بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

گرایش ذرات بنیادی

حلقه‌های ویلسون، دوگانی پیمانه – گرانش

نگارش:

سیده محبوبه مشهدی

استاد راهنما:

دکتر احمد قدسی

زمستان ۱۳۹۲

با یاد عزیزان سفر کرده ام

با سپاس از

زحمات استاد فرهیخته ام

دکتر احمد قدسی

که با دلسوزی تمام راهنمای من

در انجام این پروژه بود ند.

چکیده

دوگانی AdS/CFT یا به بیان درست تر تناظر پیمانه-گرانش در طی ۱۵ سال اخیر همواره یکی از مهمترین موضوعات مورد بحث در زمینه ی فیزیک انرژی های زیاد (فیزیک نظری) بوده است. این دوگانی که برای اولین بار توسط مالداسنا[۱] در سال ۱۹۹۷ پیشنهاد شد متاثر از کارهای دیگرکسانی بود که پیش از این، مسیر را برای نیل به این حدس هموار کرده بودند. از این جمله می توان کار توفت[۲] در بسط ۱/N توابع چند نقطه ای در نظریه ی پیمانه ای و یا تلاش پولشینسکی[۳] در معرفی دی غشا ها به صورت متداول کنونی در نظریه ی ریسمان را نام برد.

دوگانی AdS/CFT چنان که از نام آن پیداست، تئوری پیمانه ای را به تئوری گرانش مرتبط می سازد که تاکنون از آن بیشتر برای مطالعه ی تئوری های پیمانه ای با استفاده از تئوری گرانش استفاده شده است. این نوشتار نیز تلاشی در همین راستا می باشد.

در این پایان نامه، کارمان را با مروری کوتاه بر فیزیک دی غشا ها آغاز می کنیم. سپس دوگانی مورد نظر را معرفی کرده، پس از بررسی حدود درستی جواب ها چگونگی رسیدن به آن را بیان می داریم. در آخر این دوگانی را به کار می گیریم تا محاسبات مربوط به حلقه های ویلسون (عملگر مشاهده پذیر تئوری پیمانه ای) را، با استفاده از تئوری ابرریسمان کلاسیکی انجام دهیم. سپس رفتار انرژی بر حسب فاصله ی یک سیستم مزونی (کوارک- پاد کوارک) را به ازای حل های مختلف ابرگرانش (و هم چنین تئوری های مختلف پیمانه ای) مورد بررسی قرار خواهیم داد.

[۱] Maldacena
[۲] 't Hooft
[۳] Polchinski

فهرست مطالب

فصل سوم: حلقه‌های ویلسون و تناظر AdS/CFT

پیشگفتار

واژه ی دوگانی از نظر دانشمندان علم فیزیک، واژه ای بسیار با اهمیت محسوب می گردد. این واژه به رابطه ی بین دو سیستم با دو تعریف متفاوت ولی با فیزیک یکسان اطلاق می شود. دوگانی الکتریکی- مغناطیسی (ناوردایی معادلات ماکسول تحت تبدیل $(E, B) \to (-B, E)$) از فیزیک کلاسیک مثال آشنایی از این بحث می باشد.

دوگانی هایی که تاکنون در نظریه ی ریسمان و هم چنین نظریه ی پیمانه ای مطالعه شده اند (نظیر دوگانی S ، T و U) نظریه ی ریسمان (پیمانه ای) در یک سمت را به نظریه ای ریسمان (پیمانه ای) در سمت دیگر مرتبط می کنند. از این روست که دوگانی مورد بحث ما (AdS/CFT) در مطالعه ی فیزیک نظری اهمیت ویژه ای می یابد. زیرا خواهیم دید که این دوگانی تناظری است بین نظریه ی ریسمان در یک سو و نظریه ی پیمانه ای در سویی دیگر.

پس از معرفی این دوگانی توسط مالداسنا، توصیف دیگری توسط ویتن[٤] در سال ۱۹۹۸ ارائه شد که اندازه گیری های مورد بحث ما در این پایان نامه را ممکن ساخت. فرمالیزم ویتن بیان می دارد تابع پارش نظریه ی ریسمان و تابع پارش نظریه ی پیمانه ای یکسان می باشند. این فرمالیزم این امکان را مهیا ساخت تا بتوان با استفاده از نظریه ی ابرگرانش، نظریه ی میدان های کوانتومی با ثابت جفت شدگی زیاد را توصیف کرد.

