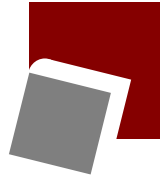


وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه  
گوازنک - زنجان



# خواص مغناطیسی عایق‌های توپولوژی سه بعدی در حضور ناخالصی‌های مغناطیسی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

محمدعلی صابری

اساتید راهنما: دکتر سعید عابدین‌پور  
دکتر جهانفر ابویی

دی ۱۳۹۲

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم بہ  
پدر و مادر عزیزم

# مشکر و قدردانی

حمد و سپاس مخصوص خدایی است که آفریدگار جهانیان است.

در طول تحصیل در زنجان، عزیزان بسیاری به بنده کمک کردند و شایسته‌ی سپاس‌اند که سپاس از خداوند متعال، بی‌قدردانی از خلق او ممکن نیست. در رأس همه‌ی آن‌ها، از پدر و مادر بزرگوار و فداکارم که رنج دوری آن‌ها بسیار سخت بود، به خاطر همه چیز که به شمار نمی‌آید تشکر می‌کنم و دست ایشان را می‌بوسم و از خداوند آرزوی طول عمر و سلامتی برای ایشان دارم. از محبت بی‌نهایت دو عزیز گرانقدر، پرفسور یوسف ثبوتی و دکتر خواجه‌پور در ایجاد محیطی کاملاً علمی و آرام بسیار سپاسگزارم. از اساتید عزیز دکتر سعید عابدین‌پور و دکتر جهانفر ابویی اساتید راهنمای بانگیزه، پرانرژی و شاد که همواره وقت ارزشمند خود را در اختیار اعضای گروه عایق‌های توپولوژی دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه‌ی زنجان قرار دادند و با راهنمایی‌های علمی و حتی غیرعلمی خود همواره به تک تک اعضای گروه انرژی مثبت انتقال دادند، بسیار ممنون و سپاسگزارم. از اساتید ارجمند: پروفسور مالک زارعیان، دکتر علی قربان زاده مقدم، دکتر مانیا ملکی، دکتر حسین فضل‌ی، دکتر یوسف عزیزی، که به بنده مطلب آموختند، مخصوصاً پروفسور یوسف ثبوتی، بنیانگذار مرکز که افتخار شاگردی‌شان را در کلاس‌های مکانیک کوانتومی پیدا کردم بسیار سپاسگزارم. از همه‌ی دوستانم که به هر نحوی به این حقیر ابراز لطف کردند ممنونم. دوستان خوبم در اتاق ۱۱۱ خوابگاه، آقایان محمد سامانی‌پور، امین محبی، امیر زارع، اکبر شب‌زنده، دوستان خوبم در اتاق ۲۰۶ خوابگاه، آقایان بهزاد گلشایی، سعید تقوی، دوستان خوبم در آفیس ۱۴۵، آقایان عارف قربانی و علی فرنودی، بچه‌های فیزیک ورودی ۹۰ که دوران شیرینی را با هم گذراندیم و سایر عزیزانی که اسمشان برده نشد، کمال تشکر و سپاسگزاری

و تقدیر را دارم. از آقا مظفر، تمام نگهبانان و خدمتکاران همیشه پرتلاش مرکز سپاسگذارم. در نهایت از برادر و خواهر عزیزم به خاطر تمام حمایت‌ها و دلسوزی‌هایشان بسیار سپاسگزار می‌کنم.

