

۱۳۷۹ / ۱۱ / ۲۰

دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم ریاضی

گروه آمار

پایان نامه

جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

آمار بیمه (اکچوئری)

موضوع :

ارزیابی تعهدات بیمه گر

در بیمه های زندگی

استاد راهنما: دکتر سیامک نوربلوچی

استاد مشاور: دکتر محمد رضا مشکانی

نگارش: فرزین حاجتی

بهمن ماه ۱۳۷۷

۳۱۴۷۷

صور تجلشه دفاع از پایان نامه

جلسه هیئت داوران ارزیابی پایان نامه آقای/ خانم/ فوزین حاجتی

به شناسنامه شماره ۱۳۳ صادره از تهران متوك ۱۳۳۳

دانشجوی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته آمار بیمه (اکچوئری)


باعنوان ارزیابی تعهدات بیمه‌گر در بیمه‌های عمر

به راهنمایی دکتر سیامک نوربلوچی طبق دعوت قبلی در تاریخ ۷۷/۱۱/۴

تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داورى و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه

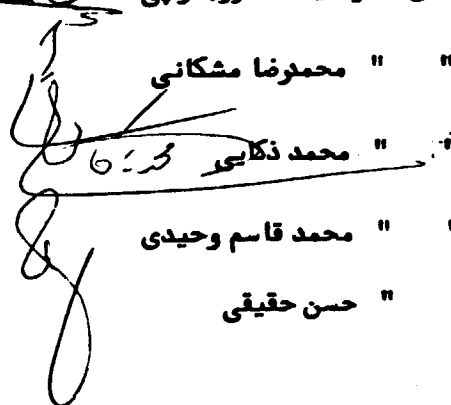
کارشناسی ارشد مورخ ۷۲/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور بانمره ۱۸ تمام (هیجده تمام)

و درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.



۱- استاد راهنما آقای دکتر سیامک نوربلوچی

۲- استاد مشاور " " محمدرضا مشکانی



۳- استاد داور " " محمد ذکایی

۴- استاد داور " " محمد قاسم وحیدی

۵- استاد داور " " حسن حقیقی

تقدیم به مادر عزیزم
بهترین دوست و مشوق من

به نام خداوند بخشنده مهربان

فهرست مطالب

۱	کلیات	فصل اول
۱	ریاضیات بهره مرکب	۱-۱
۵	کاربرد تئوری احتمال در بیمه‌های عمر	۲-۱
۱۴	ارزش فعلی پرداخت‌های قطعی آتی	۳-۱
۱۷	ارزش فعلی پرداخت‌های احتمالی آتی	۴-۱
	ارزش فعلی پرداخت‌های احتمالی آتی وقتی که سبن پرداخت کننده $x + u$	۵-۱
۲۲	است $(0 < u < 1)$	
۲۴	مدل‌های بیمه‌گری	۶-۱
۳۲	محاسبه تعهدات بیمه‌گر و بیمه‌گذار در بیمه‌های عمر	فصل دوم

۱-۲	محاسبه تعهد بیمه‌گر در صورت تحقق خطر بیمه شده در بیمه‌های عمر با سرمایه ثابت و با سرمایه متغیر	۳۵
۲-۲	محاسبه تعهد بیمه‌گذار (پرداخت حق بیمه)	۵۶
۳-۲	روش تهیه جدول تبدیل براساس جدول مرگ و میر و نرخ بهره مشخص	۵۸
۴-۲	حق بیمه خالص یکجا و روش محاسبه آن با استفاده از توابع تبدیل	۶۰
۵-۲	حق بیمه خالص سالانه و محاسبه آن برحسب توابع تبدیل	۶۷
۶-۲	حق بیمه خالص یکنواخت در کسری از سال در بیمه‌های عمر	۷۲
۷-۲	محاسبه حق بیمه خالص یکجا، سالانه و کسری از سال در بیمه‌های تمام عمر وقتی سن بیمه شده در شروع بیمه $(x + u)$ سال باشد $(0 < u < 1)$	۷۳
۸-۲	مقایسه محاسبات و نتیجه‌گیری	۷۴
فصل سوم	ارزیابی ذخایر خالص در پایان هر دوره (سالانه و کسری از سال)	۷۷
۱-۳	محاسبه ذخیره حق بیمه خالص	۷۷
۲-۳	محاسبه ذخیره خالص واقعی سالانه	۸۲
۳-۳	ارزیابی ذخایر خالص هر بیمه‌نامه در پایان هر سال	۹۵
فصل چهارم	ارزیابی ذخیره ناخالص	۹۹
۱-۴	هزینه‌های سربار در بیمه‌های عمر	۹۹
۲-۴	محاسبه حق بیمه کامل در سال و کسری از سال	۱۰۳
۳-۴	محاسبه ذخیره حق بیمه ناخالص	۱۰۷
۴-۴	محاسبه ذخیره حق بیمه ناخالص تعدیل شده	۱۰۹
فصل پنجم	انصراف‌ها - مشارکت در منافع	۱۳۰
۱-۵	انصراف‌ها	۱۳۰
۲-۵	برآورد انصراف‌ها	۱۳۱

