / ۳ / ۷  
 شماره: ۴۵۴۹ / ۹۸۸  
 پوسه: .....

  
 دانشگاه تهر  
 مدیریت تحصیلات تکمیلی

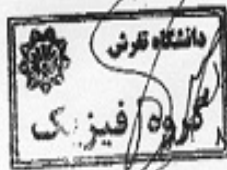
**صور تجلسه دفاعیه پایان نامه کارشناسی ارشد**

نام و نام خانوادگی: سعید حمزه لوشی  
 رشته تحصیلی/گرایش: فیزیک / ذرات بنیادی  
 شماره دانشجویی: ۸۷۵۱۲۲۰۰۳  
 گروه: فیزیک

عنوان پروژه: یک آرایه سه بعدی از تله های میکرونی مغناطیسی دائم برای اتم های فوق سرد

تعداد واحد: ۶  
 تاریخ تصویب: ۸۸/۸/۲۵  
 تاریخ دفاع: ۸۹/۴/۷  
 شماره نهایی: ۱۸/۵  
 به عدد: ۱۸/۵  
 به حروف: هیجده و پنج

	دانشگاه زنجان	استادیار	دکتر سعید قنبری	استاد راهنما
	دانشگاه تهر	استادیار	دکتر ناصر راسخی نژاد	استاد مشاور
	دانشگاه زنجان	استادیار	دکتر قدیر محمد خانی	داور خارجی
	دانشگاه تهر	استادیار	دکتر رضا فیاض	داور داخلی
	دانشگاه تهر	استادیار	دکتر رضا فیاض	نماینده تحصیلات تکمیلی



مدیر گروه: دکتر ناصر راسخی نژاد  
 اعضا:  
 تاریخ: ۱۳۸۹ / ۴ / ۷  
 مهر:



مدیر تحصیلات تکمیلی دانشگاه: دکتر حمید رضا دهقانپور  
 اعضا:  
 تاریخ:  
 مهر:

## قدر دانی و تشکر

در ابتدا از استاد راهنمایم جناب آقای دکتر سعید قنبری که در تمام مراحل نگارش این پایان نامه صبورانه مرا یاری نمودند و بنده افتخار شناگردی ایشان را پیدا کردم سپاس گزارم. از همسر عزیزم که همواره در کنارم بوده تا این کار به سرانجام برسد کمال تشکر را دارم و این پایان نامه را به او تقدیم می کنم.

## چکیده

یک آرایه سه بعدی از تله های میکرونی مغناطیسی دائم برای اتم های فوق سرد

بوسیله ی:

سعید حمزه لویی

شبکه های مغناطیسی که به وسیله ی لایه های نازک مغناطیده بر روی تراشه های اتمی تولید می شوند همچون شبکه های اپتیکی که با پرتوهای لیزر ایجاد می شوند برای به دام اندازی اتم های فوق سرد به کار می روند. این شبکه ها که از شبکه های اپتیکی پایدارترند، در طراحی انعطاف پذیر بوده و در آنها گسیل های خود به خودی در حین فرایند تله اندازی اتفاق نمی افتد، همچنین قابلیت تولید تله هایی با آرایش هندسی دلخواه را فراهم می سازند. ایجاد آرایه ای سه بعدی از تله های مغناطیسی با استفاده از آهنربا های مغناطیسی دائم در ساخت کامپیوترهای کوانتومی و پردازش اطلاعات کوانتومی کاربرد دارد. در این پایان نامه پس از بررسی چگالش بوز - اینشتین و معرفی تله های مغناطیسی به بررسی شبکه های اپتیکی و مغناطیسی می پردازیم. سپس با استفاده از چندین آرایه از بره های مغناطیسی مستطیل شکل یک شبکه سه بعدی از تله های مغناطیسی ایجاد می کنیم و همچنین ضمن بررسی این شبکه ها به صورت تحلیلی و عددی، کمیت هایی چون بسامد و مکان تله های مغناطیسی را بررسی خواهیم کرد.

## فهرست مطالب

عنوان	صفحه
مقدمه .....	۱
<b>فصل اول: چگاله ی بوز- اینشتین</b>	
۱-۱ مقدمه .....	۳
۲-۱ چگالش بوز- اینشتین در ابر اتمی .....	۵
۳-۱ تئوری حالت چگالیده .....	۹
۱-۳-۱ تداخل بین دو چگالیده .....	۱۲
۲-۳-۱ تقریب توماس- فرمی .....	۱۳
<b>فصل دوم: اتم های فوق سرد و میکروتله های مغناطیسی</b>	
۱-۲ به دام اندازی مغناطو استاتیک اتم های خنثی .....	۱۶
۲-۲ تله چهار قطبی .....	۱۷
۳-۲ تله <i>TOP</i> .....	۱۸
۴-۲ تله آیوف- پریچارد .....	۲۰
۵-۲ گاز های تبهگن کوانتومی در میکرو تله ها .....	۲۲
<b>فصل سوم: شبکه های اپتیکی</b>	
۱-۳ مقدمه .....	۲۳
۲-۳ شبکه اپتیکی .....	۲۴
۱-۲-۳ شبکه های یک بعدی .....	۲۵
۲-۲-۳ شبکه های چند بعدی .....	۲۷
۳-۳ چرا به دنبال مطالعه ی BEC د ر شبکه های اپتیکی هستیم؟ .....	۲۸
۴-۳ گذار فاز کوانتومی ابرشاره به نارسانای مات در شبکه های اپتیکی .....	۲۸
۱-۴-۳ مدل بوز- هابارد .....	۲۹