چنان که گذشت، دوگانی AdS/CFT یا به بیان عملی تر دوگانی پیمانه–گرانش راهی فراهم می آورد تا توصیفی ریسمان گونه برای کمیات فیزیکی تئوری پیمانه ای (از جمله حلقه ی ویلسون) بیابیم. در این بحث سعی داریم با انجام محاسبات مربوطه از طریق دوگانی، توصیف فیزیکی درستی برای مقادیر به دست آمده برای این عملگر پیدا کنیم.

[٤] Witten

فصل اول

دی غشا ها

۱-۱ مقدمه ای بر دی غشا ها

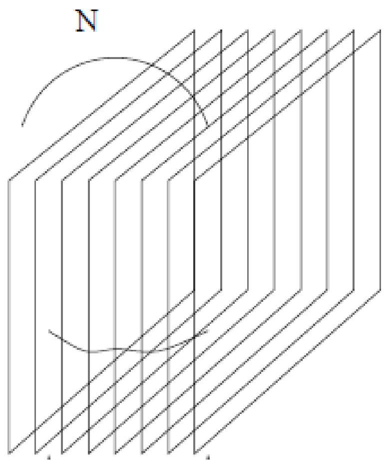
دی غشا ها همانند ریسمان های باز و بسته از عناصر بنیادی نظریه ی ریسمان هستند که دارای گسترش فضازمانی و تنش می باشند. ریسمان ها موجوداتی یک بعدی هستند که می توانند در فضازمان حرکت کنند. اما دی غشا ها ابرصفحاتی چند بعدی هستند که چون جواب های غیر اختلالی نظریه ی ریسمان محسوب می شوند در مقایسه با ریسمان ها، جرم بسیار زیادی دارند. آن ها را به صورت D_p غشا نمایش می دهیم که در آن p تعداد ابعاد فضایی جهان حجم دی غشا و D حرف اول دریچلت[5] است. به این معنی که در راستای عمود بر این ابرصفحات شرط مرزی دریچلت برقرار است. به بیان دیگر دو سر ریسمان باز کاملا مقید به اتصال به دی غشا می باشند، در حالی که در جهت های مماس با آن ها می توانند آزادانه حرکت داشته باشند (در شرط مرزی نویمن[6] صدق کنند).

با توجه به مطلب بالا برای درک فیزیک مربوط به ریسمان های باز باید آن ها را در حضور دی غشا ها کوانتیده کنیم. به این معنی که در فرایند کوانتش باید در نظر داشته باشیم که دو سر ریسمان آزاد نیستند بلکه به این ابر صفحات $p + ۱$ بعدی متصل اند.

با مطالعه ی تئوری در این حالت متوجه می شویم که دی غشا ها بر روی جهان حجم خود میدان ماکسول (میدان برداری با $(p + ۱) - ۲$ درجه ی آزادی) و یا به عبارتی دیگر میدان های الکتریکی و مغناطیسی دارند. از آن جایی که دو انتهای ریسمان روی دی غشا ذرات نقطه ای باردار را توصیف می کنند و بار الکتریکی منبع میدان ماکسول به حساب می آید این امر بدیهی به نظر می رسد.

اگر N دی غشا داشته باشیم که بر روی یکدیگر قرار گرفته باشند دو سر ریسمان $N^۲$ انتخاب برای قرار گیری روی دی غشا ها دارند و این متناظر با $N^۲$ میدان پیمانه ای بدون جرم است. در چنین حالتی روی جهان حجم دی غشا یک تئوری یانگ میلز (تئوری بر هم کنش میدان های پیمانه ای) $U(N)$ داریم.(شکل ۱.۱)

