۱۳۷۸ /۱۲/ ۱۰

بسم‌الله الرّحمن الرّحیم

کاربرد موجکها در آنالیز طیفی سریهای زمانی

بوسیله

مینا امین غفاری قره‌شیران

پایان نامه

ارائه شده به دانشکده تحصیلات تکمیلی بعنوان بخشی

از فعالیت‌های تحصیلی لازم برای اخذ

درجه کارشناسی ارشد

دررشته

آمار

از

دانشگاه شیراز

شیراز، ایران

5366

ارزیابی وتصویب شده توسط کمیته‌پایان نامه بادرجه: بسیارخوب

امضاء اعضاء کمیته پایان نامه

دکتر احمد رضا سلطانی، استاد بخش آمار دانشگاه شیراز (رئیس کمیته) . . .

دکتر ناهید سنجری فارسی‌پور، دانشیار بخش آمار دانشگاه شیراز . . . . . .

دکتر عبدالرسول برهانی حقیقی، استادیار بخش آمار دانشگاه شیراز . . . . . .

شهریور ماه ۱۳۷۸

۲۷۸۲۸

کتابخانه ... ایران
... مدرسه

تقدیم به

روح پرفتوح بُت شکن زمان امام خمینی (قدّس سرّه)،

آنان که عاشقانه و خونین به لقأ اللّه پیوستند،

همسرم که در تمامی مراحل پشتیبان من بوده‌است،

مادرم و روان پاک پدرم،

و همهٔ آنان که به من آموختند.

۲۱۸۲۸

سپاسگزاری

سپاس ایزد منّان را که توفیق اتمام این پایان نامه را عطا فرمود. لازم می‌دانم از زحمات تمام افرادیکه در انجام این کار اینجانب را یاری نمودند سپاسگزاری نمایم. بالاخص از زحمات استاد گرامی آقای دکتر احمدرضا سلطانی که همواره از راهنماییهای ایشان بهره‌مند بوده‌ام تشکر می‌کنم چه اگر نبود ارشادات، پیگیریها و تشویقهای ایشان انجام این کار غیرممکن می‌نمود. همچنین از دیگر اعضای کمیتهٔ پایان نامه خانم دکتر ناهید سنجری فارسی‌پور، و آقای دکتر عبدالرسول برهانی حقیقی کمال تشکر را دارم. همچنین از اساتیدی که افتخار تلمّذ از محضرشان را داشته‌ام، آقایان دکتر جواد بهبودیان، شاد روان دکتر کریم صدیقی، دکتر محسن تقوی، و دکتر فریبرز حیدری سپاسگزارم. همچنین از خانم مهناز خلفی دانشجوی دکترای آمار بخاطر راهنماییهای ایشان کمال تشکر را دارم. در پایان از تمامی کارکنان بخش آمار قدردانی می‌کنم.

چکیده

کاربرد موجکها در آنالیز طیفی سریهای زمانی

توسط

مینا امین غفاری قره شیران

آنالیز موجکها کاربردهای فراوانی در دنیای علم امروز دارد. یکی از این موارد کاربرد موجکها در تجزیه سیگنالهای (توابع زمانی) غیرایستا می‌باشد. این ارتباط بین آنالیز موجکها و آنالیز طیفی وابسته به زمان اساساً خیلی بعید به نظر می آید. در این مقاله، ما این ارتباط را با جزئیات بیشتر ریاضی بررسی می کنیم.

یکی از موارد قابل توجه آنالیز موجکها این است که به نماد فرکانس، وقتی که در سیگنالهای غیرایستا بکار می‌رود، توجه زیادی می‌شود.

فصل اوّل شامل اهمیّت و تاریخچهٔ موجکها می‌باشد. در فصل دوّم به برخی از کاربردهای عملی موجکها اشاره شده و درفصل سوّم مفاهیم اوّلیهٔ موجکها و روابط آن با آنالیز فوریه بیان شده است. در فصل چهارم آنالیز طیفی سریهای زمانی ایستا و وابسته به زمان بررسی گردیده و در فصل پنجم کاربرد موجکها در آنالیز طیفی سریهای زمانی وابسته به زمان مطرح شده است.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فهرست جداول ح

