

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

۱۴۱۹۹



دانشکده فنی
گروه مکانیک
گرایش طراحی کاربردی

تحلیل و بررسی تغییر شکل پلاستیک صفحات تحت بارهای ضربه‌ای

از

جلال زکی شمس آبادی

اساتید راهنما:

دکتر ابوالفضل درویزه

دکتر منصور درویزه

استاد مشاور:

دکتر رضا انصاری

کتابخانه اطلاعات دانشکده فنی
تیمت روزگار

۱۳۸۹/۶/۲۸

۱۳۸۹/۶/۲۸



شهریور ماه ۱۳۸

۱۴۱۶۶۹

تقدیم به مهربان فرشتگانی که؛

لحظات ناب باور بودن، لذت و غرور دانستن، جسارت خواستن، شکوه توانستن، عظمت رسیدن و

تمام تجربه‌های یکتا و زیبای زندگی، مدیون حضور سبز آنهاست ...

پدر و مادر

و

همسر عزیزم

تشکر و قدردانی:

وظیفه خود می‌دانم سپاسگزار تمام آنهایی باشم که در این دوره ارزشمند بودنشان و امیدشان راهگشای من بود؛ خانواده و همسر عزیزم که همانند تمام روزهای گذشته با صبر و حوصله در کنارم بودند. اساتید عزیز و گرانقدر دانشکده مهندسی مکانیک، بخصوص جناب آقایان دکتر ابوالفضل و منصور درویزه که با تلاش‌های بی‌شائبه خود نه تنها در انجام این پایان‌نامه بلکه در تمام دوره تحصیل مرا یاری نمودند و به هنگام نیاز برای حل مشکلات اینجانب از هیچ کمکی دریغ نورزیدند. برای ایشان آرزوی سلامتی، موفقیت و سر بلندی را دارم.

فهرست مطالب

۵	چکیده فارسی
۵	چکیده انگلیسی
۱	فصل ۱: مقدمه
۲	۱-۱- مقدمه
۴	فصل ۲: مروری بر منابع
۵	۱-۲- مقدمه
۵	۲-۲- آنالیز پلاستیک صلب صفحه دایره‌ای با تکیه گاه ساده با اعمال بار دینامیکی به روش [2] CONROY؛
۵	۱-۲-۲- مقدمه
۶	۲-۲-۲- معادلات تعادل دینامیکی
۷	۳-۲-۲- بار متوسط $(p_0 < p < p_1)$
۹	۴-۲-۲- بارهای بزرگ $(p > p_1)$
۱۱	۳-۲- آنالیز دینامیکی پاسخ پلاستیک صفحات مستطیلی به روش [3] YU & CHEN
۱۱	۱-۳-۲- فرمولهای انحراف کوچک
۱۲	۲-۳-۲- فرمولهای انحراف بزرگ
۱۴	۴-۲- برخورد یک جرم روی صفحات نرم به روش [4] JONES
۱۵	۱-۴-۲- بار ضربه‌ای جرمی روی صفحه مربع
۱۵	۲-۴-۲- نتایج
۱۶	۵-۲- پرزینا [۵]؛
۱۷	۶-۲- رفتار پلاستیکی استاتیکی ورق‌های مستطیل شکل
۱۷	۱-۶-۲- مقدمه
۱۸	۶-۶-۲- روش تقریبی برای تحلیل سازه به روش [6] Jones
۲۰	۳-۶-۲- بار ضربه‌ای
۲۱	۷-۲- رفتار دینامیکی ورق‌های گرد
۲۱	۱-۷-۲- مقدمه
۲۲	۲-۷-۲- رفتار دینامیکی ورق گرد با تکیه‌گاه ساده، تحت بار دینامیکی گذرا
۲۳	۳-۷-۲- بار ضربه‌ای
۲۳	۴-۷-۲- مقایسه با نتایج تجربی
۲۴	۵-۷-۲- رفتار دینامیکی پلاستیکی غشای گرد
۲۶	۶-۷-۲- بحث پایانی درباره اثر تغییر مکان‌های محدود
۲۶	۸-۲- توضیح مختصر چند تحقیق دیگر
۲۸	فصل ۳: روش تحقیق
۲۹	۱-۳- مقدمه
۲۹	۲-۳- تنش‌ها و کرنش‌های تعمیم یافته

