دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر

پایان نامه کارشناسی ارشد

رشته :

ریاضی کاربردی ، گرایش بهینه سازی

عنوان:

الگوریتم ژنتیک فازی

نگارنده :

الهام حکیمی

استاد راهنما :

دکتر هادی بصیرزاده

استاد مشاور:

دکتر منصور سراج

اسفند ۱۳۸۷

چکیده

نام خانوادگی: حکیمی **نام :** الهام

عنوان پایان نامه : الگوریتم ژنتیک فازی

استاد راهنما : دکتر هادی بصیر زاده **استاد مشاور:** دکتر منصور سراج

درجه تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته :** ریاضی کاربردی **گرایش :** بهینه سازی

محل تحصیل : دانشگاه شهید چمران اهواز **دانشکده :** علوم ریاضی و کامپیوتر

تاریخ فارغ التحصیلی: ۸۷/۱۲/۱۲ **تعداد صفحه:** ۱۳۹

واژه های کلیدی: الگوریتم ژنتیک، بهینه سازی فازی، برنامه ریزی خطی فازی، ماکزیمم جریان فازی، نخبه گرایی

چکیده: در این رساله یک الگوریتم ژنتیک فازی را برای حل تقریبی مسائل بهینه سازی فازی توسعه داده ایم. ما نشان داده ایم که با استفاده از این روش می توان جواب های تقریبی خوبی را برای مسائل بهینه سازی فازی بدست آورد.

این روش مبتنی بر عملگر حفظ نخبه در الگوریتم ژنتیک می باشد. این رساله نشان داده است که می توانیم با به کار گیری عملگر حفظ نخبه سریع تر و به جواب های بهتری دست یابیم. حساسیت الگوریتم نسبت به نرخ جهش نیز مورد بحث قرار گرفته است. سرانجام مقایسه ای بین الگوریتم ژنتیک فازی غیر نخبه گرا و الگوریتم ژنتیک فازی نخبه گرا صورت گرفته است. کاربردهای دیگر الگوریتم ژنتیک فازی برای حل مسائل برنامه ریزی خطی فازی و ماکزیمم جریان فازی نیز ارائه گردیده است.

فهرست	شماره صفحه

فصل اول: نظریه مجموعه های فازی

فصل دوم: برنامه ریزی خطی فازی

فصل سوم: الگوریتم ژنتیک

فصل چهارم: الگوریتم ژنتیک فازی

مقدمه:

نظریه مجموعه های فازی برای اولین بار توسط پرفسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ مطرح گردیده و از آن زمان تاکنون کاربردهای بسیار مفید و اثر بخشی داشته است. معرفی مجموعه های فازی و کاربردهای آن یک انقلاب علمی در ریاضیات محسوب می شود. امروزه نظریه مجموعه های فازی یکی از علوم پایه و اساسی محسوب می شود به طوری که دانستن آن برای تمامی رشته های مهندسی و ریاضی کاربردی ضروری به نظر می رسد. نظریه مجموعه های فازی در رشته های مهندسی صنایع و مدیریت نیز کاربردهای بسیاری داشته است به گونه ای که اکثر مدلهای کمی و کیفی مطرح در این رشته ها با ساختار فازی توسعه یافته اند و هم اکنون نیز یکی از زمینه های تحقیقاتی و کاربردی مورد علاقه و جذاب به شمار می رود.

مسائل بهینه سازی فازی حالت تعمیم یافته مسائل بهینه سازی کلاسیک هستند. در بهینه سازی کلاسیک، تصمیم بهینه از بین تصمیم های ممکن با توجه به محدودیت های مسئله و با هدف بهینه کردن تابع مطلوبیت به دست می آید. تابع مطلوبیت، پارامترها و محدودیت های مسئله در بهینه سازی کلاسیک، قطعی و دقیق فرض می شوند در حالی که در بهینه سازی فازی امکان تعریف نادقیق و تقریبی پارامترها، تابع مطلوبیت و محدودیت های مسئله وجود دارد. لذا به نظر می رسد هنگامی که با توجه به کمبود دانش، تجربه یا امکانات نمی توان مسئله را به طور دقیق تعریف کرد استفاده از بهینه سازی فازی می تواند بسیار مفید باشد. بنابراین باید به دنبال یافتن روش هایی برای حل مسائل بهینه سازی فازی باشیم. تاکنون تلاش هایی در این زمینه صورت گرفته است اما از آنجا که مسائل فازی دارای پیچیدگی های محاسباتی زیادی هستند رسیدن به جواب بهینه با استفاده از روش های کلی کلاسیک بسیار مشکل است.