فهرست اشکال ط

۱ مقدمه و تاریخچه ۱

۱.۱ مقدمه ۱

۲.۱ تاریخچه ۲

۲ مثالهایی از کاربرد موجکها ۴

۱.۲ زمینه ۴

۲.۲ انتقال تصاویر ۴

۳.۲ حذف نویز ۵

۴.۲ آنالیز زمان–فرکانس ٦

۳ آنالیز موجک ۷

۱.۳ موجک ۷

۲.۳ کاربرد آنالیز موجک ۱۱

۳.۳ روابط بین موجک و فوریه ۱۲

۴ آنالیز طیفی ۲۰

۱.۴ آنالیز طیفی فرایندهای ایستا ۲۰

۲.۴ آنالیز طیفی وابسته به زمان ۲۳

۳.۴ چگالی طیفی تکاملی ۲۶

۵ کاربرد موجکها در آنالیز طیفی وابسته به زمان ۳۶

۱.۵ ارتباط با آنالیز موجکها ۳۶

۲.۵ استفاده از انطباق مختلط ۴۵

۱.۲.۵ انتخاب «m» ۴۶

A پهنای پنجره ۴۸

B موجکها در نرم فزارها ۵۱

C حذف نویز با WaveShrink ۵۳

D واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی ۶۴

E واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی ۶۶

کتاب نامه ۶۸

صفحه چکیده و صفحه عنوان به زبان انگلیسی

فهرست جداول

عنوان صفحه

۱.A مقایسه پهنای پنجرهها ۵۰

فهرست اشکال

عنوان صفحه

۱.۳ تابع هارر ۹

۲.۳ تابع کلاه مکزیکی ۹

۳.۳ موجک هارر برای ۱۳

۴.۳ موجک هارر برای $m = ۲$ ۱۳

۵.۳ کلاه مکزیکی a کوچک ۱۶

۶.۳ کلاه مکزیکی a بزرگ ۱۶

۱.۵ نمودار $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n}\psi_{m,n}(t)$ ۳۸

۲.۵ نمودار $|\Psi_m(\omega)|^۲$ برای $m = ۱$ ۴۲

۳.۵ نمودار $|\Psi_m(\omega)|^2$ برای $m = 4$ (مقیاس این شکل با شکل قبل یکسان میباشد) ۴۲

۴.۵ نمودار $|\Psi_m(\omega)|^2$ برای $m = 1$ برای تابع مقیاسی در ارتباط با هارر ۴۴

۵.۵ نمودار $|\Psi_m(\omega)|^2$ برای $m = 4$ برای تابع مقیاسی در ارتباط با هارر ۴۴

۱.C نمودارهای چهار تابع تعینی، Blocks، Bumps، HeaviSine، و Doppler ۵۵

۲.C نمودارهای توابع شکل قبل همراه با نویز، Blocks، Bumps، HeaviSine، و Doppler ۵۶

۳.C نمودارهای برآورد توابع شکل قبل با استفاده از موجکها(WaveShrink) ۵۷

۴.C نمودارهای برآورد توابع دو شکل قبل با استفاده از روش اسپلاین ۵۸

۵.C نمودارهای برآورد توابع سه شکل قبل با استفاده از روش بریدن ۵۹

٦.C نمودار داده‌های نویزی و برآورد آنها با استفاده از موجکها (بالا) و نمودار دامنه موجک آنها ٦٠

٧.C نمودارهای میزان فشرده شدن اطلاعات براساس انتخاب پایه‌های مختلف ٦١

٨.C نمودار رتوگرام یک توزیع آمیخته با نرمال و هموار شده آن توسط موجکها ٦٢

٩.C نمودار لوگوگرام اتورگرسیو ٦ ((AR(6)) و هموار شده آن توسط موجکها ٦٣

فصل ۱

مقدمه و تاریخچه

۱.۱ مقدمه

تحولات اخیر در آنالیز موجکها موجب مطالعه مجدد آنالیز طیفی شده است. هدف اصلی ازآنالیز موجکها نمایش یک تابع بصورت یک ترکیب خطی از موجکهای تمرکز داده شده می‌باشد. از این نظر ابزاری طبیعی برای بررسی موضعی خواص توابع زمانی می‌باشد. مقالات و نوشته‌ها در زمینه موجکها با اصطلاحات علمی از قبیل تبدیل موجک گسسته، موضعی کردن فرکانس زمانی، پنجره کردن تبدیل فوریه همراه شده که همهٔ اینها بیانگر ارتباط نزدیک بین آنالیز موجکها و چگالی طیفی وابسته به زمان می‌باشد. براستی که عبارت طیف توانی موضعی بطور گسترده‌ای درمقالات موجک بکار برده شده‌است. اما انگیزه برای استفاده از این نوع واژهها خیلی بعید است که شهودی باشد و کوشش اندکی برای بررسی ارتباط بین دو مفهوم به سبک ریاضی و قراردادی انجام شده‌است. در ادامه این روش ما با دو مسئله اساسی روبرو می‌شویم. اوّل اینکه: اغلب، همهٔ مقالات در زمینهٔ آنالیز موجک در مورد نمایش توابع تعیینی که مربع آن انتگرال پذیر است، بحث می‌کنند. دوّم اینکه: اگر نتایج عددی محاسبه طیف دارای تعبیر فیزیکی با معنایی باشد، هر شکل از آنالیز وابسته به زمان به یک زمینه تئوری

که در آن

$$< f, \psi_{a,b} >= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{a,b}(t)\, dt \qquad (۱۱.۱.۳)$$

و

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^۲}{|\omega|}\, d\omega$$

می باشند. نمایش ۱۱.۱.۳ تبدیل موجک پیوسته تابع $f(t)$ نامیده می‌شود. اگر «b, a» را به مجموعهٔ مقادیر گسسته محدود کنیم، باز هم می‌توان یک نمایش برای $f(t)$ شبیه آنچه که در رابطه ۱۱.۱.۳ ذکر گردید، بیان نمود. بنابراین اگر مقادیر ثابت $a_۰, b_۰$ انتخاب شود، $a = a_۰^m, b = nb_۰a_۰^m, n, m = ۰ \pm ۱, \pm ۲, \cdots$ و با قرار دادن

$$\psi_{m,n}(t) = a_۰^{\frac{-m}{۲}} \psi(\frac{t - nb_۰a_۰^m}{a_۰^m})$$

و با هر انتخاب دلخواه ψ هنوز هر تابع دلخواه $f(t) \in \mathcal{L}_۲$ بفرم زیر می‌توان نوشت، بقسمی که تابع $\tilde{\psi}(t)$ که موجک قاب دوگان نامیده می شود، وجود دارد که:

$$f(t) = \sum\sum \tilde{\psi}_{m,n}(t) < f, \psi > \qquad (۱۲.۱.۳)$$

و

$$< f, \psi_{m,n} >= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{m,n}(t)\, dt \qquad (۱۳.۱.۳)$$

تبدیل موجک گسستهٔ تابع $f(t)$ نامیده می‌شود. اگر $a_۰ = ۱, b_۰ = \frac{۱}{۲}$ در اینصورت می‌توان نوشت:

$$\psi_{m,n}(t) = ۲^{\frac{m}{۲}} \psi(۲^m t - n) \qquad (۱۴.۱.۳)$$

می‌توان نشان داد که کلاس موجکهایی که در رابطهٔ ۱۴.۱.۳ نشان داده شده است، تشکیل یک پایهٔ یکا متعامد برای $\mathcal{L}_۲$ می‌دهد (مالات ۱۹۸۹، و دابیچیز

خیلی دقیق نیاز دارد.

موجک چیست؟ چگونه می توان چگالی طیفی وابسته به زمان را محاسبه نمود؟ با چه توابعی می‌توان آنها را برآورد کرد؟ در این تحقیق سعی خواهد شد که به این سوالات پاسخ داده شود و جزئیات بیشتر تجزیه و تحلیل ارتباط آنالیز موجک و آنالیز طیفی وابسته به زمان بررسی گردد. ما ابتدا به بررسی زمینهٔ اولیهٔ آنالیز موجک می‌پردازیم.

۲.۱ تاریخچه

در چند سال اخیر علاقه به موضوع موجک بطور چشمگیری، چه در زمینه‌های عملی و چه در زمینه‌های تئوری، افزایش یافته است. مفهوم موجک را میتوان بعنوان تلفیق عقایدی که از چندین زمینه مثل مهندسی، فیزیک، ریاضی محض و آمار سرچشمه گرفته، درنظر گرفت. موجکها بعنوان ابزار ساده ریاضی با تنوع بسیار زیاد با کاربرد در زمینه های مختلف شناخته شده است (دابیچیز، ۱۹۹۲). تبدیل موجک در ابتدا بعنوان ابزار ساده برای تجزیه سیگنالها توسط متخصص ژئوفیزیک، مرلت (۱۹۸۲) پیشنهاد شد. موفقیت محاسبات عددی مرلت، گراسمن را وادار به بررسی جزئیات ریاضی تبدیل موجک پیوسته کرد (گراسمن و مرلت، ۱۹۸۴). مطالعه ریاضی حالت گسسته توسط دابیچیز، گروسمن و میر (۱۹۸٦) شروع شد.

در همین زمانها بود که پایه بودن موجکها کشف شد. ابتدا توسط استرمبرگ (۱۹۸۵) یک پایه ساخته شد که مورد توجه قرار نگرفت. میر (۱۹۸۵) یک پایه دیگری ساخت که بعنوان تئوری راه گشا در آن زمان بود. پایه‌های دیگری توسط لماری و باتل (۱۹۸۷) ارائه شد که در محاسبات بیشتر مفید بود (دای و متارد،

.(۱۹۹۴

سرانجام دابیچیز (۱۹۸۸) مقاله مشهور خود را برای ساختن پایه‌های موجک با محمل فشرده انتشار داد. بعد از آن تئوری موجک در زمینه‌های مختلف مورد توجه زیادی قرار گرفت. از جمله پریسلی (۱۹۹۶) تئوری موجک را اولین بار برای آنالیز طیفی وابسته به زمان بکاربرد.