۳۱	۳-۳- مفاهیم پایه.....
۳۱	۳-۳-۱- شرط تسلیم.....
۳۱	۳-۳-۲- انگاره پایداری دروگر.....
۳۲	۳-۳-۳- کوژی یک شرط تسلیم.....
۳۲	۳-۳-۴- عمود بودن نرخ کرنش تعمیم یافته.....
۳۳	۳-۳-۵- اثر نیروهای برش عرضی.....
۳۳	۳-۳-۴- تئوریهای فرو ریزش پلاستیکی.....
۳۳	۳-۴-۱- مقدمه.....
۳۴	۳-۴-۲- تئوری کرانه پایین.....
۳۴	۳-۴-۳- تئوری کرانه بالا.....
۳۴	۳-۴-۴- برداشت‌هایی از تئوریهای فرو ریزش.....
۳۵	۳-۵- روابط حاکم بر ورق مستطیل شکل.....
۳۷	۳-۶-۱- ورق مربع شکل با تکیه‌گاه تحت بار دینامیکی $P_C \leq P_0 \leq P_C$
۳۷	۳-۶-۱- مقدمه.....
۳۸	۳-۶-۲- بخش اول حرکت $(0 \leq t \leq \tau)$
۴۲	۳-۶-۳- بخش دوم حرکت $(\tau \leq t \leq T)$
۴۴	۳-۷- بررسی شرط مجاز استاتیکی.....
۴۵	۳-۸-۱- ورق مربع شکل با تکیه‌گاه تحت بار دینامیکی، $p_0 \geq 2p_c$
۴۵	۳-۸-۱- مقدمه.....
۴۵	۳-۸-۲- بخش اول حرکت $(0 \leq t \leq \tau)$
۴۸	۳-۸-۳- بخش دوم حرکت $(\tau \leq t \leq T_1)$
۴۹	۳-۸-۴- بخش سوم حرکت $(T_1 \leq t \leq T)$
۵۰	۳-۸-۵- بررسی شرایط مجاز استاتیکی و سینماتیکی.....
۵۱	۳-۸-۶- بارگذاری ضربه‌ای.....
۵۴	فصل ۴: نتایج و تفسیرها.....
۵۵	۴-۱- مقدمه.....
۵۵	۴-۲- فرو ریزش ورق مربع شکل تحت بار گسترده یکنواخت در قسمت میانی ورق.....
۵۵	۴-۲-۱- مقدمه.....
۵۶	۴-۲-۲- محاسبه کرانه پایین برای حالت تکیه‌گاه ساده.....
۵۹	۴-۲-۳- محاسبه کرانه بالا برای حالت تکیه‌گاه ساده.....
۶۱	۴-۳- ورق مربع شکل با تکیه‌گاه ساده تحت بار دینامیکی محلی بدون تسلیم ورق.....
۶۱	۴-۳-۱- مقدمه.....
۶۱	۴-۳-۲- روابط حاکم برای ورق مستطیل شکل.....
۶۲	۴-۳-۳- بخش اول حرکت $0 \leq t \leq \tau$
۶۷	۴-۳-۴- بخش دوم حرکت $\tau \leq t \leq T$
۷۰	۴-۳-۵- بررسی شرط مجاز استاتیکی.....
۷۲	۴-۴- ورق مربع شکل با تکیه‌گاه ساده تحت بار دینامیکی $2P_0 - \frac{P_0}{a^2/L^2} (3 - 2a/L) \geq 2P_C$