در این رساله می خواهیم الگوریتم ژنتیک را برای حل مسائل بهینه سازی فازی توسعه دهیم. ایده اصلی الگوریتم های تکاملی در سال ۱۹۶۰ توسط رزنبرگ مطرح گردید. الگوریتم های ژنتیک که

منشعب از این نوع الگوریتم هاست، در حقیقت روش جستجوی رایانه ای بر پایه الگوریتم های بهینه سازی بر اساس ساختار ژن ها و کروموزومهاست که توسط پرفسور هالند در دانشگاه میشیگان مطرح شد و پس از وی توسط جمعی از دانشجویانش از جمله گلدبرگ توسعه یافت.

الگوریتم ژنتیک یک روش جستجوی موثر در فضاهای بسیار وسیع و بزرگ است که در نهایت منجر به جهت گیری به سمت پیداکردن یک جواب بهینه می گردد که شاید نتوان در مدت زمان زندگی یک فرد به آن جواب بهینه دست یافت. الگوریتم ژنتیک به عنوان یک روش جست و جوی تصادفی کاربردهای وسیعی دارد. یکی از این کاربردها یافتن جواب مسائل بهینه سازی فازی است.

در فصل اول این رساله به معرفی نظریه مجموعه های فازی پرداخته ایم. در فصل دوم مسائل برنامه ریزی خطی فازی مورد بررسی قرار گرفته اند. فصل سوم شامل معرفی کامل الگوریتم ژنتیک می باشد. در فصل چهارم الگوریتم ژنتیک فازی را برای حل مسائل بهینه سازی فازی توسعه داده ایم و به جهت نشان دادن کارایی آن در حل اینگونه مسائل از آن برای حل یک مسئله بهینه سازی فازی نامقید استفاده کرده ایم.

همچنین در این رساله نقش عملگر حفظ نخبه در الگوریتم ژنتیک را مورد بررسی قرار داده و نشان داده ایم که اگر از عملگر نخبه استفاده کنیم به صورت قابل ملاحظه ای سریع تر به جواب های بهتری دست پیدا می کنیم. در ادامه حساسیت الگوریتم نسبت به نرخ جهش نیز مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.در خاتمه دو مورد از کاربردهای الگوریتم ژنتیک فازی یعنی حل مسائل برنامه ریزی خطی فازی و مسائل ماکزیمم جریان فازی مطرح شده اند.

فصل اول

نظریه مجموعه های فازی

۱-۱ مجموعه های کلاسیک و معرفی مجموعه های فازی

در نظریه کلاسیک، یک مجموعه شامل گردایه ای از اشیاء است که کاملاً معین و متمایز باشند. به عنوان مثال« مجموعهٔ اعداد طبیعی کوچکتر از ۵ » یا مجموعهٔ « یک خط در فضای دو بعدی» که به صورت زیر نشان داده می شود :

الف : مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۵ : $A =$ { ۱ ، ۲ ،۳ ، ۴}

ب : مجموعه نقاط روی یک خط در فضای دو بعدی (R^2) :

$$B = \{ (x, y) \mid ax + by + c = 0,\ x, y, a, b, c \in R \}$$

راه های مختلفی برای نمایش مجموعه وجود دارد که اولین نحوهٔ نمایش مجموعه، نمایش عناصر آن مجموعه است :

$$A = \{ x_1, x_2, \ldots, x_n \}$$

دومین نحوهٔ نمایش، تعریف خصوصیات عناصر مجموعه است :

$A = \{ x \in X \mid$ x ویژگی خاصی را داشته باشد $\}$

و سومین نحوهٔ نمایش، استفاده از تابع مشخصه [1] است. تابع مشخصه به صورت زیر تعریف می شود :

$$\mu_A(x) : X \to \{0,1\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \in A \\ 0 & \quad x \notin A \end{cases}$$

تابع مشخصه، عناصر مجموعه مرجع X را به دو مقدار صفر و یک تصویر می کند. عناصری که عضو مجموعه A هستند مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می گیرند.