## چکیده

عایق‌ها موادی هستند که در مقایسه با نیمه‌رساناها و رساناها گاف انرژی نسبتاً بزرگی دارند و به چندین دسته تقسیم می‌شوند. دسته‌ای از این مواد، عایق‌های توپولوژی هستند که به دلیل رفتار متفاوت آنها نسبت به عایق‌های نواری توجه خاصی را به خود جلب کرده‌اند. عایق‌های توپولوژی سه بعدی (دو بعدی) موادی هستند که در طیف انرژی حجمی (سطحی) آنها گاف وجود دارد ( $0.3\text{eV}$ ) در حالیکه حالت‌های سطحی (لبه‌ای) بدون گاف هستند. حالت‌های بدون گاف سطحی (لبه‌ای) سبب بروز رفتارهای رساناگونه از عایق می‌شود. این حالت‌های سطحی (لبه‌ای) بدلیل وجود تقارن وارونی زمان<sup>۱</sup> از هر گونه اختلالات موضعی محافظت شده و نمی‌توان به راحتی آنها را از بین برد. این مواد در سال ۲۰۰۶ به صورت نظری پیش بینی شده و به صورت تجربی در ساختارهای متفاوتی شامل چاه پتانسیل  $HgTe/CdTe$  و بلور  $Bi_2Se_3$  مشاهده شدند. یکی از خاصیت‌های بسیار مهم در این مواد وجود برهم‌کنش بسیار قوی بین اسپین الکترون و تکانه آن است که به برهم‌کنش اسپین - مدار<sup>۲</sup> معروف بوده و سبب پدیدار شدن خواص منحصر به فرد الکتریکی، مغناطیسی و ترمودینامیکی شده است. اما بسیاری از پدیده‌های جالب وقتی خود را نشان می‌دهند که به روش‌هایی در حالت‌های سطحی (لبه‌ای) گاف انرژی ایجاد شده باشد. یکی از این روش‌ها آرایش حجم این مواد توسط یون‌های مغناطیسی از قبیل  $Mn$ ،  $Fe$  و غیره است.

در این پایان نامه با در نظر گرفتن ناخالصی مغناطیسی در عایق‌های توپولوژی و برهم‌کنش هایزنبِرگ

---

<sup>۱</sup> پیوست آ

<sup>۲</sup> Spin - Orbit Coupling

الکترون‌های روی سطح با این ناخالصی‌ها، خواص مغناطیسی و ترمودینامیکی سیستم را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با استفاده از رهیافت نظریه‌ی میدان متوسط رفتار مغناطش، پذیرفتاری مغناطیسی و گرمای ویژه‌ی ناخالصی‌ها و الکترون را نسبت به دما به ازای  $\mu$  های مختلف، مطالعه می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهد که دمای بحرانی  $T_c$  (دمایی که مغناطش در آن صفر می‌شود) به مقدار آرایش  $x$ ، اندازه‌ی اسپین ناخالصی  $S$  و پتانسیل شیمیایی  $\mu$  وابسته است. هر چه پتانسیل شیمیایی بیشتر می‌شود  $T_c$  کمتر شده و به صفر نزدیک می‌شود. همچنین سعی کردیم رفتار پذیرفتاری مغناطیسی و گرمای ویژه را به ازای  $\mu$  های مختلف بر حسب دما مطالعه کنیم. در آخر نمای بحرانی  $\gamma_+$ ,  $\gamma_-$  را بدست آوردیم.

**واژه‌های کلیدی:** عایق‌های توپولوژی، عایق‌های توپولوژی مغناطیسی

# فهرست

شش	چکیده
۱	پیش‌گفتار
۷	۱ عایق‌های توپولوژی
۷	۱.۱ نظم توپولوژیکی
۹	۲.۱ حالت کوانتومی هال
۱۲	۳.۱ عایق‌های توپولوژی دوبعدی: عایق توپولوژی اسپینی هال
۱۵	۱.۳.۱ شواهد تجربی عایق توپولوژی دو بعدی
۱۶	۴.۱ عایق‌های توپولوژی سه بعدی
۱۹	۱.۴.۱ شواهد تجربی عایق‌های توپولوژی سه بعدی
۲۵	۲.۴.۱ مدل مؤثر حالت کم‌انرژی
۲۸	۲ عایق‌های توپولوژی در حضور ناخالصی‌های مغناطیسی
۳۴	۱.۲ شواهد تجربی عایق‌های توپولوژی آلاییده مغناطیسی
۴۲	۳ خواص مغناطیسی عایق‌های توپولوژی در حضور ناخالصی‌های مغناطیسی



۴۳	.....	نظم مغناطیسی در سطح عایق‌های توپولوژی	۱.۳
۴۳	.....	آلایش سطح	۱.۱.۳
۴۴	.....	آلایش حجم	۲.۱.۳
۴۶	.....	فرمول‌بندی	۲.۳
۴۹	.....	محاسبه‌ی دمای بحرانی	۱.۲.۳
۵۱		نتایج	۴
۵۲	.....	محاسبه‌ی مغناطش در حالت کلی و برای پتانسیل‌های شیمیایی مختلف	۱.۴
۵۵	.....	محاسبه‌ی پذیرفتاری مغناطیسی	۲.۴
۵۹	.....	محاسبه‌ی گرمای ویژه	۳.۴
۶۳		تقارن‌ها	آ
۶۴	.....	تقارن وارونی زمان	۱.آ
۶۵	.....	تقارن حفره- ذره	۲.آ
۶۷	.....	تقارن دستواره	۳.آ
۷۱	.....	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی	