۷۳	۱-۴-۴- بخش اول حرکت ($0 \leq t \leq \tau$)
۷۹	۲-۴-۴- بخش دوم حرکت ($\tau \leq t \leq T_1$)
۸۱	۳-۴-۴- بخش سوم حرکت ($T_1 \leq t \leq T$)
۸۳	۵-۴- بارگذاری ضربه‌ای
۸۷	فصل ۵: جمع بندی و پیشنهادها
۸۸	۱-۵- مقدمه
۸۸	۲-۵- نگاشت مربع به دایره
۹۲	۳-۵- مقایسه نتایج بدست آمده با روش کان روی [۲]
۹۳	۲-۳-۵- بار متوسط
۹۷	۳-۳-۵- بار بزرگتر از فشار فرو ریزش
۱۱۵	۴-۳-۵- نتیجه گیری و پیشنهاد برای ادامه کار
۱۱۶	فهرست منابع

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۲) شرایط تسلیم پلاستیک بر اساس معیار ترسکا ۶
- شکل (۲-۲) تغییر شکل صفحه به‌ازای مغادیر مختلف نسبت بار ۱۱
- شکل (۳-۲) خطوط و نواحی پلاستیک صفحه مستطیل شکل ۱۲
- شکل (۴-۲) ارتباط بین Γ و Z ۱۴
- شکل (۵-۲) منحنی‌های تسلیم برای مقطع مستطیل شکل از جنس کامل پلاستیک ۲۲
- شکل (۶-۲) بیشترین تغییر شکل عرضی نهایی ورق گرد تحت سرعت عرضی ضربه‌ای یکنواخت ۲۴
- شکل (۱-۳) مؤلفه‌های تنش در حالت سه محوری ۳۰
- شکل (۲-۳) تنش‌های تعمیم یافته روی یک المان ورق به ضخامت H ۳۰
- شکل (۳-۳) شرط کوژی ۳۲
- شکل (۴-۳) شرط تسلیم دو محوری شش ضلعی و شرایط تسلیم مربعی ۳۵
- شکل (۵-۳) ممانهای خمشی و نیروهای برشی ۳۶
- شکل (۶-۳) ورق مستطیل شکل روی تکیه‌گاه ساده و نمای عرضی تغییر شکل ورق مستطیل ۳۷
- شکل (۷-۳) بار دینامیکی پله‌ای وارد بر ورق مستطیل شکل ۳۸
- شکل (۸-۳) ممان خمشی M_n در امتداد هر سطح مایل با زاویه α ۴۱
- شکل (۹-۳) نمایه سرعت عرضی برای ورق مربع شکل با تکیه‌گاه ساده، ۴۶
- شکل (۱۰-۳) بیشترین تغییر مکان دائمی برای ورق مربع شکل ۵۲
- شکل (۱-۴) ورق مربع شکل با تکیه‌گاه ساده تحت بار دینامیکی گسترده یکنواخت ۵۵
- شکل (۲-۴) ورق مربع شکل با تکیه‌گاه ساده تحت بار دینامیکی ۶۱
- شکل (۳-۴) نمایه سرعت عرضی برای ورق مربع شکل با تکیه‌گاه ساده، ۷۲
- شکل (۱-۵) تبدیل لوزی مربع شکل به دایره تحت نگاشت (۵-۱۲) و (۵-۱۳) ۹۱
- شکل (۲-۵) نسبت اعمال بار بر میزان گستردگی بار بر ورق مربع ۹۳
- شکل (۳-۵) نسبت فشار بر ورق مربع شکل به نسبت تسلیم ورق ۹۷
- شکل (۴-۵) نسبت گشتاور بر نقاط مختلف سطح ورق مربع شکل ۱۰۲
- شکل (۵-۵) نسبت گشتاور بر نقاط مختلف سطح ورق مربع شکل ۱۰۳
- شکل (۶-۵) میزان انحراف صفحه بر اثر اعمال بار ۱۱۳
- شکل (۷-۵) میزان انحراف صفحه بر اثر اعمال بار با نسبت $P/P_c = 15$ ۱۱۴