[5] Dirichlet
[6] Neumann boundary condition



شکل ۱.۱ $N^{۲}$ انتخاب دو سر ریسمان برای قرار گیری روی دی غشا ها

از قضیه ی نوتر[۷] می دانیم به ازای هر تقارن (ناوردایی کنش تحت تغییرات میدان)، بار پایسته ای خواهیم داشت [۱] . در نظریه ی الکترومغناطیس این بار، همان بار الکتریکی می باشد. کنش مربوط به ریسمان (که دارای جهان سطحی دو بعدی است) تحت تغییرات میدان تانسوری بدون جرم با دو اندیس پاد متقارن $B_{\mu\upsilon}$ یا کلب-راموند[۸] ناوردا می باشد[۲]. در بخش بعد به این موضوع به صورت کامل تری خواهیم پرداخت.

۱-۲ نظریه ی ابرریسمان نوع II

نظریه های نوع IIA و IIB ، دو نظریه ی ابرمتقارن $\mathcal{N} = ۲$ برای ریسمان های بسته می باشند که دارای ۳۲ ابربار بوده و از طریق دوگانی T به یکدیگر تبدیل می شوند. نظریه ی ابرگرانش ۱۰ بعدی، حد انرژی های کم این دو تئوری است [۳].

[۷] Noether's Theorem
[۸] Kalb – Ramond

در دو طیف بدون جرم ریسمان های بسته ی نوع $\mathrm{II\,A}$ و $\mathrm{II\,B}$ ، ٤ نوع میدان خواهیم داشت. میدان های بوزونی حاصل از بخش RR و NS NS ، و میدان های فرمیونی حاصل از بخش R NS و NS R هستند. این میدان ها در این دو نظریه به صورت جدول زیر می باشند:

	II A	II B
RR	C_1, C_3	C_0, C_2, C_4
NS R	ψ^+, χ_1^+	ψ^I, χ_1^I
R NS	ψ^-, χ_1^-	$I = 1,2$
NS NS	φ_0, B_2, g_2	φ_0, B_2, g_2

بخش NS NS هر دو نظریه یکسان می باشد. در بخش RR ، نظریه ی $\mathrm{II\,A}$ از میدان های پیمانه ای با ۱ و ۳ اندیس و نظریه ی $\mathrm{II\,B}$ از میدان هایی با ۰ ،۲ و٤ اندیس تشکیل شده اند. بخش فرمیونی نظریه $\mathrm{II\,B}$ اصطلاحا دستیده خوانده می شود چون دستیدگی هر دو اسپینور آن یکسان است، ولی نظریه ی $\mathrm{II\,A}$ غیر دستیده می باشد. در اینجا ψ (با اسپین ۱/۲) فرمیون متناظر با φ (طبق نظریه ی ابر تقارن) و χ_1 (با اسپین ۳/۲) فرمیون متناظر g_2 می باشند. از آن جا که این تئوری ها ابرمتقارن هستند تعداد فرمیون ها و بوزون های آن ها برابر است. هم چنین چون به ازای یک گراویتون دو χ_1^+ و χ_1^- (گراویتینو) داریم، آن ها را نظریه ی ابرمتقارن از نوع $\mathcal{N} = 2$ می نامیم. علامت II در نام این دو تئوری نیز به همین دلیل است.

همان گونه که در الکترومغناطیس میدان پیمانه ای، A_1 ، که به زبان فرم های دیفرانسیلی یک ۱ فرم است با ذره بدون بعد جفت می شود، میدان های پیمانه ای A_{p+1} با ابرصفحاتی p بعدی که در این جا همان p غشا ها هستند جفت می شوند.

p غشا ها جواب های تئوری ابرگرانش هستند . چنانچه گفته شد در حد انرژی های کم، p غشا ها با D_p غشا ها (جواب های نظریه ی ریسمان) یکسان می باشند. برای میدان پیمانه ای، شدت میدان الکتریکی و مغناطیسی را به صورت زیر تعریف می کنیم

$$F_{p+2} = dA_{p+1} \quad , \qquad * F_{p+2} = \tilde{F}_{D-(p+2)}\, dA_{D-(p+3)} \ . \qquad (1.2.1)$$

بدین ترتیب دی غشا ها هم بار الکتریکی و هم بار مغناطیسی حمل می کنند.