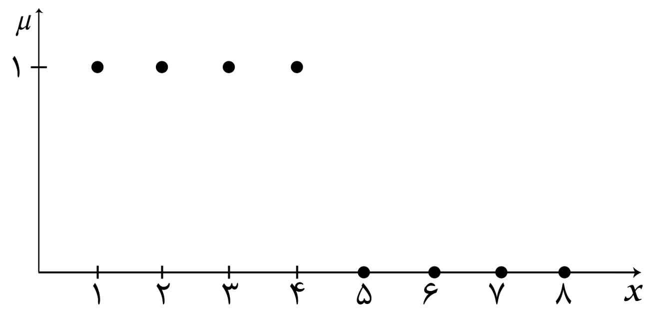
[1] Characteristic Function

مثال (۱-۱) فرض کنید مجموعه A، مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۵ تعریف شود. نمایش این مجموعه به سه روش ذکر شده و نمایش تابع مشخصه آن (شکل(۱-۱)) در ادامه آمده است.

$A=\{1,2,3,4\}$

$A=\{\ x \mid \ x\in N, x< 5\ \}$

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶ →
$\mu_A(x)$	۱	۱	۱	۱	۰	۰



شکل(۱-۱) تابع مشخصه مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۵

همان طور که می دانیم در مجموعه های کلاسیک، یک عنصر، یا عضو مجموعه مورد نظر هست یا نیست، یعنی از این دو حالت خارج نیست. اگر عنصر مورد نظر عضو مجموعه باشد ۱۰۰٪ عضو آن است و اگر عضو آن نباشد ۱۰۰٪ عضو آن نیست.

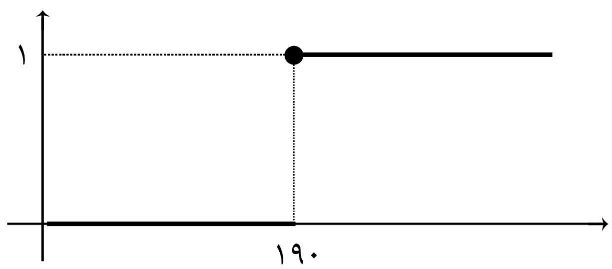
بنابراین مجموعه های کلاسیک برای مفاهیمی مناسب است که به طور قطعی و مشخص قابل تعریف هستند. درحالیکه مفاهیمی وجود دارندکه نمی توان به طور مشخص و قطعی برای آنها حد و مرزی مشخص کرد و بر اساس آن مجموعه کلاسیک را تشکیل داد.

به عنوان مثال به موارد زیر توجه کنید:

- مجموعه افراد قد بلند
- مجموعه اعداد بزرگ
- مجموعه افراد مسن

و بسیاری موارد مشابه دیگر که در دنیای واقعی وجود دارند و توسط انسان ها در زندگی روزمره استفاده می شوند.

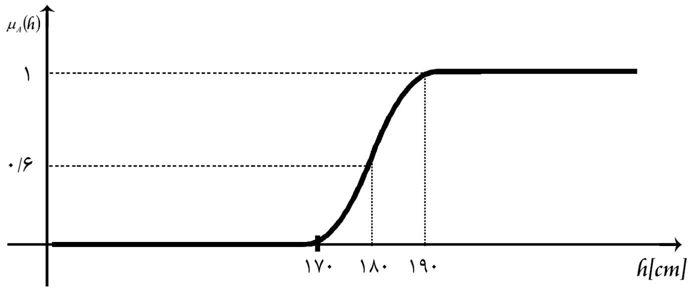
مثال(۱-۲) فرض کنید مجموعه افراد قد بلند (A)، مجموعه افرادی باشد که قد آنها بزرگتر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر است. آن گاه افرادی که قد آنها دقیقا بزرگتر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر است با درجه مشخصه ۱ وارد مجموعه A می شوند و افرادی که قد آن ها کوچکتر از ۱۹۰ سانتی متر است عضو مجموعه نبوده و درجه مشخصه آن ها صفر خواهد بود. تابع مشخصه این مجموعه در شکل (۱-۲) نشان داده شده است.