۳-۴-۲ نارسانای مات ..... ۳۱

### فصل چهارم: شبکه های مغناطیسی

۱-۴ مقدمه ..... ۳۳

۲-۴ آرایه ای یگانه از آهنربا های موازی مستطیلی شکل ..... ۳۵

۳-۴ آرایه هایی از آهنربا های دائم مربعی ..... ۳۷

۱-۳-۴ آرایه ی یگانه ای از آهنربا های مربعی ..... ۳۸

۲-۳-۴ چهار آرایه از آهنربا های مربعی ..... ۳۹

۳-۳-۴ شبکه ی مغناطیسی دو بعدی متقارن ..... ۴۲

۴-۴ آرایه ی یگانه ای از آهنربا های مستطیلی شکل موازی ..... ۴۴

۵-۴ دو آرایه ی متقاطع از آهنربا های مستطیلی شکل موازی ..... ۴۵

### فصل پنجم: یک آرایه ی سه بعدی از تله های میکرونی مغناطیسی دائم برای اتم های فوق سرد

۱-۵ مقدمه ..... ۵۱

۲-۵ سه آرایه ی متقاطع از آهنربا های مغناطیسی دائم با حضور میدان خارجی ..... ۵۲

۳-۵ یازده آرایه ی متقاطع متناهی از آهنربا های مغناطیسی دائم با حضور میدان خارجی ..... ۵۸

۴-۵ محاسبه ی دمای بحرانی چگاله ی بوز- اینشتین برای اتم های  $^{87}Rb$  ..... ۶۲

نتیجه گیری ..... ۶۴

پیوست (الف) ..... ۶۵

پیوست (ب) ..... ۶۷

پیوست (پ) ..... ۶۸

پیوست (ت) ..... ۷۵

مراجع ..... ۸۳

## مقدمه

مطالعه ی اتم های فوق سرد در شبکه های اپتیکی [۲ و ۱] و مغناطیسی امروزه یکی از مهمترین موضوعات مورد مطالعه ی فیزیکدانان ماده چگال و اتمی- مولکولی است [۳ و ۴]. محاسبات کوانتومی به وسیله ی اتم های فوق سرد خنثی [۵] یکی از اصلی ترین انگیزه های مطالعات این شبکه هاست. یکی دیگر از مطالعات آزمایشگاهی و نظری اتم های فوق سرد در این شبکه ها گذار فاز کوانتومی ابر شار به عایق مات است.

با وارد کردن تعدادی از پرتو های لیزری مختلف امکان تولید پتانسیل های تناوبی در یک، دو یا سه بعد وجود دارد. اولین کار آزمایشگاهی برای شبکه های اپتیکی در سال ۱۹۸۷ در مورد اتم های گاز کلاسیکی سزیم انجام شد. مطالعه اتم در چنین پتانسیل هایی جنبه های مختلفی دارد. در ساده ترین نوع امکان مطالعه ساختار باند های انرژی اتم های متحرک در این پتانسیل هاست که مشاهده این کار در مورد الکترون ها در شبکه های تناوبی یک جامد مشکل است.

یک روش خوب برای تولید آرایه ای تناوبی برای اتم های فوق سرد، استفاده از آرایه ای متناوب از میکروتله های مغناطیسی است. شبکه ی یک بعدی مغناطیسی متشکل از آرایه های دو بعدی تله ها یا موجبر ها قبلا پیشنهاد شده است [۶] و به وسیله سیم های حامل جریان [۷] و آهنربا های دائم [۸] بر روی تراشه های اتمی ساخته شده است. همچنین شبکه های دو بعدی از میکرو تله های مغناطیسی توسط آرایه های متقاطع از سیم های حامل جریان پیشنهاد شده است [۹].

اساس کار یک تله ی مغناطیسی، استفاده از گرادیان میدان مغناطیسی برای به دام انداختن ذراتی خنثی است که گشتاور مغناطیسی  $\vec{\mu}$  دارند. از این تله ها برای مقاصد مختلفی در فیزیک استفاده می شود که مهمترین آن ها استفاده در آخرین مرحله در فرایند سرد سازی اتم ها به منظور رسیدن به چگاله بوز- اینشتین است. دیوید پریچارد اولین کسی بود که استفاده از تله های مغناطیسی را به منظور به دام انداختن اتم های فوق سرد مطرح نمود.

فناوری تولید ریز ساختار های مغناطیسی با کیفیت بالا، به وسیله فیلم های مغناطوپتیکی  $TbGdFeCo$  که به صورت دائم و با مغناطش عمود هستند، پیشرفت زیادی کرده است [۱۰]. از این ریز ساختار های مغناطیسی در ساخت آینه های مغناطیسی تناوبی برای اتم های فوق سرد استفاده می شود که در حضور میدان های مغناطیسی خارجی به شکل شبکه مغناطیسی یک بعدی از تله های دو بعدی در می آید. فیلم های مغناطوپتیکی یاد شده به صورت فوق العاده همگنی، خاصیت مغناطیسی دارند و مغناطش دائمی بالایی ( $4\pi M_z \sim 3.8 \text{ kG}$ ) دارند. از آرایه های تناوبی از فیلم های مغناطیسی دائم برای تولید شبکه های مغناطیسی از میکروتله ها به منظور به دام اندازی و کنترل ابر های کوچکی از اتم های فوق سرد و گازهای تبهگن کوانتومی استفاده می شود [۱۱ و ۸].



شبکه های مغناطیسی که بر پایه فیلم های مغناطیسی دائم به وجود آمده اند مزیت هایی نسبت به شبکه های اپتیکی و همین طور شبکه های مغناطیسی که بر اساس سیم های حامل جریان به وجود آمده اند، دارند. در این شبکه ها دیگر مشکلات مربوط به پرتو های لیزری، مانند شدت بالا یا پراش نور یا ناهمدوسی به خاطر گسیل های خود به خودی، وجود ندارد. همچنین این شبکه ها قادر به تولید چاه های پتانسیل تجدید پذیر و پایدار با کمترین اختلال هستند و قابلیت تولید تله هایی با آرایش هندسی دلخواه را فراهم می سازند. از طرفی این شبکه ها را می توان با عمق تله زیاد و خمیدگی میدان مغناطیسی بزرگ تولید کرد که منجر به ایجاد بسامد های تله ای بزرگ می شوند. در این شبکه ها بر خلاف شبکه هایی که از سیم های حامل جریان به وجود آمده، اتلاف گرمایی وجود ندارد.