با نگاه به طیف جرمی نظریه های II A وII B می بینیم که میدان های پیمانه ای مختلف به صورت جدول زیر با D_p غشا ها جفت می شوند.

نوع II B ، بخش RR

جفت شده به صورت مغناطیسی	جفت شده به صورت الکتریکی	میدان
۷ غشا	۱- غشا (اینستنتون)	C_0
۵ غشا	۱ غشا	C_2
۳ غشا	۳ غشا	C_4

با توجه به جدول فوق و رابطه ی (۱.۲.۱) مشاهده می کنیم به ازای C_4 ، $F_5 = \tilde{F}_5$. می گوییم F_5 دوگان خودش است.

نوع II A ، بخش RR

جفت شده به صورت مغناطیسی	جفت شده به صورت الکتریکی	میدان
٦ غشا	۰ غشا	C_1
٤ غشا	۲ غشا	C_3

نوع II A و II B ، بخش NS NS

جفت شده به صورت مغناطیسی	جفت شده به صورت الکتریکی	میدان
NS۵ غشا	ریسمان بنیادی	B_2

از نظریه ی نسبیت عام می دانیم که $g_۲$ (متریک) با تمام میدان ها جفت می شود. علاوه بر این از φ تعبیر به ثابت جفت شدگی ریسمان ها می کنیم.

در نظریه ی $\mathrm{II\,A}$ ، D_p غشا ها ، به ازای p های زوج پایدار و به ازای p های فرد ناپایدار می باشند. این موضوع در مورد نظریه ی $\mathrm{II\,B}$ به صورت عکس برقرار است.

۳-۱ دوگانی T و دی غشا ها

دوگانی T تقارن و تناظری است بین دو تئوری مربوط به ریسمان های بسته، به قسمی که یک تئوری در فضا زمانی شامل بعد فشرده به شعاع R (به عنوان مثال نوع $\mathrm{II\,A}$)، و دیگری در فضازمانی با بعد فشرده به شعاع $\frac{\alpha'}{R}$ (نوع $\mathrm{II\,B}$) قرار دارد. طیف جرمی و هامیلتونی ای که برای ریسمان های بسته در این دو حالت به دست می آوریم با هم یکسان است و تناظری یک به یک بین عملگر های دو تئوری وجود دارد، به صورتی که روابط جا به جایی بین عملگر های یک تئوری با روابط جا به جایی بین عملگر های متناظر آن ها در تئوری دیگر یکسان می باشد.

از جمله ویژگی های این دوگانی می توانیم بگوییم:

"تحت این دوگانی، شرط مرزی نویمن (دریچلت) در راستای بعد فشرده به شرط مرزی دریچلت (نویمن) تبدیل می شود."

مثلا چنانچه فرض کنیم بعد $x_۹$ حول دایره ای به شعاع R فشرده شده باشد و D۲ غشایی را در نظر بگیریم به صورتی که یکی از دو بعد فضایی آن $x_۹$ باشد

	$x_۰$	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$	$x_۷$	$x_۸$	$x_۹$
D۲	×	×								×

ریسمانی که به این دی غشا متصل است و در ابتدا در راستای x_9 در شرط مرزی نویمن صدق می کرده، پس از اعمال این دوگانی، در آن راستا شرط مرزی دریچلت خواهد داشت. یعنی در این حالت به یک D۱ غشا در فضای جدید که شامل یک بعد فشرده به شعاع $\frac{\alpha'}{R}$ است، متصل می باشد.

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
D۱	×	×								

حال چنانچه D۲ غشا بعد فشرده x_9 را در بر نگیرد،

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
D۲	×	×	×							

تحت این دوگانی، این سیستم معادل D۳ غشایی در فضای جدید است.