شکل (۱-۲) تابع مشخصه مجموعه افراد قد بلند

در واقعیت تفاوت قابل ملاحظه ای بین شخصی که قد آن ۱۹۰ سانتی متر است با شخصی که قد آن ۱۸۹ سانتی متر است نمی توان قائل شد و از دید همه مردم هر دو شخص قد بلند فرض می شوند. ولی وقتی می خواهیم این مورد را به صورت یک مجموعه نمایش دهیم در مجموعه کلاسیک ناچاریم یک حد برای افراد قائل شویم در نتیجه تمام افرادی که

قد آن ها بزرگتر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر هستند در مجموعه افراد قد بلند قرار می گیرند و شخص با قد ۱۸۹ سانتی متر در این مجموعه قرار نمی گیرد. برای رفع این نقیصه در بیان مجموعه ها، نظریه مجموعه های فازی ارائه شده است. به عنوان مثال تابع مشخصه که در مجموعه های فازی به تابع عضویت معروف است برای مجموعه فازی افراد قد بلند به صورت شکل (۱-۳) می تواند تعریف شود.



شکل (۱-۳) تابع عضویت مجموعه فازی افراد قد بلند

نمایش ریاضی تابع عضویت مجموعه فازی افراد قد بلند به صورت زیر است:

$$\mu_A(h) = \begin{cases} 1 & h \geq 190 \\ x & 170 < h < 190 \qquad\qquad x \in (0,1) \\ 0 & h \leq 170 \end{cases}$$

در این صورت به عنوان مثال می توانیم داشته باشیم :

$\mu_A(180) = 0.6$

$\mu_A(179.5) = 0.52$

$\mu_A(201) = 1$ البته شکل تابع عضویت در مجموعه های فازی، بسته به موضوع و زمینه کاربرد متفاوت است. به عنوان مثال بلندی قد در کشور های آسیای شرقی، اروپا و آمریکا تعریف مختلفی دارد.

تعریف ۱-۱ مجموعه های فازی : اگر X مجموعه ای از عناصر باشد که با x نشان داده می شود ؛ آن گاه مجموعه فازی $\tilde{A}$ در X، مجموعه زوج های مرتب به شرح زیر است :

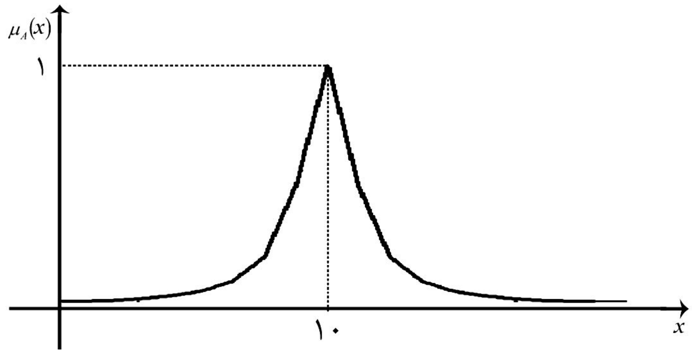
$$\tilde{A} = \left\{ \left(x, \mu_{\tilde{A}}(x)\right) \;\middle|\; x \in X \right\}$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت یا درجه عضویت x در $\tilde{A}$ است.

برای بیان اینکه یک مجموعه، مجموعه فازی است از علامت (~) استفاده می شود؛ یعنی A بیانگر یک مجموعه کلاسیک و $\tilde{A}$ بیانگر یک مجموعه فازی است.