با استفاده از فناوری روز، شبکه های مغناطیسی دائم را می توان در دوره تناوب های مختلف به عنوان مثال از ۱ تا ۱۰۰ میکرومتر ساخت. در نهایت در شبکه های مغناطیسی تنها اتم های جوئی حالت میدان مغناطیسی پایین، به دام می افتند و امکان سرمایه گذاری نیز در این اتم ها وجود دارد و راه برای مطالعه این شبکه ها در پدیده های دمایی خیلی پایین، هموار شده است.

در فصل اول به توضیح چگالش بوز-اینشتین و بیان تئوری حالت های چگالیده پرداخته شده است. در فصل دوم تله های مغناطیسی و انواع آنها معرفی شده و راجع به نحوه ی به دام انداختن اتم ها بحث خواهد شد. در فصل سوم به توضیح چگونگی ایجاد شبکه های اپتیکی پرداخته و انواع آن را نیز بررسی خواهیم کرد و پدیده ی مهم گذار فاز از حالت ابر شار به حالت عایق مات به اختصار بیان شده است. در فصل چهارم به بررسی پیکر بندی آهنرباهای دائم متشکل از انواع آرایه های تناوبی به منظور تولید آرایه های مغناطیسی یک و دو بعدی از میکرو تله های مغناطیسی با شرط کمینه ی پتانسیل غیر صفر و ارتفاع سد پتانسیل قابل تغییر برای به دام اندازی گاز های تبهگن کوانتومی و اتم های فوق سرد پرداخته ایم. در فصل پنجم نیز، با پیشنهاد آرایه ای از آهنرباهای متقاطع مستطیلی شکل به منظور تولید میکرو تله های مغناطیسی با شرط کمینه ی پتانسیل غیر صفر، به حل تحلیلی با فرض نامتناهی بودن شبکه ی مغناطیسی پرداخته و با محاسبه ی کمیت های مختلف فیزیکی، در نهایت با محاسبات عددی مقایسه شده اند.

## فصل اول

### چگاله ی بوز- اینشتین

#### ۱-۱ مقدمه

در سال ۱۹۲۴ فیزیکدان هندی بوز مقاله ای را برای اینشتین فرستاد [۱۲]. این مقاله راجع به قانون پلانک<sup>۱</sup> برای تابش جسم سیاه با در نظر گرفتن فوتون ها به صورت گازی از ذرات یکسان بود. اینشتین با استفاده از مقاله بوز برای گازی از اتم های یکسان و با فرض ثابت و پایسته بودن این اتمها به این نتیجه رسید که در دما های پایین این ذرات که بوزون نام دارند می توانند در پایین ترین تراز انرژی سیستم<sup>۲</sup> قرار گیرند [۱۳]. این همان چگالش بوز-اینشتین<sup>۳</sup> است. در چگاله بوز-اینشتین میلیون ها اتم تمایل دارند که همگی در یک تراز کوانتومی حضور داشته باشند و موجب ماکروسکوپیکی شدن دنیای کوانتومی می شوند. یعنی می توان به وسیله یک تابع موج کوانتومی خصوصیات آن ها را نمایش داد.

چگاله بوز-اینشتین ابتدا در سال ۱۹۹۵ طی یک سری آزمایش ها بر روی بخار های روبیدیم و سدیم که اتم هایشان در تله مغناطیسی<sup>۴</sup> به دام افتاده مشاهده شد. دمای این اتم ها به وسیله روش های سرمایشی به میکروکلوین کاهش پیدا کرده بودند. شواهد اولیه چگالش از اندازه گیری هایی بعد از خاموش شدن تله ناشی می شود و در این حالت اتم ها بسط پیدا می کنند و با روش عکس برداری اپتیکی از چگالیده عکس می گیرند. وجود یک قله تیز در توزیع سرعت در یک دمای بحرانی معین نشانگر رسیدن به حالت چگالیده است. به طور معمول این سیستم ها دارای تابع موج چگالیده ماکروسکوپیکی هستند که رفتار دینامیکی و استاتیکی چگالیده را معین می کند.