۱۳۵ تعهد بیمه‌گر عمر در بیمه‌نامه با مشارکت در منافع	۳-۵
۱۳۷ ارزیابی توان مالی بیمه‌گر	فصل ششم
۱۳۸ فرایند خسارت در گستره چند ساله $X(1, t)$	۱-۶
۱۴۹ فرایند درآمد حق بیمه در گستره چند ساله $P(1, t)$	۲-۶
۱۵۱ بدست آوردن فرمول ضریب توان مالی شرکت بیمه	۳-۶
۱۵۴ توزیع ضریب توان مالی شرکت بیمه (u)	۴-۶
۱۶۲ احتمال ورشکستگی $\Psi_T(u)$	۵-۶
۱۶۸ حدود احتمال ورشکستگی در مدت زمان محدود	۶-۶
۱۷۴ ارزیابی حداقل توان مالی اولیه بیمه‌گر	۷-۶
۱۷۶ ارزیابی توان مالی بیمه‌گر بدون داده‌های آماری	فصل هفتم
۱۷۶ مقدمه	۱-۷
۱۷۸ انتگرال‌گیری روی مسیرها	۲-۷
۱۸۴ حالت پُرانی	۳-۷
۱۸۷ نتیجه کلی بر انتگرال‌های گوس	۴-۷
۱۸۹ حالت خاص: نوسان‌کننده هم‌ساز ساده	۵-۷
۱۹۱ مقدار متوسط X_t	۶-۷
۱۹۳ کاربرد عملی	فصل هشتم
 محاسبه حق بیمه یک بیمه‌نامه عمر و پس‌انداز و مقایسه آن با تعرفه فعلی	۱-۸
۱۹۴ شرکت‌های بیمه داخلی	
۲۱۷ محاسبه انصراف‌های اضافی با توجه به اثر تغییر نرخ بهره	۲-۸
۲۱۷ محاسبه ذخیره ریسک با توجه به چرخه‌های بیمه‌ای	۳-۸
۲۲۲ بیوست	
۲۳۷ منابع	

پیشگفتار

شرکت‌های بیمه عمر، جزو شرکت‌های تجاری محسوب می‌شوند که جهت کسب سود فعالیت می‌کنند. ارزیابی بدهی‌های یک شرکت تجاری معمولاً مشکل نیست زیرا بیشتر شامل حساب‌های پرداختی، بدهی‌ها و مالیات‌های پرداخت نشده است که ارزش آنها به راحتی با استفاده از اصول حسابداری قابل تعیین است و حجم بدهی‌ها تأثیر شدیدی بر عایدات یک دوره خاص نمی‌گذارد، اما در شرکت‌های بیمه عمر، بدهی‌ها شامل منافع تضمین شده احتمالی در بیمه‌های عمر و قرار دادهای درازمدت می‌باشد که معمولاً بیش از ۸۵ درصد از بدهی‌های شرکت را تحت عنوان ذخایر بیمه‌های عمر و مستمری تشکیل می‌دهند و بزرگی حجم این ذخایر آن چنان است که یک تغییر نسبی کوچک در ارزش آنها، تأثیر زیادی بر عایدات یک دوره و ارزش حقوق صاحبان سهام شرکت می‌گذارد و ارزیابی آنها نیاز به تخصص خاص دارد. به عبارتی ارزیابی و تأیید این بدهی‌ها از موارد مهم دانش اکچوئری برای یک شرکت بیمه عمر محسوب می‌شود. از طرف دیگر آمار فعالیت شرکت‌های بیمه عمر در کشورهای خارجی نشان می‌دهد که این بیمه‌ها بیش از نیمی از کل فعالیت بیمه‌ای آنها را به خود اختصاص داده است در حالی که در کشور ما سهم بیمه‌های عمر کمتر از ۱۰ درصد کل فعالیت‌های بیمه‌ای است و فعالیت‌های حاضر نیز با نگرش علمی درخور این رشته همراه نمی‌باشد. لذا هدف این پایان‌نامه را مطالعه «ارزیابی تعهدات بیمه‌گر در بیمه‌های زندگی» قرار دادیم و سعی کردیم در ضمن آن نکات بیمه‌ای مربوطه مورد بررسی و معرفی قرار گیرد تا شاید از این نظر شکاف موجود بین نگرش علمی و تجربی کم شود. با این هدف سعی شده در قالب انواع پرداخت‌های بیمه‌گر و بیمه‌گذار از نظر زمان و مقدار هر پرداخت و تعداد دفعات پرداخت با معرفی روش مدل‌سازی برای انواع بیمه‌های عمر قدیم و جدید مطابق تعهدات تعریف شده بیمه‌گر و بیمه‌گذار در هر قرارداد بیمه، روش تعیین حق بیمه و ذخیره حق بیمه براساس اصل تعادل بین داده‌ها و ستانده‌های فعلی، آتی و احتمالی بیان نشود (فصل دوم) و دقیق‌ترین آنها معرفی شود تا بیمه‌گر بتواند به راحتی و با دقت تعهدات خود در مقابل هر یک از بیمه‌گذاران را محاسبه نماید. (فصل سوم) و با توجه به هزینه‌های سربار، ذخیره حق بیمه ناخالص را تعیین نماید و روشهای ارزیابی ذخایر حق بیمه برای درج در صورت‌های مالی معرفی شود (فصل چهارم) و روشهای متداول در کشورهای خارجی برای کم کردن واریانس درآمدها و جلوگیری از منفی شدن ذخایر ریسکی (حقوق صاحبان سهام) در فصل