# لیست تصاویر

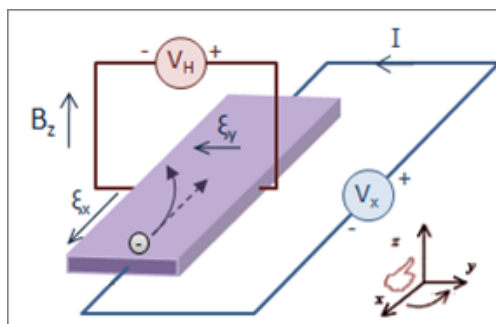
۱	.....	شکل شماتیک از اثر کلاسیک هال	۱
۲	.....	تغییرات مقاومت هال بر حسب میدان مغناطیسی خارجی	۲
۳	.....	اثر کوانتومی هال و اثر اسپین کوانتومی هال	۳
۹	.....	قضیه گاوس - بونه به صورت تصویری	۱.۱
۱۲	.....	مقایسه یک عایق معمولی (بالا) و یک عایق کوانتومی هال (پایین).	۲.۱
۱۳	.....	پراکندگی حالت‌های سطحی بین دو نقطه تبهگن کرامرز	۳.۱
۱۶	.....	انرژی نوارهای بالا و پایین در مقایسه با ضخامت چاه کوانتومی	۴.۱
۱۷	.....	۴ فاز متفاوت عایق توپولوژی سه بعدی	۵.۱
۲۰	.....	حرکت الکترون‌ها روی سطح عایق توپولوژی سه بعدی	۶.۱
۲۲	.....	ساختار بلوری $Bi_2Se_3$	۷.۱
۲۴	.....	نمودار تغییرات اوربیتال‌ها و تأثیرات عوامل مختلف روی آنها	۸.۱
۳۱	.....	چگالی حالت‌های موضعی	۱.۲
۳۵	.....	ساختار نواری $Bi_2Se_3$ ناآلاییده	۲.۲
۳۶	.....	وابستگی انرژی فرمی و حالت‌های سطحی به غلظت آلاینده	۳.۲

۳۷	مشاهده حالت فرمیون دیراک جرم‌دار	۴.۲
۴۰	کنترل کامل انرژی فرمی بوسیله‌ی آرایش سطح یا حجم	۵.۲
۴۶	طیف انرژی یک فرمیون دیراک بدون جرم	۱.۳
۵۲	شمای کلی از پخش ناخالصی‌های مغناطیسی به صورت دلخواه در حجم	۱.۴
۵۳	مغناطش ناخالصی‌ها بر حسب دما به ازای $\mu$ های مختلف	۲.۴
۵۴	مغناطش الکترون‌ها بر حسب دما به ازای $\mu$ های مختلف	۳.۴
۵۷	مغناطش بر حسب شدت میدان مغناطیسی خارجی در پتانسیل شیمیایی ثابت	۴.۴
۵۸	پذیرفتاری مغناطیسی بر حسب دما برای $h = 0.0001$	۵.۴
۵۸	مقایسه مقدار پذیرفتاری مغناطیسی بر حسب دما برای دو میدان مغناطیسی ثابت	۶.۴
۶۰	گرمای ویژه ناخالصی‌های مغناطیسی بر حسب دما به ازای $\mu$ های مختلف	۷.۴
۶۹	نمودار ساختار نواری متفاوت	۱.آ
۷۰	نمودار ساختار نواری تقارن دستواره	۲.آ

## پیش‌گفتار

تا قبل از کشف اثر کوانتومی هال، فازهای مختلف ماده را بر اساس تقارن سیستم و پارامترهای نظم موضعی تقسیم بندی می‌کردند. به عنوان مثال در بلور، تقارن انتقالی و در ابررسانا تقارن پیمانه‌ای و در مغناطیس تقارن دورانی وجود دارد که منجر به تعریف پارامترهای نظم به ترتیب تابع ساختاری [۱] و چگالی زوج‌های کوپر [۲] و مغناطش [۳] می‌شود. اما با کشف اثر کوانتومی هال دیده شد که نمی‌توان این فاز جدید ماده را بر اساس شکست تقارن و تعریف یک پارامتر نظم موضعی تقسیم بندی کرد. برای توصیف این فاز جدید نیازمند معرفی یک ناوردای توپولوژیکی هستیم.