مثال (۱-۳) فرض کنید مجموعه فازی $\tilde{A}$ مجموعه اعداد حقیقی نزدیک به ۱۰ تعریف شود. تابع عضویت آن را می توان به صورت زیر تعریف کرد که در شکل (۱-۴) نشان داده شده است.

$$\tilde{A} = \left\{ \left(x, \mu_{\tilde{A}}(x)\right) \;\middle|\; \mu_{\tilde{A}}(x) = \left(1 + (x-10)^2\right)^{-1} \right\}$$



شکل (۱-۴) اعداد حقیقی نزدیک به ۱۰

۱-۲ عملیات بر مجموعه های فازی

۱-۲-۱ مکمل مجموعه فازی :

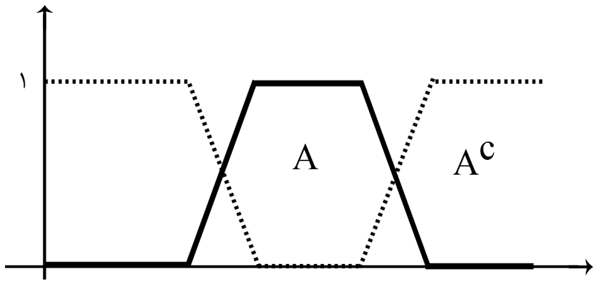
مکمل[۲] مجموعه فازی $\tilde{A}$ به صورت $\tilde{A}^c$ یا $\overline{\tilde{A}}$ ، نشان داده می شود و درجه عضویت عناصر آن به صورت زیر به دست می آیند.

$$\mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$$

---

[۲] Complement

شکل زیر مجموعه فازی $\tilde{A}$ و مکمل آن را نشان می دهد.

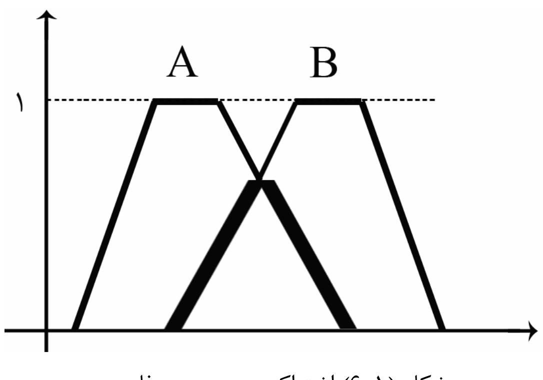


شکل (۱-۵) مکمل مجموعه فازی

۱-۲-۲ اشتراک [۳] مجموعه های فازی :

تابع عضویت عناصر مشترک مجموعه های فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ با به کارگیری عملگر حداقل به صورت زیر به دست می آید که در شکل (۱-۶) نشان داده شده است.

$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)=\mu_{\tilde{A}}(x)\wedge\mu_{\tilde{B}}(x)=\min\{\ \mu_{\tilde{A}}(x)\ ,\ \ \mu_{\tilde{B}}(x)\ \}$$



شکل (۱-۶) اشتراک دو مجموعه فازی

۱-۲-۳ اجتماع مجموعه های فازی :

تابع عضویت اجتماع [۴] دو مجموعه فازی با به کارگیری عملگر حداکثر به صورت زیر به دست می آید که در شکل (۱-۷) نشان داده شده است.

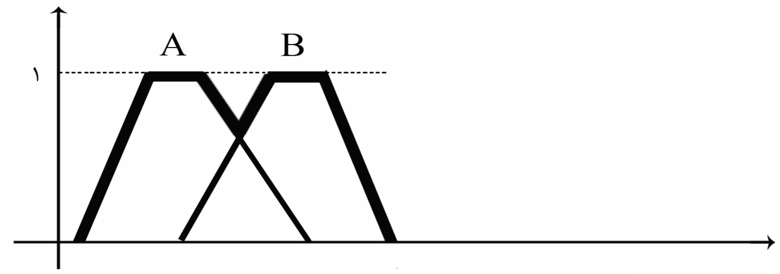
$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x)=\mu_{\tilde{A}}(x)\vee\mu_{\tilde{B}}(x)=\max\{\ \mu_{\tilde{A}}(x)\ ,\ \ \mu_{\tilde{B}}(x)\ \}$$

---

[۳] Intersection

[۴] Union

لازم به ذکر است برای اجتماع و اشتراک مجموعه های فازی عملگرهای دیگری نیز تعریف شده است ؛ منتهی عملگرهای حداقل و حداکثر از معروف ترین و کاربردی ترین آن ها می باشند



شکل (۱-۷) اجتماع دو مجموعه فازی

۱-۲-۴ تساوی و شمول مجموعه های فازی

فرض کنید $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ دو مجموعه فازی بر روی مجموعه مرجع X باشند.