---

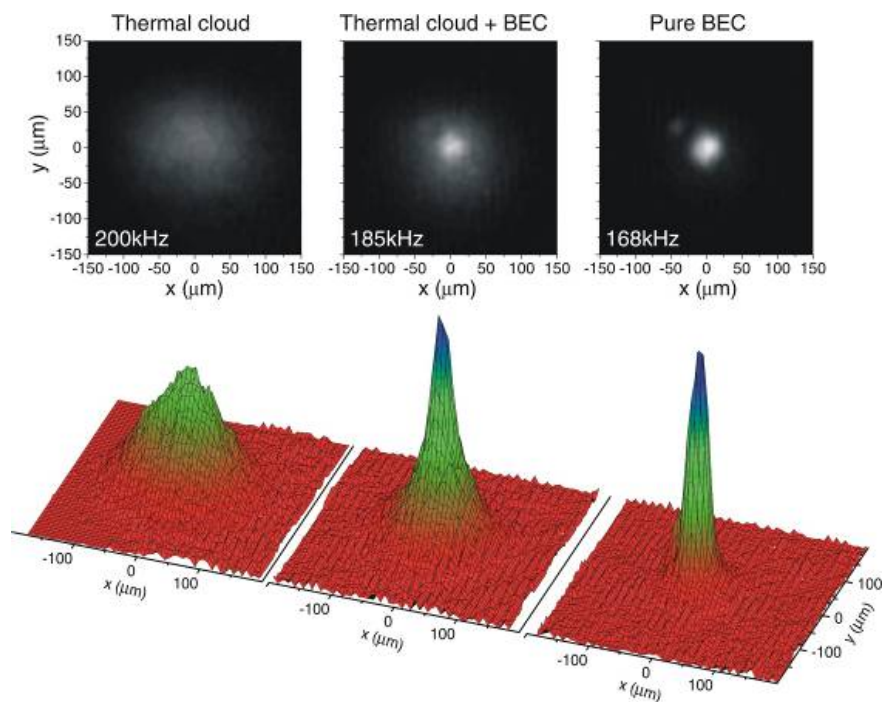
<sup>۱</sup> Planck

<sup>۲</sup> Ground State

<sup>۳</sup> Bose-Einstein Condensation

<sup>۴</sup> Magnetic Trap

همان گونه که اشاره شد یکی از نشانه های رسیدن به حالت چگالیده اطلاعات مربوط به توزیع سرعت است که از عکس برداری اپتیکی بدست آمده اند. هنگامی که به طور ناگهانی میدان مغناطیسی که اتم ها را به دام انداخته خاموش شود انرژی گرمایی باقیمانده در اتم ها باعث می شود که این اتم ها بسط پیدا کنند. بعد از مدت کوتاهی این اتم ها توسط نور لیزر درخشان می شوند و تصویر مورد نظر از این اتم ها گرفته می شود. اتم هایی که سرعت گرمایی بالاتری دارند دورتر از مرکز تصویر قرار می گیرند و اتم هایی که سرعت گرمایی نسبتاً پایینی دارند همان گونه که در شکل دیده می شود در مرکز تصویر قرار می گیرند.



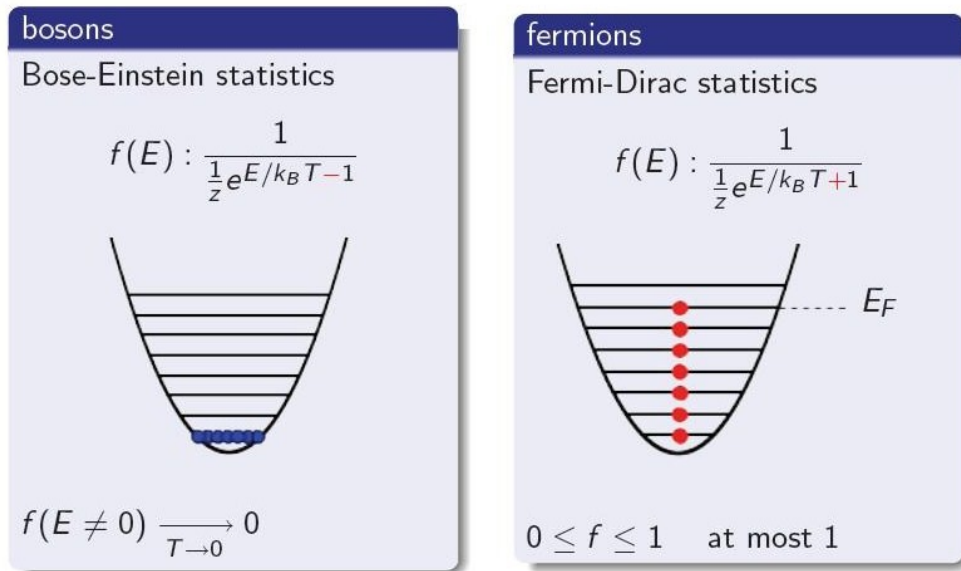
شکل ۱-۱: تشکیل چگالش بوز- اینشتین در اتم های  $^{87}\text{Rb}$  را نشان می دهد. رنگ های مشاهده شده در شکل، توزیع ابر اتمی را قبل از ظهور چگالش (چپ) بعد از ظهور چگالش (وسط) و بعد از تبخیر بیشتر و پایین آوردن دما به چگالش کامل (راست) نشان می دهد [۱۴].

در شکل (۱-۱) از چپ به راست تصاویر مربوط به سه ابر اتمی است که در دماهای پایین قرار گرفته اند. شکل سمت چپ اتم ها هنوز چگالیده نشده اند و توزیع سرعت بر حسب توزیع ماکسول-بولتزمنی<sup>۵</sup> تقریب زده می شود. در شکل وسط چگالش شروع به شکل گرفتن می کند و مخروط وسطی مربوط به اتم های نزدیک به حالت چگالیده هستند و سر انجام شکل سمت راست مربوط به حالت چگالیده خالص است [۱۵].

<sup>۵</sup> Maxwell Boltzmann

## ۲-۱ چگالش بوز- اینشتین در ابر اتمی

بوزون ها ذراتی با اسپین صحیح هستند. تابع موج سیستمی متشکل از بوزون های یکسان تحت جا به جایی دو ذره متقارن است، در صورتی که فرمیون ها ذراتی با اسپین نیم صحیح هستند و تابع موجشان غیر متقارن است. یکی از خصوصیات بوزون ها این است که می توان حالاتی را اشغال کنند که قبلا توسط بوزونی دیگر اشغال شده است. در مقابل بیش از یک فرمیون در یک حالت کوانتومی نمی تواند حضور داشته باشد که دلیل آن اصل طرد پاولی<sup>۶</sup> است. در شکل (۲-۱) شماتیکی از این ذرات به همراه تابع توزیع مربوط به خودشان نمایش داده شده است.



شکل ۲-۱: رفتار بوزون ها و فرمیون ها در دماهای پایین. این ذرات با توجه به سرشت خاص خود رفتار کاملا متفاوتی نسبت به یکدیگر دارند و مطابق شکل تابع توزیع آماری هر کدام به طور مجزا نمایش داده شده است [۱۶].