فهرست علائم اختصاری

μ	جرم واحد سطح.....
$P(r,t)$	فشار بر سطح.....
$W(r,t)$	انحراف رو به پایین سطح میانی.....
$M(r,t)$	گشتاور خمشی.....
$N(r,t)$	گشتاور خمشی جانبی.....
$Q(r,t)$	نیروی برشی.....
V_0	سرعت ضربه‌ای اولیه.....
P_c	فشار فرو ریزش استاتیکی.....
P_l	فشار فرو ریزش پلاستیکی.....
η	نسبت اعمال بار بر ورق.....
ζ_0	طول ناحیه پلاستیک.....
τ	جرم واحد سطح.....
I	شدت بار بر سطح.....
T	زمان کل جابجایی.....
H	ضخامت ورق.....
$2a$	طول ناحیه اعمال بار.....
$2L$	طول ضلع ورق.....
W_f	جابجایی نهایی ورق.....

چکیده

آنالیز دینامیکی برخورد در صفحات مستطیل شکل
جلال زکی شمس آبادی

موضوع این پروژه بررسی رفتار صفحات مربع شکل نازک با تکیه گاه ساده تحت بار دینامیکی که بطور یکنواخت بر همه ناحیه میانی ورق توزیع شده است. صفحه از جنس کاملاً پلاستیک می باشد و از شرایط قانون ترسکا پیروی می کند. بار به طور ناگهانی در یک بازه زمانی اعمال و به طور ناگهانی حذف می شود. در این پروژه تحلیل و بررسی تغییر شکل پلاستیک صفحات مربع شکل تحت پالس و بارهای ضربه ای به روش سری انجام شده است و نتایج حاصل تحت نگاهت مربع به دایره با نتایج برای صفحات دایره ای مقایسه شده است.

کلید واژه: صفحه، مربع، مرکزی، تکیه گاه ساده، ضربه، پلاستیک

ABSTRACT

Dynamic analysis of impulse rectangular plates
Jalal Zaki Shams Abadi

The object of this work is to determine the behavior of a thin simply supported square plate when subject to a dynamic transverse load uniformly distributed over a central square region. The plate is made of a rigid-ideally plastic material that obeys Tresca's yield condition and the associated flow rule. The load is brought on suddenly, held constant for a period of time, and then suddenly removed.

In this work analytical investigation of plastic deformation of square plate under pulse and impulsive loading and impact then by mapping square to circular equations compare to result of circular plate.

Key word: plate, square, central, simply supported, impulse, plastic

فصل ۱: مقدمه

۱-۱- مقدمه

صفحات مستطیلی استفاده وسیعی در انواع سازه‌ها، در کشتی‌ها و زیردریایی‌ها دارا می‌باشند که اغلب به عنوان سطوحی که بارهای دینامیکی را تحمل می‌کنند مورد استفاده قرار می‌گیرند.

بسیاری از مواد نرم که در سازه‌های مهندسی به کار می‌روند، پس از تسلیم اولیه، ظرفیت قابل توجهی را در خود به صورت ذخیره نگاه می‌دارند. برای مثال کرنش تسلیم تک محوری فولاد نرم حدود 0.0001 است و حال آنکه جسم در کرنش مهندسی حدود 0.3 می‌شکند. این مقاومت ذخیره شده را می‌توان در طراحی سازه و برای بدست آوردن ضریب اطمینان واقعی جسم، با برآورد بار حد سازه، مورد استفاده قرار داد. بدین سبب رفتار پلاستیکی سازه‌ها تحت بار استاتیکی بصورت گسترده‌ای مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. هر چند هدف اصلی این پروژه بررسی رفتار پلاستیکی سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی می‌باشد، این بررسی بدون شناخت رفتار پلاستیکی تحت بار استاتیکی ممکن نیست. در نتیجه تحلیل سازه‌ها تحت بار استاتیکی به صورت خلاصه مرور می‌گردد. در بررسی و تحلیل رفتار پلاستیکی سازه‌ها معمولاً جسم ایده‌آل و کاملاً پلاستیک فرض می‌شود. این فرض به مقدار قابل ملاحظه‌ای تحلیل را ساده کرده و در عین حال برآورد خوبی از بارهای فروریزش بدست می‌دهد.