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
D۳	×	×	×							×

با استفاده از مثال فوق نتیجه ی کلی زیر را بیان کنیم:

"تحت دوگانی T نظریه ی II A به II B تبدیل می شود و بر عکس." [۲]

۱-٤ فضا زمان در حضور دی غشا ها

در این بخش می خواهیم جواب های ابر گرانش مربوط به حضور دی غشا ها را در حد انرژی های کم (p غشا ها) به دست آوریم [٤]. برای این منظور ابتدا کنش عمومی مربوط به ریسمان های نوع

II (A و B) را در چارچوب اینشتین می نویسیم. سپس جواب هایی را برای متریک و تانسور شدت میدان حدس می زنیم به صورتی که شرایطی را ارضا کنند (در ادامه به این شرایط اشاره خواهد شد). و هم چنین در معادلات حرکت صدق کنند.

کنش حد پایین انرژی برای نظریه ی نوع II (A و B) به صورت زیر است

$$S = \frac{-s}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x\sqrt{|g|}\left[e^{-2\varphi}\left(R + 4g^{\mu\upsilon}\,\partial_\mu\varphi\,\partial_\upsilon\varphi\right) + \frac{1}{2}\sum_n \frac{1}{n!}F_n^2 + \cdots \right], \qquad (1.4.1)$$

$s = -1(+1)$ برای فضای مینکوفسکی (اقلیدسی) است. در اینجا عبارت F_n مربوط به تانسور شدت میدان RR می باشد. هم چنین سه نقطه نمایانگر جملات فرمیونی و عبارت مربوط به تانسور شدت میدان B_2 (مربوط به بخش NS NS) است. این کنش در چارچوب ریسمان نوشته شده است، برای نوشتن آن در چارچوب اینشتین از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$g_{\mu\nu}(\text{Einstein}) = e^{-\frac{1}{2}\varphi}g_{\mu\nu}(\text{string})\,. \qquad (1.4.2)$$

در چارچوب اینشتین این کنش به صورت زیر خواهد بود

$$S_E = \frac{-s}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x\sqrt{|g|}\left(R - \frac{1}{2}g^{\mu\upsilon}\,\partial_\mu\varphi\,\partial_\upsilon\varphi + \frac{1}{2}\sum_n \frac{1}{n!}e^{a_n\varphi}F_n^2 + \cdots\right),$$

$$a_n = -\frac{1}{2}(n-5)\,. \qquad (1.4.3)$$

هم چنین علاقه مند به دانستن کنش مربوط به حد انرژی پایین نظریه ی M که همان نظریه ی ابرگرانش ۱۱ بعدی است می باشیم. قسمت بوزونی این کنش عبارت است از

$$S = -s\frac{1}{2k_{11}^2}\left(\int d^{11}x\sqrt{|g|}\left[R - \frac{1}{48}F_4^2\right] - \frac{1}{6}\int C\wedge F\wedge F\right), \qquad (1.4.4)$$

این کنش از میدان g_2 (متریک) و سه فرم C_3 تشکیل شده است که

$$F_4 = dC_3\;, \qquad (1.4.5)$$

می توانیم روابط (۱.٤.۳) و (۱.٤.٤) را به صورت عمومی، از طریق کنش زیر نشان دهیم (در چارچوب اینشتین)

$$S_E = \frac{-s}{2k_D^2}\int d^Dx\sqrt{|g|}\left(R - \frac{1}{2}g^{\mu\upsilon}\,\partial_\mu\varphi\,\partial_\upsilon\varphi - \frac{1}{2}\sum_n \frac{1}{n!}e^{a_n\varphi}F_n^2 + \cdots\right). \qquad (1.4.6)$$

معادلات حرکت برای کنش عمومی فوق به صورت زیر می باشند

$$R_{\mu\upsilon} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\varphi + \frac{1}{2n!}e^{a\varphi}\left(nF_\mu{}^{\xi_2\ldots\xi_n}F_{\nu\xi_2\ldots\xi_n} - \frac{n-1}{D-2}g_{\mu\nu}F_n^2\right),$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{\sqrt{g}}\partial_\mu\left(\sqrt{g}\,\partial_\nu\varphi g^{\mu\nu}\right) = \frac{a}{2n!}F_n^2\ ,$$

$$\partial_\mu\left(\sqrt{g}e^{a\varphi}F^{\mu\nu_2\ldots\nu_n}\right) = 0\ . \qquad (1.4.7)$$

روابط بالا برای $F_n \neq 0$ تنها به ازای یک مقدار معین n درست است. این فرض برای سادگی در نظر گرفته شده است. اتحاد بیانکی برای F_n عبارت است از

$$\partial_{[\mu_1}F_{\mu_2\ldots\mu_{n+1}]} = 0\ . \qquad (1.4.8)$$

با استفاده از تعریف مختصات

$$z^\mu = \left(t, x^i, y^a\right),$$

$$\mu = 0,1,\ldots,D-1\ ,\qquad i = 1,\ldots,p\ ,\qquad a = 1,\ldots,d\,,$$

$$D = p + 1 + d\ . \qquad (1.4.9)$$

که x^i و t مختصات در راستای p غشا و y^a مختصات عمود بر آن می باشند، جوابی که برای متریک با رعایت تقارن ها (تقارن لورنتس در راستای $p+1$ بعد و همگنی در راستای عمود) حدس زده می شود به صورت زیر است

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dz^\mu dz^\nu = sB^2dt^2 + C^2\sum_{i=1}^{p}\left(dx^i\right)^2 + F^2dr^2 + G^2r^2d\Omega_{d-1}^2\,,$$

$$r^2 = \sum_{a=1}^{d}(y^a)^2\ . \qquad (1.4.10)$$

$d\Omega^{2}_{d-1}$ متریک S^{d-1} ($d-1$ کره) با شعاع واحد است.

در حدس (۱.٤.۱۰) قید دیگری را نیز لحاظ می کنیم:

به دنبال جواب هایی هستیم که در فواصل دور از p غشا ($r \to \infty$) به صورت فضای تخت تبدیل شوند، لذا در $r \to \infty$ کلیه ی ضرایب باید ۱ شوند. ضرایب B، C، F و G از طریق قرار دادن رابطه ی (۱.٤.۱۰) در معادلات حرکت تعیین می گردند.

حدسی که برای شدت میدان الکتریکی جفت شده به p غشا زده می شود به صورت زیر است (این حدس جواب معادله ی (۱.٤.۷) می باشد)

$$F_{ti_1\dots i_p r} = \epsilon_{i_1\dots i_p} e^{-a\varphi} B C^p F \frac{Q}{(Gr)^{d-1}} \quad , \qquad (۱.٤.۱۱)$$

که Q ثابت انتگرال گیری است و تعبیر به بار الکتریکی دی غشا می شود و با استفاده از رابطه ی

$$\tilde{F}_{D-n} = e^{a\varphi} * F_n \quad , \qquad (۱.٤.۱۲)$$

شدت میدان مغناطیسی جفت شده به p غشا به صورت زیر در می آید

$$\tilde{F}_{\alpha_1\dots\alpha_{d-1}} = \sqrt{\gamma_{d-1}}\,\epsilon_{\alpha_1\dots\alpha_{d-1}} Q \ . \qquad (۱.٤.۱۳)$$

γ_{d-1} دترمینان مربوط به متریک $d\Omega^{2}_{d-1}$ می باشد. هم چنین چگالی بار الکتریکی روی p غشا به صورت زیر می باشد

$$\mu_p = \frac{1}{\sqrt{16\pi G_D}} \int \tilde{F}_{d-1} = \frac{\Omega_{d-1} Q}{\sqrt{16\pi G_D}} \ , \qquad (۱.٤.۱٤)$$

انتگرال روی کره ی S^{d-1} گرفته می شود و Ω_{d-1} حجم کره ی مورد نظر است

$$\Omega_d = \frac{2\pi^{\frac{d+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)} \ . \qquad (۱.٤.۱۵)$$

۱-۵ حل های فرین و غیر فرین p غشا ها

با توجه به توضیحات گفته شده در زیر رابطه ی (۱.٤.۱۰) ضرایب B، C، F و G تعیین می گردند. جواب نهایی در چارچوب اینشتین عبارت است از

$$B = f^{\frac{1}{2}} H^{-\frac{d-2}{\Delta}} , \quad C = H^{-\frac{d-2}{\Delta}} , \quad F = f^{-\frac{1}{2}} H^{\frac{p+1}{\Delta}}, \qquad G = H^{\frac{p+1}{\Delta}} , \quad e^{\varphi} = H^{a\frac{D-2}{\Delta}} ,$$

$$ds^2 = H^{-2\frac{d-2}{\Delta}} \left(sfdt^2 + \sum_{i=1}^{p} \left(dx^i\right)^2 \right) + H^{2\frac{p+1}{\Delta}} \left(f^{-1} dr^2 + r^2 (d\Omega_{d-1})^2\right) ,$$

$$H = 1 + \left(\frac{h}{r}\right)^{d-2} , \qquad f = 1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{d-2} , \quad \Delta = (p+1)(d-2) + \frac{1}{2} a^2 (D-2) ,$$

$$h^{2(d-2)} + r_0^{d-2} h^{d-2} = \frac{\Delta Q^2}{2(d-2)^2 (D-2)} . \tag{1.5.1}$$

با توجه به متریک (۱.۵.۱)، شدت میدان الکتریکی بر طبق رابطه ی (۱.٤.۱۱) به صورت زیر خواهد بود

$$F_{ti_1 \ldots i_p r} = \epsilon_{i_1 \ldots i_p} H^{-2} \frac{Q}{r^{d-1}} . \tag{1.5.2}$$

چنانچه در روابط فوق $r_0 = 0$ و $F = 1$ را قرار دهیم، جوابی که به دست خواهد آمد جواب فرین خواهد بود که تنها به پارامتر Q بستگی دارد. Q همان بار و جرم $(M = Q)$ مربوط به دی غشا است، زیرا در حالت فرین بار و جرم دی غشا ها برابر می باشند. در جواب غیر فرین، $(r_0 \neq 0)$ افق رویدادی در $r = r_0$ به وجود خواهد آمد. در جواب غیر فرین رابطه ی بین بار و جرم به صورت زیر می باشد

$$M > Q . \tag{1.5.3}$$

۱-٦ حد نزدیک افق برای حل فرین

در حد نزدیک افق، ناحیه ی $r \to 0$ را در نظر می گیریم. در این حالت چنانچه در فصل بعد خواهد آمد کمیت $U = \frac{r}{\alpha'}$ را تعریف می کنیم، به صورتی که این کمیت در حد $r \to 0$ و $\alpha' E^2 \to 0$ مقدار محدود غیر صفری داشته باشد.

حل فرین دی غشا ها، مربوط به در نظر گرفتن سیستم در دمای صفر است. در حالی که حل غیر فرین همان سیستم را در حالت دمای معین غیر صفر توصیف می کند.

در حد نزدیک افق برای حل فرین، جواب به صورت زیر خواهد بود

$$ds^2 = H^{\frac{-2}{p+1}}\left(sdt^2 + \sum_{i=1}^{p} dx_i^2\right) + H^{\frac{2}{d-2}}(dr^2 + r^2 d\Omega_{d-1}^2)\,,$$

$$f(r) \equiv 1 \quad , \quad H(r) = \frac{Q}{(d-2)r^{d-2}}\,. \tag{1.6.1}$$

در حد نزدیک افق، جمله ی دوم بیش ترین تاثیر را در مقدار تابع $H(r)$ دارد (در عبارت $H(r)$ رابطه ی (۱.۵.۱) از ۱ صرف نظر می کنیم). برای یک D_p غشا، رابطه ی زیر را برای μ_p داریم [٥]

$$\mu_p = T_p\sqrt{16\pi G_{10}}\,, \tag{1.6.2}$$

که تنش دی غشا و ثابت نیوتون به صورت زیر داده می شوند

$$T_p = \frac{2\pi}{(2\pi l_s)^{p+1} g_s} \quad , \quad 16\pi G_{10} = \frac{(2\pi l_s)^8}{2\pi}\,. \tag{1.6.3}$$

که در آن l_s طول ریسمان و g_s ثابت جفت شدگی مربوط به ریسمان ها می باشند.

در ابرگرانش ۱۱ بعدی، $g_s = 1$ (در این حالت دیلاتون نداریم) و طول l به جای طول ریسمان، طول پلانک ۱۱ بعدی در نظر گرفته می شود.