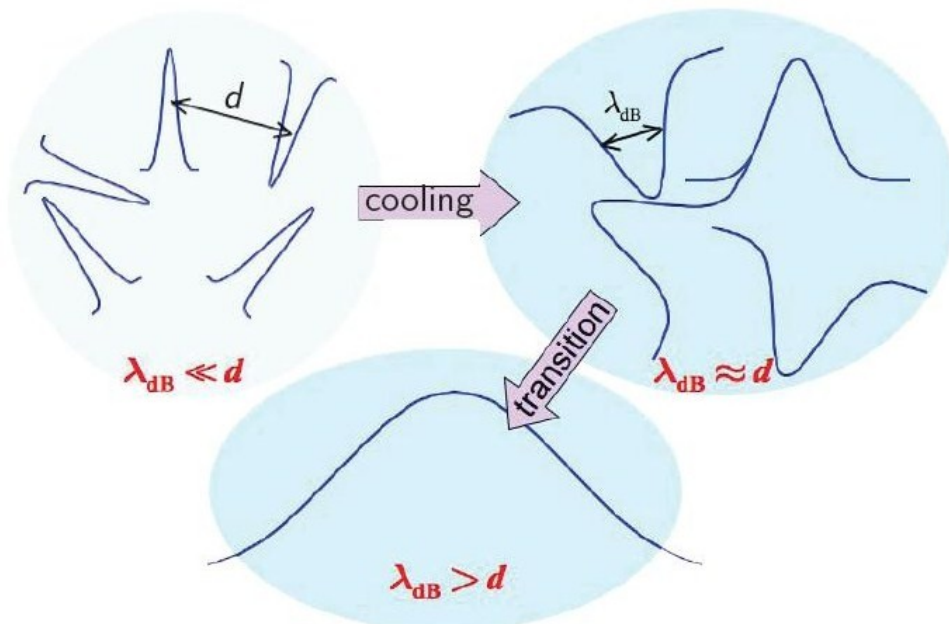
در حالتی که سیستم شامل بوزون ها باشد، احتمال اشغال حالات انرژی بالاتر در یک دمای ثابت در آنسامبل<sup>۷</sup> مورد مطالعه، به صورت نمایی افت می کند. در دمایی خاص، دامنه احتمال خاصی برای اشغال پایین ترین حالت انرژی وجود دارد. با کاهش دما، بسته های موج، تمایل به همپوشانی بیشتر با هم خواهند داشت و اگر فراتر از این حالت برویم، اتم ها تمیز نا پذیر می شوند.

<sup>۶</sup> Pauli Exclusion Principle

<sup>۷</sup> Ensemble

به این ترتیب اشغال اتم ها در حالت پایه به شدت افزایش می یابد. با کوچک ترین کاهش در دما تعداد بوزون هایی که پایین ترین تراز انرژی را اشغال می کنند، به سرعت افزایش می یابد. این حالت خاص را چگاله بوز- اینشتین می خوانند [۸].

در این حالت تابع موج دوبروی مربوط به اتم ها در حد و اندازه فواصل اتمی و یا بزرگتر از آن خواهد بود. در چگاله ی بوز- اینشتین اتم ها دیگر ذرات نقطه ای و منفرد سابق نیستند؛ در این حالت تمیز ناپذیرند و رفتار های موج گونه دارند. همچنین در این حالت همه ی اتم ها را می توان با یک تابع موج توصیف کرد. در شکل (۳-۱) رفتار اتم ها به هنگام پایین آوردن دما تا مرحله رسیدن به چگاله ی بوز- اینشتین نمایش داده شده است.



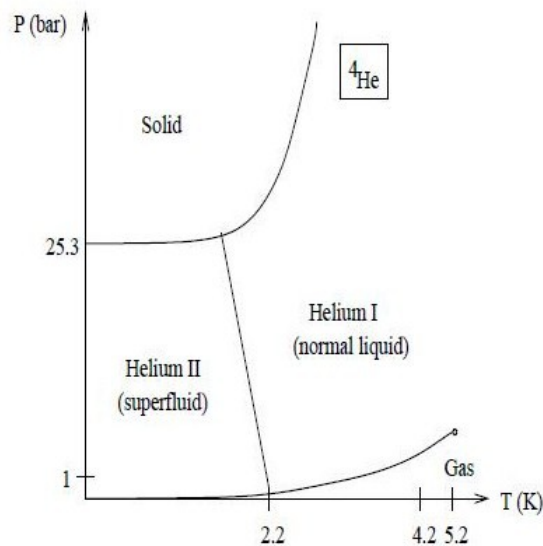
at  $n\lambda_{dB}^3 \sim 1$ : a **single wave function** for all the atoms!

شکل ۳-۱: رفتار اتم ها به هنگام پایین آوردن دما تا مرحله رسیدن به چگاله ی بوز- اینشتین. در مرحله گذار به چگالش بوز- اینشتین همه ی اتم ها را می توان با یک تابع موج توصیف کرد [۱۷].

همان گونه که اشاره شد بوزون ها می توانند حالت تک ذره یکسانی را اشغال کنند. در مورد یک گاز یکنواخت متشکل از ذرات آزاد کمیت های مربوطه عبارتند از جرم ذره  $m$ ، تعداد ذرات در واحد حجم  $n$  و ثابت پلانک  $h = 2\pi\hbar$ . تنها کمیتی که بعد انرژی را داراست عبارت است از  $\frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m}$ . با تقسیم این انرژی بر ثابت بولتزمن می توانیم دمای چگالش  $T_c$  را تخمین بزنیم:

$$T_c = C \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{mk} \quad (۱-۱)$$