در این پروژه تحقیق و مطالعه بر روی آنالیز دینامیکی تغییر شکل صفحات مربع شکل با اعمال بار ضربه‌ای در حالت کاملاً پلاستیک صورت گرفته است که مخصوصاً در مورد تغییر شکل صفحات مربع با تکیه گاه ساده بر روی چهار لبه ورق و اعمال بار ناگهانی به صورت پله‌ای و یکنواخت در یک بازه زمانی بر روی ناحیه مربع شکل مرکز ورق مربعی و سپس حذف بار به طور ناگهانی در شرایطی که ضخامت ورق در مقایسه با سایر ابعاد ناچیز می‌باشد صورت گرفته است. برای این تحلیل، گشتاورهای خمشی وارد بر ورق به شکل یک تابع سری به روشی مانند روش [1]Cox انتخاب شده‌اند و نتایج بدست آمده برای تغییر شکل و گشتاور ورق مربع شکل در لحظات اعمال بار و پس از آن بوسیله نگاشت مربع به دایره با نتایج [2]Conroy مقایسه شده است.

برای این منظور در فصل دوم مروری بر کارهای انجام شده قبلی به منظور آشنایی و شناخت روشهایی که تاکنون در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته‌اند در جهت پیدا کردن روش مناسب برای حل مسئله صورت گرفته است.

در فصل سوم بر اساس مطالعه کارهای انجام شده قبلی روش [1]Cox در تحلیل دینامیکی ورقهای مستطیل شکل برای حل مسئله انتخاب شده است که این روش به تفصیل در این فصل بیان شده است.

در فصل چهارم بر اساس روش مذکور و با شرایط اعمال بار محلی به صورت پله‌ای در ناحیه مربع شکل مرکز ورق مربعی تغییر مکان ورق مورد بررسی قرار گرفته است و سپس در فصل پنجم نتایج بدست آمده تحت نگاشت مربع به دایره با نتایج صفحه دایره‌ای مقایسه شده است. که با نتایج بدست آمده توسط [2] Conroy تطابق کامل دارد.

فصل ۲: مروری بر منابع

۲-۱- مقدمه

این فصل مروری بر کارهای انجام شده قبلی به منظور آشنایی و انتخاب روش مناسب برای حل مسئله می‌باشد در این قسمت آنالیز پلاستیکی صفحه دایره‌ای به روش [2] Conroy، آنالیز دینامیکی پاسخ پلاستیک صفحات مستطیل شکل به روش [3] Yu&Chen و تحلیل دینامیکی تغییر شکل پلاستیک صفحات به روش [4] Jones و [1] Cox به دلیل شباهت و دادن دید خوب به پروژه بیشتر مورد بحث قرار گرفته اند.

۲-۲- آنالیز پلاستیک صلب صفحه دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با اعمال بار دینامیکی به روش

[2] Conroy؛

چکیده؛ موضوع این تحقیق تعیین کردن رفتار یک صفحه دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده و نازک وقتی که بار عرضی دینامیکی به طور یکنواخت روی یک ناحیه دایره‌ای مرکزی گسترده شده و صفحه از ماده کاملاً پلاستیک صلب ساخته شده است و از شرایط ترسکا پیروی می‌کند و بار به طور ناگهانی و در یک پیوند زمانی ثابت حفظ می‌شود و سپس به طور ناگهانی برداشته می‌شود.