تساوی مجموعه های فازی

دو مجموعه $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ را مساوی گوییم و می نویسیم $\tilde{A} = \tilde{B}$ اگر برای هر $x \in X$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$$

شمول مجموعه های فازی

گوییم مجموعه فازی $\tilde{A}$، زیر مجموعه فازی $\tilde{B}$ است و می نویسیم $\mu_{\tilde{A}} \subseteq \mu_{\tilde{B}}$ اگر برای هر $x \in X$، داشته باشیم:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \le \mu_{\tilde{B}}(x)$$

۱-۲-۵ خواص عملیات در مجموعه های فازی

تمام خواص مجموعه های کلاسیک به غیر از قانون نفی و قانون اجتماع با مکمل در مجموعه های فازی نیز صادق هستند یعنی روابط زیر در مجموعه های فازی لزوما برقرار نیستند.

$$\tilde{A} \cup \tilde{A}^c = X$$

$\tilde{A} \cap \tilde{A}^c = \phi$

مثال(۱-۴) فرض کنید مجموعه جهانی X و مجموعه های فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ به صورت زیر تعریف شوند:

$X = \{1,2,3,4,5,6\}$

$\tilde{A} = \{ (2,0.3),(3,0.5),(4,1),(5,0.6),(6,0.2) \}$

$\tilde{\mathbf{B}} = \{ (1,0.4),(2,0.8),(3,1),(4,0.7),(5,0.3) \}$

عملیات مختلف بر روی دو مجموعه فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ به شرح زیر می باشد :

$\tilde{A}^c = \{ (1,1),(2,0.7),(3,0.5),(5,0.4),(6,0.8) \}$

$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{ (2,0.3),(3,0.5),(4,0.7),(5,0.3) \}$

$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{ (1,0.4),(2,0.8),(3,1),(4,1),(5,0.6),(6,0.2) \}$

همچنین در این مثال می توان نشان داد که قوانین نفی و اجتماع با مکمل در مجموعه های فازی برقرار نیست. لذا داریم :

$\tilde{A} \cap \tilde{A}^c = \{ (2,0.3),(3,0.5),(4,0),(5,0.4),(6,0.2) \}$

ملاحظه می شود که حاصل یک مجموعه تهی نیست.

$\tilde{A} \cup \tilde{A}^c = \{ (1,1),(2,0.7),(3,0.5),(4,1),(5,0.6),(6,0.8) \}$

ملاحظه می شود که حاصل برابر مجموعه مرجع نیست.

۱-۳ تعاریف پایه

تعریف ۱-۲ مجموعه های فازی گسسته و پیوسته :

اگر مجموعه عناصر یک مجموعه فازی، گسسته [۵] باشد به آن مجموعه فازی گسسته گفته می شود که درجه عضویت هر یک از عناصر آن، با یک عدد بین صفر و یک بیان می شود. مجموعه فازی گسسته را می توان به صورت مجموعه زوج های مرتب (تعریف۱-۲) و یا به صورت زیرتعریف کرد :

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots$$

که در حالت کلی به صورت زیر نشان داده می شود :

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i}$$

در اینجا نماد Σ ، به معنی جمع نیست بلکه به معنی گسسته بودن مجموعه فازی است. اگر مجموعه عناصر یک مجموعه فازی، پیوسته باشد به آن مجموعه فازی پیوسته گویند و معمولا تابع عضویت آن به صورت یک تابع بیان می شود. مجموعه های فازی پیوسته را معمولا به صورت زیر نشان می دهند :

$$\tilde{A} = \int_{x} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

در اینجا نماد $\int$ ، به معنی انتگرال نیست بلکه به معنی پیوسته بودن مجموعه فازی است.