طبق اثر هال اگر جریانی از یک بلور رسانا (یا نیمه‌رسانا) در جهت عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت اعمال شده عبور کند، رسانا (یا نیمه‌رسانا) دارای اختلاف پتانسیل (ولتاژ هال) میان رخ‌های عمود بر جهت جریان و میدان مغناطیسی خواهد شد (شکل ۱). این پدیده به افتخار کاشف آن ادوین



شکل ۱: شکل شماتیک از اثر کلاسیک هال

هال<sup>۱</sup> نام‌گذاری شد. میدان مغناطیسی اعمالی باعث منحرف شدن مسیر حامل‌های بار شده طوری که آنها در لبه‌های عرضی سیستم جمع می‌شوند تا جایی که نیروی الکتریکی حاصل از این انباشتگی بار

<sup>۱</sup> Edwin Hall

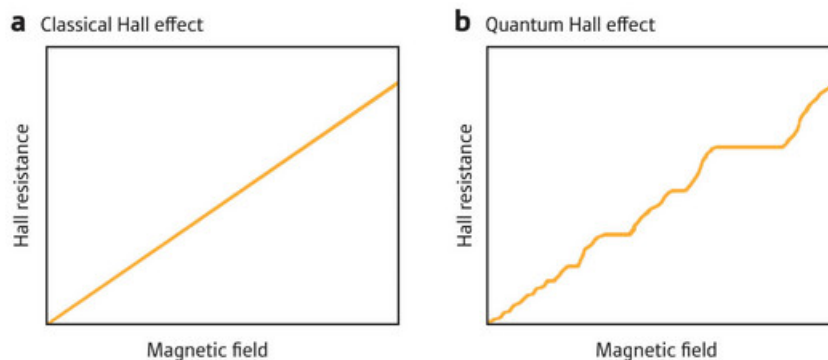
با نیروی مغناطیسی خارجی برابر گردد. تغییرات مقاومت عرضی سیستم که به آن مقاومت هال گفته می‌شود بر حسب تغییرات میدان مغناطیسی خطی به صورت زیر است که در (شکل ۲) نشان داده شده است.

$$R_{x,y} = \frac{B}{-ne} \quad (1)$$

در این رابطه  $n$  چگالی حامل‌های بار،  $B$  میدان مغناطیسی و  $e$  بار الکترون می‌باشد. در سال ۱۹۸۰ فون کلیتسینگ<sup>۱</sup> شکل جدیدی از اثر هال را کشف کرد که به آن اثر کوانتومی هال گفته می‌شود [۴]. در اثر کوانتومی هال به سیستم گاز الکترونی دو بعدی در دمای بسیار پایین یک میدان مغناطیسی قوی اعمال می‌کنند. تحت این شرایط مشاهده می‌شود که داخل گاز الکترونی عایق است و تنها در لبه‌ها جریان داریم. این بار تغییرات مقاومت هال بر حسب میدان مغناطیسی دیگر خطی نیست و بصورت پله‌ای تغییر می‌کند (شکل ۲ سمت راست).

$$\sigma_{x,y} = \frac{Ne^2}{h}; \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

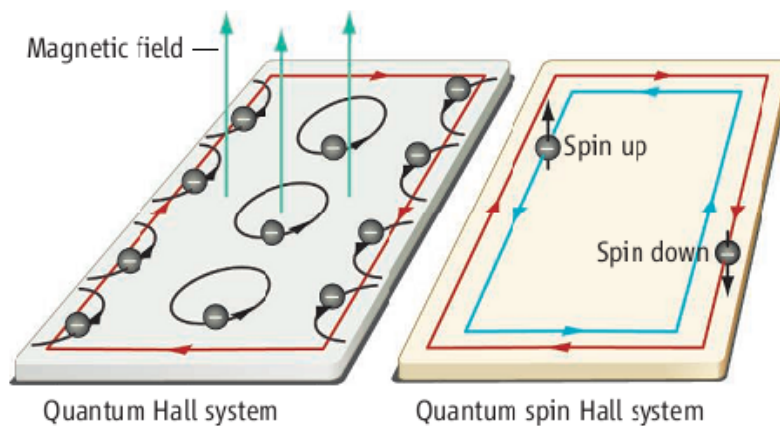
که  $h$  ثابت پلانک است. مشاهده شده است که پله‌ای بودن رسانندگی هال به شکل، هندسه‌ی سیستم