۲-۲-۱- مقدمه

هاپکینز و پراگر ظرفیت‌های حمل بار صفحات دایره‌ای برای مواد پلاستیک صلب که از شرایط ترسکا پیروی می‌کردند را مطرح کردند. در آن مقاله شرایط متنوع بارهای محوری با لبه‌های تکیه‌گاهی مطرح شده است. این نویسندگان نوع یکسان آنالیز تعیین رفتار دینامیکی صفحه دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده که بار به طور یکنواخت روی صفحه دست نخورده و صاف توزیع شده است را بررسی بخشند. بار اعمال شده به طور ناگهانی و در یک بازه زمانی ثابت اعمال می‌شود و سپس ناگهان محو شده است. پیچیدگی‌های آنالیز می‌تواند به دلیل حضور شرایط حرکتی بین نواحی نزدیک و مجاور صفحه در نواحی پلاستیک مختلف به وجود آید، بعداً هاپکینز آنالیز تعیین رفتار تکیه‌گاه و ساختار صفحه دایره‌ای شکل وقتی یک سیلندر استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای که جسم صلب می‌باشد و به مرکز صفحه برخورد می‌کند و سپس به طور معمولی حرکت می‌کند و در این برخورد به صفحه $V(t) > 0$ می‌باشد را بررسی کرد. آنالیز این مسئله در حالت عمودی پیچیده می‌باشد. به مرزهای حرکت بین نواحی مجاور

صفحه در نواحی پلاستیک مختلف توجه محدود شده، به هر حال در هر مرز حرکت اتفاق نمی‌افتد.

۲-۲-۲- معادلات تعادل دینامیکی

r, θ, z مقادیر مختصات استوانه‌ای می‌باشند، و مبدا دستگاه مرکز صفحه وسط سطح می‌باشد. تغییرات زمانی با t تعریف شده (حرکت در $t = 0$ شروع می‌شود).

با فرض تئوری انحرافات کوچک صفحه نازک، معادلات دینامیکی به شکل زیر هستند؛

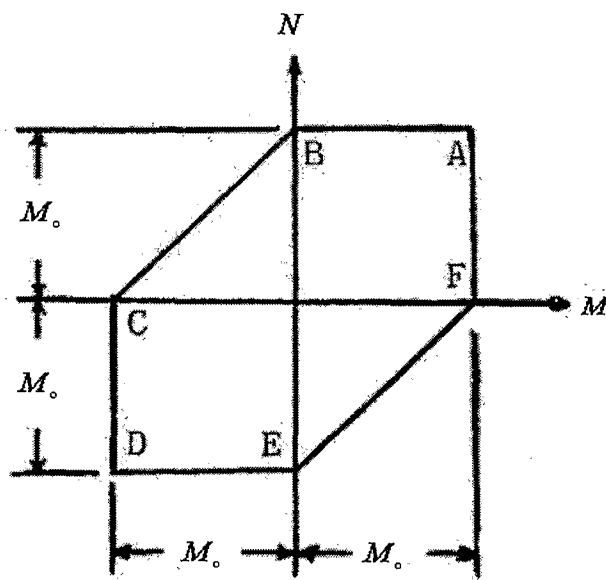
$$\frac{\partial}{\partial r}(rM) - N = rQ = - \int_0^r (p - \mu w_{,tt}) r dr \quad (1-2)$$

$M(r, t)$ & $\mu(r, t)$ هر دو مثبت اگر به تولید تنش کششی در لایه‌های پایین‌تر صفحه میل کنند. $Q(r, t)$ مثبت

اگر نیروی عرضی سیلندر به شعاع r از سمت مقدار بزرگتر r به سمت مقدار کوچکتر مستقیم پایین بیاید.

معادله (۱-۲) از ویژگی‌های مکانیکی مواد مستقل می‌باشد. در این مقاله این ویژگی‌ها بوسیله ترسکا فرض شده. محل مجاز

شش ضلعی ABCDEF در شکل تنش ترسکا نشان داده شده است.