اگر مقادیر مربوط به جرم و چگالی  ${}^4\text{He}$  مایع را در حالت فشار گازی اشباع شده آن وارد معادله بالا کنیم، دمای تقریبی گذار برابر  $3/3$  کلوین می شود که این دما بسیار نزدیک به دمایی است که در آن پدیده ابر شارگی<sup>۸</sup> مشاهده می شود. دمای یاد شده  $T_\lambda$  برابر  $2/17$  کلوین است. دلیل استفاده از  ${}^4\text{He}$  به عنوان چگاله ی بوز- اینشتین، مشخصه های اساسی این اتم است، به عنوان مثال این اتم ها اسپین صفر دارند و هیچ گونه بار الکتریکی ندارند و تنها نیروی بین اتمی آن ها، نیروی ضعیف وان دروالس<sup>۹</sup> است. این اتم ها در دمای صفر مطلق در حالت مایع هستند و برای رسیدن به حالت جامد، بایستی فشار زیادی را (۲۵ اتمسفر) تحمل کنند. این ویژگی ها به خاطر این است که نیروی وان دروالس بسیار ضعیفتر از آن است که بتواند بر تلاطم حرارتی نقطه صفر، چیره شود. در دما های بالای  $2/17$  کلوین،  ${}^4\text{He}$  رفتار یک مایع معمولی را دارد و *Helium I* نامیده می شود و در دمای  $4/2$  کلوین می جوشد و در دما های پایین  $2/17$  کلوین،  ${}^4\text{He}$  به شکل *Helium II* در می آید و از مشخصه های آن، آنتروپی و ویسکوزیته ی صفر است. در این دما ها *Helium II* رفتار مخلوطی از دو شماره از خود نشان می دهد: یک شماره معمولی و یک ابر شار. در شکل (۱-۴) نمودار فازی فشار بر حسب دمای  ${}^4\text{He}$  رسم شده است.



شکل ۱-۴: نمودار فازی فشار بر حسب دمای  ${}^4\text{He}$  [۱۷]

این پدیده به چگالش بوز- اینشتین ربط پیدا می کند، در اینجا ما با دو نوع ذره سر و کار داریم، تعدادی که چگاله را می سازند ( $N_1$ ) و تعدادی که در حالت های برانگیخته قرار دارند ( $N_{e>0}$ ). به این ترتیب ما دو نوع شماره در فاز مایع داریم. گذار از حالت  $Helium I$  به  $Helium II$  به خاطر رفتار مغایر ظرفیت گرمایی این اتمها است، طوری که نمودار ظرفیت گرمایی نسبت به دما، شکلی شبیه به حرف یونانی  $\lambda$  دارد و به همین دلیل این نقطه را نقطه لاندا نام گذاری کرده اند.

راه دیگر مرتبط ساختن دمای گذار به چگالی ذرات مقایسه طول موج گرمایی دوبروی  $\lambda_T$  با فاصله ی بین ذره ای میانگین،  $n^{-\frac{1}{3}}$  است. این طول موج این گونه تعریف می شود:

$$\lambda_T = \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mkT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-1)$$

چگالش بوز- اینشتین برای یک گاز ایده ال زمانی رخ می دهد که دما به اندازه کافی پایین آورده شود و  $\lambda_T$  قابل مقایسه با  $n^{-\frac{1}{3}}$  است. در آزمایش های مربوط به چگالش بوز- اینشتین برای اتم های قلیایی، چگالی ذرات از  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  به  $10^{15} - 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  و دمای گذار نیز از  $100 \text{ nK}$  به مرزهای میکروکلون رسیده است.

در آزمایشگاه ها گاز ها غیر یکنواخت هستند و زمانی که در تله قرار می گیرند به طور معمول یک پتانسیل هارمونیک نوسانی به وجود می آورند. با در نظر گرفتن تعداد ذرات  $N$  و چگالی گاز با  $\frac{N}{R^3}$  که  $R$  بعد طولی ابر گازی است و از مرتبه  $\left(\frac{kT}{m\bar{\omega}^2}\right)^{\frac{1}{2}}$  است.  $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{\frac{1}{3}}$  فرکانس زاویه ای متوسط ذره ایست که در پتانسیل نوسانی هماهنگ سه بعدی حرکت می کند. با جا گذاری  $n \sim \frac{N}{R^3}$  در  $T = T_c$  داخل معادله (۱-۱) می توان دمای گذار را به این صورت بیان کرد:

$$kT_c = C_1 \hbar \bar{\omega} N^{\frac{1}{3}} \quad (3-1)$$

که  $C_1$  ثابت عددی است که تقریباً برابر  $0.94$  است. فرکانس های مربوط به تله که در آزمایش ها استفاده می شود به طور معمول از مرتبه  $10^2 \text{ Hz}$  هستند، در نتیجه  $\bar{\omega} \sim 10^3 \text{ s}^{-1}$ ، بنابراین برای تعداد ذرات بین  $10^4$  تا  $10^8$  دمای گذار در حدود دمای میکروکلون قرار می گیرد.

در آزمایش اصلی [۱۸] نقطه شروع برای اتم های گازی شکل روبیدیوم، دمای اتاق بوده و این اتم ها توسط لیزر به دام افتاده و دمای آن ها به وسیله روش های سرمایشی به عنوان مثال روش سرمایش تبخیری<sup>۱۰</sup> به حدود  $20 \mu\text{K}$  رسید، سپس لیزر ها خاموش شده و اتم ها توسط اثر زمین<sup>۱۱</sup> که در آن اسپین الکترون با میدان مغناطیسی غیر همگن بر هم کنش دارد به دام افتادند. در صورتی که از پیچیدگی های مربوط به اسپین هسته چشم پوشی کنیم، اتمی که اسپین الکترونی آن موازی با میدان

<sup>۱۰</sup> Evaporative cooling

<sup>۱۱</sup> Zeeman effect

مغناطیسی است به سمت کمینه میدان مغناطیسی جذب می شود و آن هایی که اسپین الکترونی ناهمسو با میدان مغناطیسی دارند رانده می شوند.