شکل ۲: تغییرات مقاومت هال بر حسب میدان مغناطیسی خارجی (a) در اثر هال کلاسیکی (b) در اثر هال کوانتومی

<sup>۱</sup> von Klitzing

و حضور ناخالصی‌ها در سیستم بستگی ندارد. این اثر به دلیل خاصیت توپولوژیک سیستم است. حضور میدان مغناطیسی قوی سبب ایجاد حالت‌های لبه‌ای رسانا شده (شکل ۳ سمت چپ) که این حالت‌های لبه‌ای در برابر تغییرات موضعی مقاوم هستند. اما حضور میدان مغناطیسی، سبب شکست تقارن وارونی زمان می‌شود. سؤال مطرح می‌شود که آیا می‌توان سیستمی داشت که در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، حالت‌های لبه‌ای رسانا داشته باشند؟ پاسخ این سؤال مثبت است. در اثر اسپین کوانتومی هال، که در ساختارهایی رخ می‌دهد که جفت‌شدگی اسپین - مدار قوی است، این حالت‌ها بوجود می‌آیند. در واقع جفت‌شدگی اسپین - مدار باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی مؤثر در ماده شده که برای اسپین‌های بالا و پایین به ترتیب به صورت یک میدان مغناطیسی مؤثر در جهت بالا و پایین اثر می‌کند. در اثر اسپین کوانتومی هال مانند اثر کوانتومی هال، در لبه‌ها جریان داریم [۵]. جریان‌های لبه‌ای در اثر اسپین کوانتومی هال کایرال هستند یعنی که جهت حرکت الکترون به جهت اسپین آن وابسته است و الکترون‌ها با اسپین‌های بالا و پایین در دو جهت مخالف هم حرکت می‌کنند (شکل ۳ سمت راست).



شکل ۳: در اثر کوانتومی هال (شکل سمت چپ)، اعمال میدان مغناطیسی باعث ایجاد جریان‌های لبه‌ای می‌گردد. در حالیکه در اثر اسپین کوانتومی هال (شکل سمت راست) بدون اعمال میدان مغناطیسی جریان داریم که جهت آن برای اسپین‌های بالا و پایین مخالف هم است (برداشت از مرجع [۷]).

داشتن تقارن وارونی زمان باعث می‌شود که این جریان‌های لبه‌ای در حضور ناخالصی‌های غیر مغناطیسی پراکنده نگردند [۶]. وجود جریان اسپینی بدون پراکندگی و در غیاب میدان مغناطیسی در اسپینترونیک کاربرد بسیار وسیعی دارد.

در سال ۲۰۰۶ اثر اسپین کوانتومی هال توسط برنویگ<sup>۱</sup>، هیوز<sup>۲</sup> و ژانگ<sup>۳</sup> به صورت نظری در چاه پتانسیل تلوراید جیوه  $HgTe$  پیش‌بینی شد [۸] و در سال ۲۰۰۷ توسط کونیگ<sup>۴</sup> و همکارانش به صورت تجربی مشاهده شد [۹].<sup>۵</sup> حالت اسپین کوانتومی هال در واقع نام دیگر عایق‌های توپولوژی دو بعدی می‌باشد. نام عایق‌های توپولوژی از اینجا نشأت می‌گیرد که همان‌طور که گفته شد سطح نمونه (و در حالت سه بعدی حجم نمونه) مانند عایق معمولی رفتار می‌کند، اما این عایق با عایق‌های شناخته‌شده متفاوت است از این لحاظ که با تغییرات آرام هامیلتونی آن نمی‌توان به هامیلتونی عایق‌های متداول رسید. همیشه یک سری حالت‌های لبه‌ای (و یا در سه بعد، حالت‌های سطحی) رسانا داریم که با تغییرات آرام هامیلتونی (طوری که گاف بسته نشود) این حالت‌های لبه‌ای از بین نمی‌روند که در فصل اول بدان می‌پردازیم.