چهارم بحث می‌شود.

چون بررسی تمام حالات ممکن بهترین ارزیابی را می‌دهد در فصل پنجم چند حالت خاص مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای بررسی تعهد بیمه‌گر نسبت به صاحبان سهام شرکت و امکان ادامه فعالیت در درازمدت بدون ورشکستگی در فصل ششم روش بررسی توان مالی یک شرکت بیمه گفته می‌شود. با توجه به بحث خصوصی سازی و امکان تشکیل شرکت‌های بیمه خصوصی توان مالی شرکت بیمه بدون سابقه فعالیت و داشتن آمار و اطلاعات در فصل هفتم بررسی می‌گردد. در فصل آخر کاربرد موارد فوق برای شرکت‌های بیمه ایرانی نشان داده می‌شود.

سپاسگزاری و قدردانی

سپاس خداوند منان را که هرچه دارم از اوست

در روند هستی پذیری این پایان نامه، بسی سروران و دوستان دانشمند به شیوه ها و راههای گوناگون مرا یاری داده اند. در اینجا برخود لازم می دانم از همه ایشان به ویژه آقایان استادان دکتر سیامک نوربلوچی، دکتر محمدرضا مشکانی، دکتر محمد ذکایی، دکتر محمد قاسم وحیدی اصل و دکتر حسن حقیقی خالصانه سپاسگزاری کنم.

سپس فریضه خود می دانم از همه استادان گرانمایه که در مدت تحصیل یاریم نمودند عمیقاً تشکر کنم؛ و از آنجا که خود را سخت مرهون کتابها و مقاله هایی که در فهرست منابع آورده شده اند می دانم، مایل هستم سپاس خود را به مؤلفان آنها بنویسم.

و اینک در پرتو الطاف الهی حاصل این است که برجاست.

فرزین حاجتی

فصل اول

کلیات

۱-۱ ریاضیات بهره مرکب

الف) نرخ بهره موثر سالانه (i)

مقدار بهره ایجاد شده در پایان سال برای یک ریال سرمایه را نرخ بهره موثر سالانه می نامند و آن را با (i) نشان می دهند.

ایجاد ارزش اضافی به روش نرخ مرکب: هرگاه به یک ریال سرمایه پس از یک سال i ریال بهره
تعلق گیرد اصل و فرع سرمایه در پایان سال اول $1 + i$ ریال می شود حال اگر $1 + i$ ریال سرمایه را با
نرخ i به وام داده شود، بهره سال دوم $i(1 + i)$ و اصل و فرع سرمایه $(1 + i)^2$ می شود و چنانچه این
عمل تا پایان سال n ادامه یابد، اصل و فرع سرمایه در پایان سال n $(1 + i)^n$ خواهد شد.