شکل (۱-۲) شرایط تسلیم پلاستیک بر اساس معیار ترسکا

وقتی فشار وارد بر ورق از فشار استاتیکی P_0 بیشتر باشد رفتار دینامیکی صفحه بر طبق بار وارد بر آن شامل دو بخش متفاوت است بار متوسط ($p_0 > p < p_1$) و بار بزرگ ($p > p_1$) بطوریکه؛

$$p_1 = \begin{cases} \frac{p_0}{2 - \frac{3}{3 - (2a/R)}} & 0 \leq a/R \leq 1/\sqrt[3]{4} \\ \frac{p_0}{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{1}{3 - 2a/R}} & 1/\sqrt[3]{4} \leq a/R \leq 1 \end{cases} \quad (2-2)$$

در حالت بارهای بزرگ رفتار صفحه بر حسب a/R ، کوچکتر و بزرگتر از $1/\sqrt[3]{4}$ رفتارهای مختلفی پیدا می‌کند.

۲-۲-۳- بار متوسط ($p_0 < p < p_1$)

فاز اول ($0 < t < \tau$):

رفتار حل هاپکینز و پراگر برای حرکت صفحه به وسیله معادله زیر توصیف شده:

$$W(r, t) = W(t) \left(1 - r/R\right) \quad (3-2)$$

$$M/M_0 = \begin{cases} 1 - \frac{pr^2}{p_0 a^2 [3 - 2a/R]} + \left(\frac{p}{p_0} - 1\right) r^2/R^2 \left(2 - p/R\right) & 0 \leq r \leq a \\ 1 - R/r + \frac{p}{p_0} \frac{3 \left[\frac{R}{r} - 1\right] pr^2}{3 - 2a/R} - \left(\frac{p}{p_0} - 1\right) \left[\frac{R}{r} - 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^3\right] & 0 \leq r \leq R \end{cases} \quad (4-2)$$

$$W(r, t) = t^2 / \mu \left(a/R\right)^2 (3 - 2a/R) (p - p_0) (1 - r/R) \quad (5-2)$$

شرایط لازم P برای رابطه $M \leq M_0$ در همسایگی $r = 0$ ایجاب می‌کند:

$$p \geq \frac{p_0}{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{a} \right)^2 \left(\frac{3}{3 - 2a/R} \right)} \quad \text{اگر } 1/2 \leq a/R < 1 \quad (6-2)$$

شرایط لازم برای رابطه $M \geq 0$ در همسایگی $r = R$ ایجاب می‌کند که؛

$$p \leq \frac{p_0}{2 - \frac{3}{3 - (2a/R)}} \quad \text{اگر } 0 \leq a/R < 3/4 \quad (7-2)$$

فاز دوم ($\tau < t < T$)؛

در $t = \tau$ بار بطور ناگهانی حذف می‌شود. اما صفحه به دلیل پیوستگی در حرکت تا اتمام انرژی جنبشی که در فاز اول بدست آورده به حرکت خود ادامه می‌دهد تا انرژی به صورت کار پلاستیکی مصرف شود. در طول این فاز حرکت $p = 0$ می‌باشد.

آنالیز صفحه دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده برای بار دایره‌ای دینامیکی نتیجه می‌دهد؛

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \frac{r^2}{R^2} \left(2 - \frac{r}{R} \right) \quad 0 \leq r \leq R \quad (8-2)$$

M بطور یکنواخت از M_0 در $r = 0$ به 0 در $r = R$ کاهش می‌یابد.

$$W(t) = \left(\frac{a}{R} \right)^2 \left(3 - \frac{2a}{R} \right) \left[\frac{p}{\mu} \tau (2t - \tau) - \frac{p_0}{\mu} t^2 \right] \quad (9-2)$$

$$T = \frac{p}{p_0} \tau \quad (10-2)$$

در $t = T$, $W_t = 0$ می‌باشد و صفحه از حرکت متوقف می‌شود.

انحراف دائمی صفحه برابر است با؛