حالت اسپین کوانتومی هال یک عایق توپولوژی دو بعدی است. عایق‌های توپولوژی سه بعدی (که داخل حجم عایق است اما ماده دارای حالت‌های سطحی رسانا می‌باشد)، نیز در سال ۲۰۰۷ به صورت

---

<sup>۱</sup> B. A. Bernevig

<sup>۲</sup> T. L. Hughes

<sup>۳</sup> S. C. Zhang

<sup>۴</sup> M. König

<sup>۵</sup> لازم به ذکر است این اثر قبل از ژانگ توسط کین<sup>۶</sup> و مله<sup>۷</sup> برای گرافین به صورت نظری پیش‌بینی شده بود، ولی به دلیل کوچک بودن جفت‌شدگی اسپین-مدار در گرافین مشاهده نمی‌شود [۱۰].

نظری توسط لیانگ فو<sup>۱</sup> و کین<sup>۲</sup> پیش‌بینی شد [۱۱] و در سال ۲۰۰۸ به صورت تجربی توسط گروه هسی<sup>۳</sup> مشاهده شد [۱۲]. در سال ۲۰۰۹ ژیا<sup>۴</sup> و همکارانش یک نمونه عایق توپولوژی سه بعدی را به صورت تجربی مشاهده کردند (*Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>*) که نسبت به نمونه‌های قبلی دو مزیت عمده دارد: اول اینکه در مقایسه با نمونه‌های پیشین حجم آن دارای گاف انرژی بزرگتری است ( $0.3\text{eV}$ ) که باعث می‌شود در دمای اتاق یک عایق توپولوژی داشته باشیم. دوم اینکه حالت‌های سطحی آن تنها یک نقطه دیراک در گاف دارند که ساده‌ترین وضعیت است [۱۳].

عایق‌های توپولوژی دارای برخی خصوصیات منحصر بفردی هستند. به عنوان مثال زمانی که یک ناخالصی مغناطیسی (آهن یا منگنز و غیره) را به عایق‌های توپولوژی تزریق می‌کنیم تقارن وارونی زمان می‌شکند و یک گاف انرژی به اندازه  $60\text{meV}$  روی حالت‌های سطحی عایق‌های توپولوژی ایجاد می‌شود که سبب محدود شدن چگالی حالت‌ها می‌گردد. الکترون‌های دیراک با ناخالصی‌های مغناطیسی موجود در عایق برهمکنش تبادلی انجام داده که سبب بوجود آمدن برهمکنش *RKKY* بین ناخالصی‌ها می‌گردد. لذا در طول این فرآیند تبادل، اتم‌های مغناطیسی در سطح و حجم عایق می‌توانند نظم فرومغناطیس بگیرند [۱۴]. اما این نظم‌های سطحی و حجمی نسبت به دما رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند. به عنوان مثال می‌توان به دمای بحرانی آنها اشاره کرد که دمای بحرانی سطحی بزرگتر از دمای بحرانی حجمی است. لذا می‌توان گفت در دمای بحرانی عایق‌های توپولوژی دو بعدی سطح  $T$  بزرگتر از دمای بحرانی عایق‌های توپولوژی سه بعدی  $T^{\text{حجم}}$  است [۱۴]. این رفتار در مقایسه با مواد مغناطیسی شناخته شده کاملاً متفاوت است. برای مثال در مدل هایزنبرگ *XY* در یک بعد،

---

<sup>۱</sup> Liang Fu

<sup>۲</sup> C. L. Kane

<sup>۳</sup> D. Hsieh

<sup>۴</sup> Y. Xia



حتی در  $T = 0$  هیچگونه نظم مغناطیسی دیده نمی‌شود. در دو بعد تنها در دمای  $T = 0$  و در سه بعد در زیر دمای بحرانی  $T_c$  سیستم دارای مغناطش غیر صفر بوده و نظم مغناطیسی فرومغناطیس مشاهده می‌شود. اما این رفتار در عایق‌های توپولوژی آلابیده با یونهای مغناطیسی متفاوت هست. اخیراً نشان داده شده است که برخلاف فرومغناطیس‌های معمولی دمای بحرانی سطح از دمای بحرانی حجم بیشتر است. طوری که در دمای  $T_c^{\text{سطح}} < T < T_c^{\text{حجم}}$ ، حجم نظم مغناطیسی ندارد (پارامغناطیس) در حالیکه سطح دارای نظم مغناطیسی فرومغناطیس است [۱۴].