سال	سرمایه در اول سال	بهره در سال m	اصل و فرع در پایان سال m
۱	۱	i	$۱ + i$
۲	$۱ + i$	$(۱ + i)i$	$(۱ + i)^۲$
...
n	$(۱ + i)^{n-۱}$	$(۱ + i)^{n-۱}i$	$(۱ + i)^n$

ب) نرخ بهره اسمی سالانه $i^{(m)}$

یک سال را به m دوره تقسیم می‌کنیم اگر مقدار بهره ایجاد شده در پایان هر دوره $\frac{i^{(m)}}{m}$ باشد مقدار $i^{(m)}$ را نرخ بهره اسمی سالانه می‌نامند.

اگر پس از یک سال با اعمال روش بهره مرکب اصل و فرع سرمایه یعنی $(۱ + \frac{i^{(m)}}{m})$ برابر با اصل و فرع سرمایه در حالت سالانه باشد می‌توان نوشت:

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = 1 + i \quad (۱-۱-۱)$$

و از آنجا $i^{(m)}$ بر حسب i بدست می‌آید

$$i^{(m)} = m \left[(1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right] \quad (۲-۱-۱)$$

پ) نیروی بهره δ

اگر در قسمت (ب) تعداد تقسیمات m را زیاد کنیم یعنی $m \rightarrow \infty$ فاصله زمانی بین دو تقسیم به سمت صفر میل می‌کند $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \rightarrow 0$ به عبارتی زمان بصورت پیوسته در می‌آید در این حالت حد $i^{(m)}$ را نیروی بهره گویند.

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)} \quad (۳-۱-۱)$$

و می‌توان نوشت:

$$i^{(m)} = \frac{(1 + i)^{\frac{1}{m}} - (1 + i)^0}{\frac{1}{m}}$$

در این صورت اگر فرض کنیم $\frac{1}{m} = x$ ، δ مشتق تابع $(1+i)^x$ در نقطه $x = 0$ خواهد شد. یعنی

$$\delta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1+i)^{\Delta x} - (1+i)^0}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} (1+i)^x \Big|_{x=0}$$

$$\delta = (1+i)^x \Big|_{x=0} \ln(1+i) = \ln(1+i) \quad (4-1-1)$$

و یعنی

$$1+i = e^\delta$$

ت) عامل انباشتگی $1+i$

مقدار $1+i$ را عامل انباشتگی برای یک دوره می نامند. لذا عامل انباشتگی برای مدت h سال عبارت است از:

$$(1+i)^h = e^{\delta h} \quad (5-1-1)$$

ث) عامل تنزیل $v = \frac{1}{1+i}$

مقدار $v = \frac{1}{1+i}$ را عامل تنزیل برای یک دوره می نامند. لذا عامل تنزیل برای مدت h سال عبارت است از:

$$v^h = e^{-\delta h} \quad (6-1-1)$$

ج) نرخ تنزیل موثر سالانه d

مقدار بهره ایجاد شده در اول سال را نرخ تنزیل موثر سالانه d نامند. برای محاسبه d برحسب i می توان اصل و فرع بدست آمده در روش تنزیل را پس از یک سال مساوی اصل و فرع بدست آمده در روش بهره مرکب برای یک ریال سرمایه قرار داد.

$$1 + d + d^2 + \dots = 1 + i \quad (7-1-1)$$

از آنجا خواهیم داشت:

$$\frac{1}{1-d} = 1+i \quad (8-1-1)$$

$$d = \frac{i}{1+i} \quad (9-1-1)$$

ج) نرخ تنزیل اسمی سالانه $d^{(m)}$

یک سال را به m دوره تقسیم می‌کنیم. اگر مقدار بهره ایجاد شده در اول هر دوره $\frac{d^{(m)}}{m}$ باشد مقدار $d^{(m)}$ را نرخ تنزیل اسمی سالانه نامند. اگر پس از یک سال با روش تنزیل مرکب اصل و فرع سرمایه یعنی $\left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$ برابر با اصل و فرع سرمایه در روش تنزیل موثر سالانه شد، خواهیم داشت:

$$\left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m = 1-d \quad (10-1-1)$$

و از آنجا $d^{(m)}$ را بر حسب d و i می‌توان بدست آورد.

$$\begin{aligned} d^{(m)} &= m[1 - (1-d)^{\frac{1}{m}}] \\ &= m[1 - (1+i)^{-\frac{1}{m}}] \end{aligned} \quad (11-1-1)$$