### ۳-۱ تئوری حالت چگالیده

به عنوان بررسی تئوری حالت چگالیده می توان بر هم کنش موثر دو ذره را در انرژی های پایین در فضای تکانه به صورت ثابتی نمایش داد  $U_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$  که  $a$  طول پراکندگی<sup>۱۲</sup> است. در مختصات فضا این بر هم کنش به شکل  $U_0 \delta(r - r')$  که  $r$  و  $r'$  موقعیت دو ذره هستند. برای بررسی انرژی حالت های بس ذره ای از نظریه میدان متوسط<sup>۱۳</sup> یا هارتری<sup>۱۴</sup> استفاده می کنیم و فرض بر این است که تابع موج حاصل که از توابع موج تک ذره ها بدست آمده متقارن است. تابع موج تک ذره را با  $\varphi(r)$  نمایش می دهیم در نتیجه برای  $N$  ذره داریم:

$$\Psi(r_1, \dots, r_N) = \prod_{i=1}^N \varphi(r_i) \quad (۴-۱)$$

تابع موج تک ذره به فرم همیشگی بهنجار می شود:

$$\int dr |\varphi(r)|^2 = 1 \quad (۵-۱)$$

دو اتم به خاطر نزدیکی به هم دیگر، بر هم کنششان اهمیت پیدا می کند ولی تابع موج اخیر شامل جمله همبستگی دو اتم نیست. با توجه به بر هم کنش موثر  $U_0$  هامیلتونی موثر برابر با

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{P_i^2}{2m} + V(r_i) \right] + U_0 \sum_{i < j} \delta(r_i - r_j) \quad (۶-۱)$$

$V(r)$  پتانسیل خارجی است. با توجه به تابع موج، مقدار چشم داشتی هامیلتونی برابر

<sup>۱۲</sup> Scattering length

<sup>۱۳</sup> Mean field

<sup>۱۴</sup> Hartree



$$E = N \int dr \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \varphi(r)|^2 + V(r) |\varphi(r)|^2 + \frac{(N-1)}{2} U_0 |\varphi(r)|^4 \right] \quad (7-1)$$

که  $\frac{N(N-1)}{2}$  تعداد جملات بر هم کنشی است که جفت های بوزونی انجام داده اند. در ابتدا فرض می کنیم سیستم ما از یک گاز بوزی یکنواخت که در حجم  $V$  قرار گرفته تشکیل شده است. تابع موج ذره در حالت پایه  $\varphi(r) \sim \frac{1}{\sqrt{V}}$  است و بنابراین انرژی بر هم کنش یک جفت از ذرات  $\frac{U_0}{V}$  است. انرژی بر هم کنش  $N$  بوزون که همگی در یک حالت یکسان قرار گرفته اند برابر است با  $\frac{U_0}{V}$  ضرب در تعداد حالات ممکن جفت شدن بوزون ها  $\frac{N(N-1)}{2}$  پس داریم:

$$E = \frac{N(N-1)U_0}{2V} \xrightarrow{N \gg 1} E \approx \frac{N^2 U_0}{2V} \quad (8-1)$$

با جا گذاری  $n = \frac{N}{V}$  داریم:

$$E = \frac{1}{2} V n^2 U_0 \quad (9-1)$$

به راحتی می توان تابع موج حالت چگالیده را به این شکل بیان کرد:

$$\psi(r) = N^{1/2} \varphi(r), \quad \varphi(r) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{V}} \quad (10-1)$$

در نتیجه چگالی ذرات برابر با

$$n(r) = |\psi(r)|^2 \quad (11-1)$$

با چشم پوشی از جمله هایی با درجه  $\frac{1}{N}$  انرژی سیستم

$$E(\psi) = \int dr \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \psi(r)|^2 + V(r) |\psi(r)|^2 + \frac{1}{2} U_0 |\psi(r)|^4 \right] \quad (12-1)$$

تعداد کل ذرات برابر  $N = \int dr |\psi(r)|^2$  و ثابت است. از طرفی می دانیم  $\delta E - \mu \delta N = 0$ . در واقع پتانسیل شیمیایی  $\mu$  عامل ضرب کننده لاگرانژی است که ثابت بودن تعداد کل ذرات را تضمین می نماید. در اینجا با کمینه کردن مقدار  $E - \mu N$  با فرض  $\mu$  ثابت به معادله زیر می رسیم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(r) + V(r) \psi(r) + U_0 |\psi(r)|^2 \psi(r) = \mu \psi(r) \quad (۱۳-۱)$$

این معادله مستقل از زمان گروس-پیتایوسکی<sup>۱۵</sup> است که به شکل معادله شرودینگری<sup>۱۶</sup> است که پتانسیل ذرات برابر مجموع پتانسیل خارجی  $V$  و یک جمله غیر خطی  $U_0 |\psi(r)|^2$  که از نظریه میدان متوسط توسط بوزون های دیگر بدست آمده است. در اینجا ویژه مقدار همان پتانسیل شیمیایی است، در صورتی که در معادله شرودینگر خطی، انرژی هر ذره به عنوان ویژه مقدار در نظر گرفته می شود.

برای ذرات غیر برهم کنشی که همگی در یک حالت قرار گرفته اند، پتانسیل شیمیایی برابر انرژی هر ذره می باشد اما ذرات دارای برهم کنش این گونه نیستند.

برای گاز بوزی یکنواخت معادله گروس-پیتایوسکی به شکل

$$\mu = U_0 |\psi(r)|^2 = U_0 n \quad (۱۴-۱)$$

با استفاده از رابطه ترمودینامیکی  $\mu = \frac{\partial E}{\partial N}$  می توان از معادله ی (۱۴-۱) استفاده کرد و به معادله فوق رسید. با توجه به مقدار  $a$  طول پراکندگی در  $U_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$  که قدرت برهم کنش را در معادله مستقل از زمان گروس-پیتایوسکی نشان می دهند داریم:

$a > 0$ : برهم کنش بین ذرات در چگاله بوز-اینشتین از نوع رانشی است و در این حالت می توان این اتم ها را به صورت پایدار به دام انداخت.

$a < 0$ : برهم کنش بین ذرات در چگاله بوز-اینشتین از نوع ربایشی است و در این حالت امکان به دام اندازی این اتم ها وجود ندارد [۱۷].