در فصل اول این رساله به بررسی اجمالی عایق‌های توپولوژی می‌پردازیم و در فصل دوم عایق‌های توپولوژی مغناطیسی را معرفی می‌کنیم. در فصل سوم با بررسی این حالت‌های سطحی، روشی معرفی می‌شود که با آن دمای بحرانی سیستم بدست می‌آید. همچنین در ادامه و در نتایج به بررسی مغناطش الکترون‌ها و ناخالصی‌ها در حالت کلی و برای تمام دماها و پتانسیل‌های شیمیایی دلخواه می‌پردازیم. محاسبات پذیرفتاری مغناطیسی و گرمای ویژه، جهانشمولی روش میدان متوسط را برای عایق‌های توپولوژی مغناطیسی نشان می‌دهد به طوری که نمای بحرانی پذیرفتاری مغناطیسی را با تقریب خوبی برابر یک بدست می‌آوریم.

## فصل اول

### عایق‌های توپولوژی

در طبقه بندی لاندائو، فازهای مختلف با تعریف پارامتر نظم موضعی و شکست تقارن توجیه می‌شوند. مثلاً در بلورها تقارن انتقالی پیوسته می‌شکند. در آهن‌ریها تقارن وارونی زمان می‌شکند [۱۵]. در سال ۱۹۸۰ کشف حالت کوانتومی هال، سبب طبقه‌بندی جدید، بر اساس نظم توپولوژیکی شد. عایق‌های توپولوژی که در سال ۲۰۰۶ کشف شدند در زمره‌ی موادی هستند که این نظم توپولوژیکی را دارند. برای فهم بهتر فیزیک مرتبط با عایق‌های توپولوژی نیاز به درک عمیق‌تر نظم توپولوژیکی داریم که در بخش بعد به تفصیل به توضیح آن می‌پردازیم.

#### ۱.۱ نظم توپولوژیکی

توپولوژی علم مطالعه‌ی ویژگی‌های یک جسم است که تحت تغییر شکل پیوسته، ثابت می‌مانند. برای مثال می‌توان یک چنبره و یک فنجان را در نظر گرفت. اگر فرض کنیم این دو جسم از گل ساخته

شده باشند، می‌توان چنبره را با تغییر شکل پیوسته به صورت فنجان قهوه درآورد و بالعکس. لازم به ذکر است این تغییر شکل پیوسته شامل کشیدن جسم می‌شود نه پاره کردن و چسب زدن. علتی که باعث می‌شود این تغییر شکل صورت گیرد وجود تنها یک حفره در هر دو جسم است.

هم‌ارزی توپولوژیکی دو ماده را می‌توان با قضیه‌ی گاوس - بونه<sup>۱</sup> بیان کرد. قضیه گاوس - بونه

می‌گوید برای هر سطح بسته انتگرال سطح برابر است با

$$\int \kappa dA = 2\pi(2 - 2g) \quad (1.1)$$

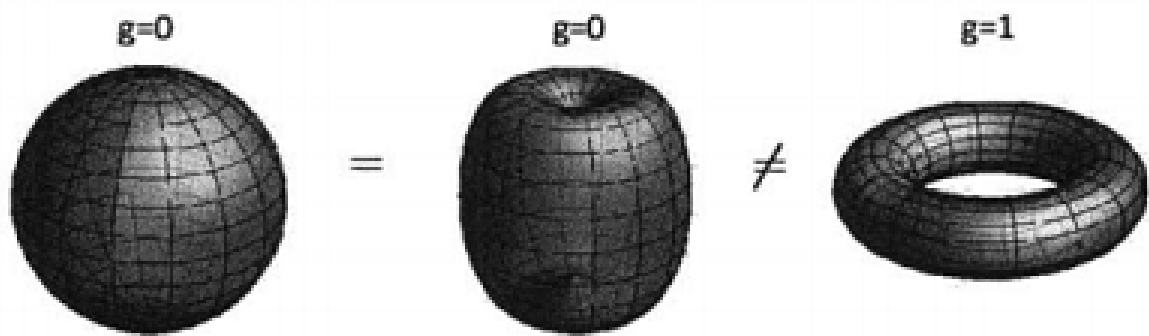
که  $\kappa$  انحنای جسم و  $g$  تعداد حفره‌های جسم است. برای چنبره و فنجان  $g = 1$  است و در نتیجه  $\int \kappa dA = 0$ . می‌بینیم برای هر دو جسم ظاهراً متمایز، مقادیر  $g$  و  $\int \kappa dA$  یکسان بدست می‌آید که نشان‌دهنده ناوردایی توپولوژیکی است. اما اگر یک کره و یک چنبره را باهم مقایسه کنیم، همانطور که در (شکل ۱.۱) نشان داده شده است. برای کره  $g = 0$  و برای چنبره  $g = 1$  است لذا  $\int \kappa dA$  به ترتیب  $4\pi$  و  $0$  نتیجه می‌شود که نشان‌دهنده‌ی تفاوت توپولوژی دو شکل مورد نظر است.

هر دو حالت کوانتومی هال و عایق توپولوژی را می‌توان بر حسب پارامترهای ناوردایی توپولوژیکی بیان کرد. برای حالت کوانتومی هال ناوردایی توپولوژیکی عدد چرن<sup>۲</sup> نام دارد و به فاز بری<sup>۳</sup> و رسانندگی هال مربوط می‌شود. برای عایق توپولوژی تعریف و یافتن ناوردای توپولوژیکی کمی پیچیده‌تر است ولی لازم به ذکر است که بوسیله حجم شکل سیستم (نه سطح) بدست می‌آید. در هر دو حالت ناوردای توپولوژیکی بوسیله تغییرات پیوسته یا بی‌درروی هامیلتونی تغییر نمی‌کند. تنها یک گسستگی شدید مثل بسته شدن گاف انرژی در ساختار نواری می‌تواند این پارامتر ناوردا را تغییر دهد. لذا می‌توان گفت که گاف انرژی معادل  $g$  در معادله‌ی ۱.۱ است.

<sup>۱</sup> Gauss - Bonnet

<sup>۲</sup> Chern number

<sup>۳</sup> Berry phase



شکل ۱.۱: قضیه گاوس - بونه به صورت تصویری: هم کره سمت چپ و هم کره ای که مرکز آن تغییر شکل پیدا کرده است دارای  $g = 0$  و  $\int \kappa dA = 4\pi$  هستند. آنها از لحاظ توپولوژیکی هم‌ارزند و با چنبره که دارای  $g = 1$  و  $\int \kappa dA = 0$  است، فرق می‌کنند.

با این تعاریف می‌توان دید که از لحاظ طبقه بندی توپولوژی، عایق‌ها و نیمه‌رسانا هم‌ارزند. این دو فاز از ماده تنها بوسیله اندازه‌ی گافهای انرژی از هم تمییز می‌شوند طوری که گاف نیمه‌رسانا  $E_{\text{گاف}} \gg E_{\text{گاف عایق}}$ . افزایش یا کاهش پیوسته‌ی گاف انرژی، یک حالت را به حالت دیگر تبدیل می‌کند. هنگام این گذار، گاف انرژی هیچگاه بسته نمی‌شود و در نتیجه ناوردای توپولوژیکی هرگز تغییر نمی‌کند [۲۰].

## ۲.۱ حالت کوانتومی هال

در فیزیک ماده چگال ساده‌ترین حالتی که نظم توپولوژیک دارد، حالت کوانتومی هال است. این حالت، هم‌تای نزدیک عایق توپولوژی دو بعدی خوانده می‌شود که برای اولین بار در سال ۱۹۸۰ توسط فون کلیتسینگ کشف شد [۲۰]. پارامتر نظم توپولوژیکی آن بوسیله رسانندگی کوانتومی هال مشخص می‌شود که آنرا از یک عایق معمولی تمییز می‌دهد [۲۱].

حالت کوانتومی هال نتیجه اثر کوانتومی صحیح هال است. پدیده‌ای که برای گاز الکترونی دو بعدی