بطور مشابه با رابطه (۹-۱-۱) می‌توان نوشت:

$$d^{(m)} = \frac{i^{(m)}}{1 + \frac{i^{(m)}}{m}} \quad (12-1-1)$$

و از آنجا خواهیم داشت:

$$\frac{1}{d^{(m)}} = \frac{1}{m} + \frac{1}{i^{(m)}} \quad (13-1-1)$$

همچنین با استفاده از رابطه (۱۰-۱-۱) می‌توان نوشت:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} d^{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)} = \delta \quad (14-1-1)$$

۲-۱ کاربرد تئوری احتمال در بیمه‌های عمر

الف) مدت زمان زنده ماندن T برای (x) ^۱

با توجه به اینکه زمان فوت بیمه شده نامعلوم است T متغیری تصادفی در فضای R است که تنها مقادیر مثبت را اختیار می‌کند ($T \geq 0$).

ب) تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی T

تابع $G(t)$ را تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی T گوئیم هرگاه با احتمال فوت (x) در مدت t برابر باشد.

$$G(t) = P_r(T \leq t), t \geq 0 \quad (1-2-1)$$

تابع $G(t)$ تابعی است مثبت، پیوسته از سمت راست که به ازای تمامی مقادیر $T \geq 0$ در فاصله صفر و یک قرار دارد. اکچوئرها طبق قرارداد این احتمال را با نماد q_x نشان می‌دهند.

احتمال فوت (x) در مدت یک سال آینده را با q_x نشان می‌دهند ^۲ و از محاسبه q_x به ازای تمامی x ها جدول عمر بدست می‌آید.

پ) تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی T

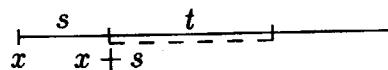
تابع $g(t)$ که مشتق تابع توزیع $G(t)$ است و انتگرال آن در فضای $T \in R$ برابر یک می‌باشد را تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی T می‌نامیم. در فاصله کوچک dt می‌توان نوشت:

$$g(t)dt = P_r(t < T \leq t + dt) \quad (2-2-1)$$

ت) معرفی چند احتمال با نماد مربوطه

یک) احتمال فوت (x) در سنین $x+s$ تا $x+s+t$. ${}_s|tq_x$

$${}_s|tq_x = P_r(s < T < s+t) \quad (3-2-1)$$



شکل ۱-۱: نمایش ${}_s|tq_x$

(۱) برای نشان دادن بیمه شده‌ای به سن x از نماد (x) استفاده می‌شود.

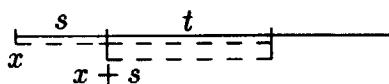
(۲) هرگاه مقدار t در نماد q_x و نمادهای مشابه مساوی یک شود می‌توان آن را نوشت.

طبق تعریف احتمال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} &= G(s+t) - G(s) \\ &= {}_{s+t}q_x - {}_s q_x \end{aligned} \quad (۴-۲-۱)$$

دو) احتمال زنده ماندن (x) در مدت $s+t$ سال به شرط آنکه s سال اول را زنده مانده باشد

$${}_t p_{x+s} = P_r(T > s+t | T > s) \quad (۵-۲-۱)$$



شکل ۲-۱: نمایش ${}_t p_{x+s}$

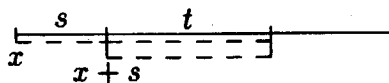
طبق تعریف احتمال شرطی می‌توان نوشت:

$$= \frac{P_r(T > s+t)}{P_r(T > s)} = \frac{1 - G(s+t)}{1 - G(s)} \quad (۶-۲-۱)$$

نکته: احتمال (۲-۲-۱) یک احتمال شرطی است در صورتیکه احتمال (۱-۲-۱) یک احتمال غیرشرطی است.

سه) احتمال فوت (x) در مدت $s+t$ به شرط آنکه s سال اول را زنده مانده باشد

$${}_t q_{x+s} = P_r(T \leq s+t | T > s) \quad (۷-۲-۱)$$



شکل ۳-۱: نمایش ${}_t q_{x+s}$

طبق تعریف احتمال شرطی می‌توان نوشت:

$$= \frac{P_r(s < T < s+t)}{P_r(T > s)} = \frac{G(s+t) - G(s)}{1 - G(s)} \quad (۸-۲-۱)$$

نکته: احتمال (۷-۲-۱) احتمال فوت (x) در سنین $x+s$ تا $x+s+t$ است ولی احتمال (۵-۲-۱)

احتمال زنده ماندن (x) در سنین $x+s$ تا $x+s+t$ می‌باشد یعنی این دو، دو احتمال مکمل

هم هستند.