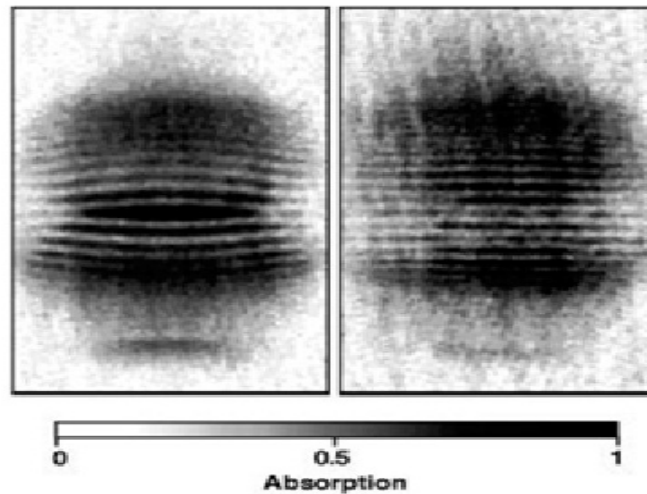
<sup>۱۵</sup> Gross-Pitaevskii

<sup>۱۶</sup> Schrodinger

## ۱-۳-۱ تداخل بین دو چگالیده

همدوسی چگالیده بوز- اینشتین موضوع بسیار مهمی برای مطالعات نظری است که وابسته به فاز پارامتر نظم<sup>۱۷</sup> است. در مواقعی که گذار فاز داریم پارامتر نظم اهمیت پیدا می کند، به عنوان مثال در گذار فاز جامد به مایع یا مایع به گاز چگالی نقش پارامتر نظم را دارد. با از بین رفتن تقارن در سیستم که ناشی از گذار فاز است باید متغیر هایی باشند که بتوانند حالت های سیستم را توصیف کنند. مقدار صفر برای حالت بی نظمی کامل و یک برای نظم کامل در نظر گرفته می شود[۱۹].

این همدوسی توسط تداخل دو چگالیده بوز- اینشتین مشاهده شده است[۲۰]. با استفاده از سرمایه اتم ها در چاه پتانسیل توانستند اتم ها را به تله بیندازند و پس از آن با خاموش کردن تله این دو چگالیده گسترش یافته و بر روی هم افتادند. با استفاده از طرح تداخلی به وجود آمده می توان به همدوس بودن این چگالیده ها رسید. این آزمایش اولین بار توسط گروه کترلی<sup>۱۸</sup> در MIT انجام شد. دو چگالیده که تقریباً  $\sim 40 \mu m$  از هم جدا شده اند با سرمایه تبخیری اتم های سدیم در چاه پتانسیل دو گانه که توسط نیروهای اپتیکی و مغناطیسی به وجود می آیند، می سازند. پس از خاموش کردن پتانسیل به مدت  $\sim 40 \mu m$  اجازه می دهند تا چگالیده ها انبساط یافته و سپس روی هم بیفتند. در این صورت می توانند فریز های تداخلی امواج مادی با تناوب  $\sim 15 \mu m$  را مشاهده کنند. در شکل (۱-۵) که بر گرفته از [۲۱] طرح های تداخلی دو چگالیده دیده می شوند. با توجه به شکل تناوب فریز ها با افزایش توان لیزری که باعث شده یک چگالیده به دو چگالیده تبدیل شود کاهش می یابد.



شکل ۱-۵: طرح تداخلی مشاهده شده برای دو ابر پهن شده چگالیده پس از  $40$  میلی ثانیه برای دو توان متفاوت لیزر که تناوب فریزها  $15$  و  $20$  میکرومتر و توان ها از چپ به راست  $3$  و  $5$  میلی وات اند[۲۱].

<sup>۱۷</sup> Order parameter

<sup>۱۸</sup> Ketterle

## ۱-۳-۲ تقریب توماس - فرمی

در ابرهای به اندازه کافی بزرگ، بیان دقیقی برای انرژی حالت پایه وجود دارد. این کار به وسیله چشم پوشی از جمله انرژی جنبشی در معادله گروس-پیتایوسکی انجام می پذیرد. با در نظر گرفتن یک تله هارمونیک که اتم های گاز بوزی در این تله ها به دام افتاده اند و با این فرض که تعداد اتم ها در این تله ها زیاد باشند و بر هم کنش های موجود از نوع رانشی باشند، جمله انرژی جنبشی نسبت به انرژی های دیگر کوچک تر است و می توان از آن صرفه نظر کرد. بهتر است از ابتدا در معادله گروس-پیتایوسکی جمله مربوط به انرژی جنبشی را وارد نکنیم، در این صورت داریم:

$$\left[ V(r) + U_0 |\psi(r)|^2 \right] \psi(r) = \mu \psi(r) \quad (15-1)$$

این معادله دارای حل

$$n(r) = |\psi(r)|^2 = [\mu - V(r)] / U_0 \quad (16-1)$$

برای نواحی که سمت راست مقداری مثبت است دارای حل  $\psi = 0$  برای خارج از این ناحیه است. مرز ابر با رابطه  $V(r) = \mu$  داده می شود. نتیجه فیزیکی که از این تقریب می توان گرفت این است که مقدار انرژی لازم برای اضافه کردن یک ذره در هر نقطه از ابر همواره یکسان است.

در تقریب توماس-فرمی<sup>۱۹</sup> گسترش ابر در سه جهت با سه مقدار  $R_i$  داده می شود. همان گونه که در ابتدای این بخش اشاره شد برای انرژی حالت پایه با در نظر گرفتن پتانسیل نوسانی هماهنگ سه بعدی برای گاز بوزی می توان در معادله اخیر به جای  $V(r)$  پتانسیل  $V(r) = \frac{1}{2} m(\omega_i^2 R_i^2)$  را جاگذاری کنیم. در نتیجه داریم:

$$R_i^2 = \frac{2\mu}{m\omega_i^2}, \quad i = x, y, z. \quad (17-1)$$

طول های  $R_i$  برای پتانسیل شیمیایی محاسبه شده به پارامتر های تله بستگی دارند. شرط هنجارش  $\psi$  طبق  $N = \int dr |\psi(r)|^2$  منجر به رابطه بین پتانسیل شیمیایی  $\mu$  و تعداد اتم ها  $N$  می شود. داریم: