دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم ریاضی

گروه آمار

پایان نامه

جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

آمار بیمه (اکچوئری)

موضوع :

ارزیابی تعهدات بیمه گر

در بیمه های زندگی

استاد راهنما :دکتر سیامک نوربلوچی

استاد مشاور : دکتر محمد رضا مشکانی

نگارش : فرزین حاجتی

بهمن ماه ۱۳۷۷

بسمه تعالی

تاریخ ______
ردیف ______
پیوست ______

صورتجلسه دفاع از پایان نامه

جلسه هیئت داوران ارزیابی پایان‌نامه آقای/ ~~خانم~~ فرزین حاجتی

به شناسنامه شماره ۱۳۳ صادره از تهران متولد ۱۳۳۳

دانشجوی دوره کارشناسی‌ارشد ناپیوسته رشته آمار بیمه (اکچوئری)

باعنوان ارزیابی تعهدات بیمه‌گر در بیمه‌های عمر

به راهنمائی دکتر سیامک نوربلوچی طبق دعوت قبلی درتاریخ ۷۲/۱۱/۴

تشکیل گردید وبراساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین‌نامه

کارشناسی‌ارشد مورخ ۷۲/۱۰/۲۵ پایان‌نامه مزبور با نمره ۱۸ تمام (هیجده تمام)

و درجه عالی مورد تصویب قرارگرفت.

۱- استاد راهنما آقای دکتر سیامک نوربلوچی

۲- استاد مشاور " " محمدرضا مشکانی

۳- استاد داور " " محمد ذکائی

۴- استاد داور " " محمد قاسم وحیدی

۵- استاد داور " " حسن حقیقی

۳۱۴۷۷

تقدیم به مادر عزیزم
بهترین دوست و مشوق من

به نام خداوند بخشندهٔ مهربان

فهرست مطالب

پیشگفتار

شرکت‌های بیمه عمر، جزو شرکت‌های تجاری محسوب می‌شوند که جهت کسب سود فعالیت می‌کنند. ارزیابی بدهی‌های یک شرکت تجاری معمولاً مشکل نیست زیرا بیشتر شامل حساب‌های پرداختی، بدهی‌ها و مالیات‌های پرداخت نشده است که ارزش آنها به راحتی با استفاده از اصول حسابداری قابل تعیین است و حجم بدهی‌ها تاثیر شدیدی بر عایدات یک دوره خاص نمی‌گذارد، اما در شرکت‌های بیمه عمر، بدهی‌ها شامل منافع تضمین شده احتمالی در بیمه‌های عمر و قرار دادهای درازمدت می‌باشد که معمولاً بیش از ۸۵ درصد از بدهی‌های شرکت را تحت عنوان ذخایر بیمه‌های عمر و مستمری تشکیل می‌دهند و بزرگی حجم این ذخایر آن چنان است که یک تغییر نسبی کوچک در ارزش آنها، تاثیر زیادی بر عایدات یک دوره و ارزش حقوق صاحبان سهام شرکت می‌گذارد و ارزیابی آنها نیاز به تخصص خاص دارد. به عبارتی ارزیابی و تائید این بدهی‌ها از موارد مهم دانش اکچوئری برای یک شرکت بیمه عمر محسوب می‌شود. از طرف دیگر آمار فعالیت شرکت‌های بیمه عمر در کشورهای خارجی نشان می‌دهد که این بیمه‌ها بیش از نیمی از کل فعالیت بیمه‌ای آنها را به خود اختصاص داده است در حالی که در کشور ما سهم بیمه‌های عمر کمتر از ۱۰ درصد کل فعالیت‌های بیمه‌ای است و فعالیت‌های حاضر نیز با نگرش علمی درخور این رشته همراه نمی‌باشد. لذا هدف این پایان‌نامه را مطالعه «ارزیابی تعهدات بیمه‌گر در بیمه‌های زندگی» قرار دادم و سعی کردم در ضمن آن نکات بیمه‌ای مربوطه مورد بررسی و معرفی قرارگیرد تا شاید از این نظر شکاف موجود بین نگرش علمی و تجربی کم شود. با این هدف سعی شده در قالب انواع پرداخت‌های بیمه‌گر و بیمه‌گذار از نظر زمان و مقدار هر پرداخت و تعداد دفعات پرداخت با معرفی روش مدل‌سازی برای انواع بیمه‌های عمر قدیم و جدید مطابق تعهدات تعریف شده بیمه‌گر و بیمه‌گذار در هر قرارداد بیمه، روش تعیین حق بیمه و ذخیره حق بیمه براساس اصل تعادل بین داده‌ها و ستانده‌های فعلی، آتی و احتمالی بیان نشود (فصل دوم) و دقیق‌ترین آنها معرفی شود تا بیمه‌گر بتواند به راحتی و با دقت تعهدات خود در مقابل هر یک از بیمه‌گذاران را محاسبه نماید. (فصل سوم) و با توجه به هزینه‌های سربار، ذخیره حق بیمه ناخالص را تعیین نماید و روشهای ارزیابی ذخایر حق بیمه برای درج در صورت‌های مالی معرفی شود (فصل چهارم) و روشهای متداول درکشورهای خارجی برای کم کردن واریانس درآمدها و جلوگیری از منفی شدن ذخایر ریسکی (حقوق صاحبان سهام) در فصل

چهارم بحث می‌شود.

چون بررسی تمام حالات ممکن بهترین ارزیابی را می‌دهد در فصل پنجم چند حالت خاص مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای بررسی تعهد بیمه‌گر نسبت به صاحبان سهام شرکت و امکان ادامه فعالیت در درازمدت بدون ورشکستگی در فصل ششم روش بررسی توان مالی یک شرکت بیمه گفته می‌شود.

با توجه به بحث خصوصی سازی و امکان تشکیل شرکت‌های بیمه خصوصی توان مالی شرکت بیمه بدون سابقه فعالیت و داشتن آمار و اطلاعات در فصل هفتم بررسی می‌گردد. در فصل آخر کاربرد موارد فوق برای شرکت‌های بیمه ایرانی نشان داده می‌شود.

سپاسگزاری و قدردانی

سپاس خداوند منان راکه هرچه دارم از اوست

در روند هستی پذیری این پایان نامه، بسی سروران و دوستان دانشمند به شیوه ها و راههای گوناگون مرا یاری داده اند. دراینجا برخود لازم می دانم از همهٔ ایشان بـه ویـژه آقـایان اسـتادان دکـترسیامک نوربلوچی، دکتر محمدرضا مشکانی، دکترمحمد ذکایی، دکتر محمدقاسم وحیدی اصل و دکتر حسن حقیقی خالصانه سپاسگزاری کنم.

سپس فریضهٔ خود می دانم از همهٔ استادان گرانمایه که درمدت تحصیل یاریم نمودند عمیقاً تشکر کنم؛ و ازآنجاکه خود را سخت مرهون کتابها و مقاله هایی که در فهرست منابع آورده شده اند می دانم، مـایل هستم سپاس خود را به مؤلفان آنها برنویسم.

واینک در پرتو الطاف الهی حاصل این است که برجاست.

فرزین حاجتـی

فصل اول

کلیات

۱-۱ ریاضیات بهره مرکب

الف) نرخ بهره موثر سالانه (i)

مقدار بهره ایجاد شده در پایان سال برای یک ریال سرمایه را نرخ بهره موثر سالانه می‌نامند و آن را با (i) نشان می‌دهند.

ایجاد ارزش اضافی به روش نرخ مرکب: هرگاه به یک ریال سرمایه پس از یک سال i ریال بهره تعلق گیرد اصل و فرع سرمایه در پایان سال اول $1 + i$ ریال می‌شود حال اگر $1 + i$ ریال سرمایه را با نرخ i به وام داده شود، بهره سال دوم $i(1 + i)$ و اصل و فرع سرمایه $(1 + i)^2$ می‌شود و چنانچه این عمل تا پایان سال nام ادامه یابد، اصل و فرع سرمایه در پایان سال nام $(1 + i)^n$ خواهد شد.

اصل و فرع در پایان سال nام	بهره در سال nام	سرمایه در اول سال	سال
$۱+i$	i	۱	۱
$(۱+i)^۲$	$(۱+i)i$	$۱+i$	۲
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
$(۱+i)^n$	$(۱+i)^{n-۱}i$	$(۱+i)^{n-۱}$	n

ب) نرخ بهره اسمی سالانه $i^{(m)}$

یک سال را به m دوره تقسیم می‌کنیم اگر مقدار بهره ایجاد شده در پایان هر دوره $\frac{i^{(m)}}{m}$ باشد مقدار $i^{(m)}$ را نرخ بهره اسمی سالانه می‌نامند.

اگر پس از یک سال با اعمال روش بهره مرکب اصل و فرع سرمایه یعنی $\left(۱+\frac{i^{(m)}}{m}\right)$ برابر با اصل و فرع سرمایه در حالت سالانه باشد می‌توان نوشت:

$$\left(۱+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = ۱+i \qquad (۱\_۱\_۱)$$

و از آنجا $i^{(m)}$ برحسب i بدست می‌آید

$$i^{(m)} = m[(۱+i)^{\frac{۱}{m}} - ۱] \qquad (۱\_۱\_۲)$$

پ) نیروی بهره δ

اگر در قسمت (ب) تعداد تقسیمات m را زیاد کنیم یعنی $m \longrightarrow \infty$ فاصله زمانی بین دو تقسیم به سمت صفر میل می‌کند $\lim\limits_{m\to\infty}\frac{۱}{m} \longrightarrow ۰$ به عبارتی زمان بصورت پیوسته در می‌آید در این حالت حد $i^{(m)}$ را نیروی بهره گویند.

$$\delta = \lim_{m\to\infty} i^{(m)} \qquad (۱\_۱\_۳)$$

و می‌توان نوشت:

$$i^{(m)} = \frac{(۱+i)^{\frac{۱}{m}} - (۱+i)^{۰}}{\frac{۱}{m}}$$

در این صورت اگر فرض کنیم $x = \frac{۱}{m}$ ، δ مشتق تابع $(۱+i)^x$ در نقطه $x = ۰$ خواهد شد. یعنی

$$\delta = \lim_{\Delta x \longrightarrow ۰} \frac{(۱+i)^{\Delta x} - (۱+i)^{۰}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x}(۱+i)^x \mid_{x=۰}$$

$$\delta = (۱+i)^x \mid_{x=۰} \ln(۱+i) = \ln(۱+i) \qquad (۱\_۱\_۴)$$

و یعنی

$$۱+i = e^{\delta}$$

ت) عامل انباشتگی $۱+i$

مقدار $۱+i$ را عامل انباشتگی برای یک دوره می‌نامند. لذا عامل انباشتگی برای مدت h سال عبارت است از:

$$(۱+i)^h = e^{\delta h} \qquad (۱\_۱\_۵)$$

ث) عامل تنزیل $v = \frac{۱}{۱+i}$

مقدار $v = \frac{۱}{۱+i}$ را عامل تنزیل برای یک دوره می‌نامند. لذا عامل تنزیل برای مدت h سال عبارت است از:

$$v^h = e^{-\delta h} \qquad (۱\_۱\_۶)$$

ج) نرخ تنزیل موثر سالانه d

مقدار بهره ایجاد شده در اول سال را نرخ تنزیل موثر سالانه d نامند. برای محاسبه d برحسب i می‌توان اصل و فرع بدست آمده در روش تنزیل را پس از یک سال مساوی اصل و فرع بدست آمده در روش بهره مرکب برای یک ریال سرمایه قرار داد.

$$۱+d+d^۲+\cdots = ۱+i \qquad (۱\_۱\_۷)$$

از آنجا خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۱-d} = ۱+i \tag{۱\_۱\_۸}$$

$$d = \frac{i}{۱+i} \tag{۱\_۱\_۹}$$

چ) نرخ تنزیل اسمی سالانه $d^{(m)}$

یک سال را به m دوره تقسیم می‌کنیم. اگر مقدار بهره ایجاد شده در اول هر دوره $\frac{d^{(m)}}{m}$ باشد مقدار $d^{(m)}$ را نرخ تنزیل اسمی سالانه نامند. اگر پس از یک سال با روش تنزیل مرکب اصل و فرع سرمایه یعنی $\left(۱-\frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$ برابر با اصل و فرع سرمایه در روش تنزیل موثر سالانه شد، خواهیم داشت:

$$\left(۱-\frac{d^{(m)}}{m}\right)^m = ۱-d \tag{۱\_۱\_۱۰}$$

و از آنجا $d^{(m)}$ را برحسب d و i می‌توان بدست آورد.

$$\begin{aligned} d^{(m)} &= m[۱-(۱-d)^{\frac{۱}{m}}] \\ &= m[۱-(۱+i)^{-\frac{۱}{m}}] \end{aligned} \tag{۱\_۱\_۱۱}$$

بطور مشابه با رابطه (۱_۱_۹) می‌توان نوشت:

$$d^{(m)} = \frac{i^{(m)}}{۱+\frac{i^{(m)}}{m}} \tag{۱\_۱\_۱۲}$$

و از آنجا خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{d^{(m)}} = \frac{۱}{m} + \frac{۱}{i^{(m)}} \tag{۱\_۱\_۱۳}$$

همچنین با استفاده از رابطه (۱_۱_۱۰) می‌توان نوشت:

$$\lim_{m\to\infty} d^{(m)} = \lim_{m\to\infty} i^{(m)} = \delta \tag{۱\_۱\_۱۴}$$

۱-۲ کاربرد تئوری احتمال در بیمه‌های عمر

الف) مدت زمان زنده ماندن T برای (x) [۱]

با توجه به اینکه زمان فوت بیمه شده نامعلوم است T متغیری تصادفی در فضای R است که تنها مقادیر مثبت را اختیار می‌کند $(T \geqslant 0)$.

ب) تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی T

تابع $G(t)$ را تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی T گوئیم هرگاه با احتمال فوت (x) در مدت t برابر باشد.

$$G(t) = P_r\,(T \leqslant t)\,, t \geqslant 0 \qquad (۱\text{-}۲\text{-}۱)$$

تابع $G(t)$ تابعی است مثبت، پیوسته از سمت راست که به ازای تمامی مقادیر $T \geqslant 0$ در فاصله صفر و یک قرار دارد. اکچوئرها طبق قرارداد این احتمال را با نماد ${}_tq_x$ نشان می‌دهند.

احتمال فوت (x) در مدت یک سال آینده را با q_x نشان می‌دهند[۲] و از محاسبه q_x به ازای تمامی xها جدول عمر بدست می‌آید.

پ) تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی T

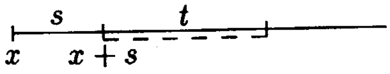
تابع $g(t)$ که مشتق تابع توزیع $G(t)$ است و انتگرال آن در فضای $T \in R$ برابر یک می‌باشد را تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی T می‌نامیم. در فاصله کوچک dt می‌توان نوشت:

$$g(t)dt = P_r\,(t < T \leqslant t + dt) \qquad (۱\text{-}۲\text{-}۲)$$

ت) معرفی چند احتمال با نماد مربوطه

یک) احتمال فوت (x) در سنین $x+s$ تا $x+s+t$. ${}_{s|t}q_x$

$$ {}_{s|t}q_x = P_r\,(s < T < s + t) \qquad (۱\text{-}۲\text{-}۳)$$



شکل ۱-۱: نمایش ${}_{s|t}q_x$

---

۱) برای نشان دادن بیمه شده‌ای به سن x از نماد (x) استفاده می‌شود.

۲) هرگاه مقدار t در نماد ${}_tq_x$ و نمادهای مشابه مساوی یک شود می‌توان آن را ننوشت.

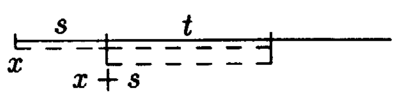
طبق تعریف احتمال می‌توان نوشت:

$$= G(s+t) - G(s)$$

$$= {}_{s+t}q_x - {}_sq_x \qquad (۱ـ۲ـ۴)$$

دو) احتمال زنده ماندن (x) در مدت $s+t$ سال به شرط آنکه s سال اول را زنده مانده باشد

$${}_tp_{x+s} = P_r(T > s+t | T > s) \qquad (۱ـ۲ـ۵)$$



شکل ۱ـ۲: نمایش ${}_tp_{x+s}$

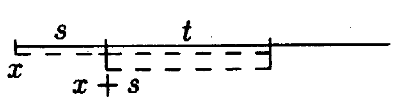
طبق تعریف احتمال شرطی می‌توان نوشت:

$$= \frac{P_r(T > s+t)}{P_r(T > s)} = \frac{۱ - G(s+t)}{۱ - G(s)} \qquad (۱ـ۲ـ۶)$$

نکته: احتمال (۱ـ۲ـتـ۲) یک احتمال شرطی است در صورتیکه احتمال (۱ـ۲ـتـ۱) یک احتمال غیرشرطی است.

سه) احتمال فوت (x) در مدت $s+t$ به شرط آنکه s سال اول را زنده مانده باشد

$${}_tq_{x+s} = P_r(T \leqslant s+t | T > s) \qquad (۱ـ۲ـ۷)$$



شکل ۱ـ۳: نمایش ${}_tq_{x+s}$

طبق تعریف احتمال شرطی می‌توان نوشت:

$$= \frac{P_r(s < T < s+t)}{P_r(T > s)} = \frac{G(s+t) - G(s)}{۱ - G(s)} \qquad (۱ـ۲ـ۸)$$

نکته: احتمال (۱ـ۲ـ۷) احتمال فوت (x) در سنین $x+s$ تا $x+s+t$ است ولی احتمال (۱ـ۲ـ۵) احتمال زنده ماندن (x) در سنین $x+s$ تا $x+s+t$ می‌باشد یعنی این دو، دو احتمال مکمل هم هستند.