مثال (۱-۵) مجموعه اعداد صحیح مثبت نزدیک به ۵ را می توان با یک مجموعه فازی گسسته به صورت زیر تعریف کرد:

---

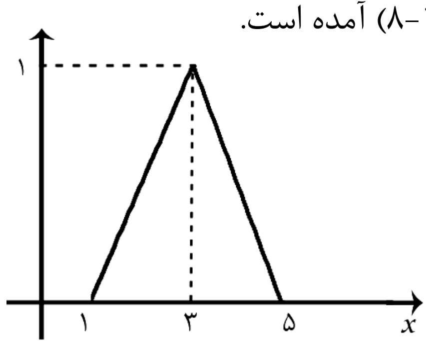
[۵] Discrete

$$\tilde{A}=\frac{0.2}{2}+\frac{0.6}{3}+\frac{0.8}{4}+\frac{1}{5}+\frac{0.8}{6}+\frac{0.4}{7}$$

و مجموعه اعداد حقیقی نا منفی نزدیک به ۳ نیز توسط یک مجموعه فازی پیوسته با تابع عضویت زیر قابل تعریف است.

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} 0 & x\le 1 \\ \dfrac{x-1}{2} & 1<x\le 3 \\ \dfrac{5-x}{2} & 3<x\le 5 \\ 0 & x>5 \end{cases}$$

که نمایش آن در شکل (۱-۸) آمده است.

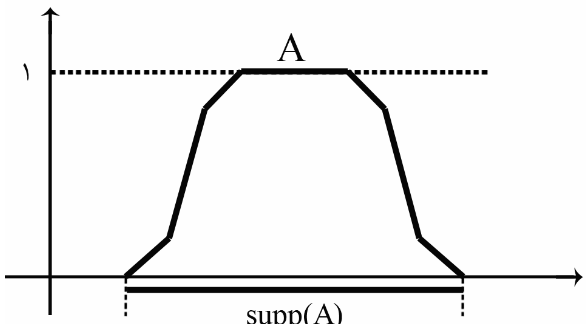


شکل (۱-۸) مجموعه فازی پیوسته اعداد حقیقی نزدیک به ۳

تعریف ۱-۳ مجموعه پشتیان یک مجموعه فازی :

مجموعه پشتیبان[۶] هر مجموعه فازی، یک مجموعه کلاسیک است که زیر مجموعه ای از عناصر مجموعه فازی با درجه عضویت مثبت است و به صورت زیر تعریف می شود.

$$Supp(\tilde{A})=\{\ x\ |\ \mu_{\tilde{A}}(x)>0\ \}$$



شکل (۱-۹) مجموعه پشتیبان یک مجموعه فازی

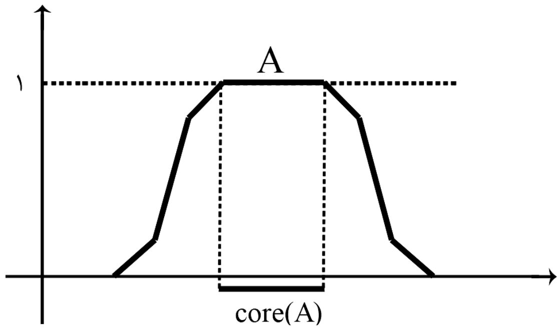
[۶] Support set

تعریف ۱-۴ هسته یک مجموعه فازی :

هسته[۷] یک مجموعه فازی، زیر مجموعه ای از عناصر آن با درجه عضویت ۱ است، یعنی

$$Core(\tilde{A}) = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \}$$

هسته یک مجموعه فازی نیز، یک مجموعه کلاسیک است که در شکل (۱-۱۰) نشان داده شده است.



شکل (۱-۱۰) هسته یک مجموعه فازی

تعریف ۱-۵ α- برش در مجموعه های فازی

α- برش [۸] در مجموعه فازی زیر مجموعه ای از عناصر آن است که درجه عضویت آن ها بزرگتر یا مساوی α است و با A_α نشان داده می شود :

$$A_\alpha = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \}$$

اگر در α- برش، زیر مجموعه عناصر با درجه عضویت بزرگتر از α تعیین شوند به آن α- برش قوی گفته می شود و با A'_α نشان داده می شود :

$$A'_\alpha = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha \}$$

---

[۷] Core

[۸] α-cut