

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)

دانشکده علوم پایه

مرکز تهران شرق

گروه ریاضی

عنوان:

نگرشی جدید برای رتبه بندی اعداد فازی تعمیم یافته چپ و راست

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر منصور سراج

استاد مشاور:

سرکار خانم دکتر سلطانیان

تدوین:

نیره نکوبین

پاییز ۹۱

ب

تقدیر و تشکر:

سپاس خداوند بی‌همتایی که جزء او کسی شایسته‌ی پرستش نیست.

از زحمات بسیار زیاد جناب آقای دکتر منصور سراج که عضو هیات علمی و معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر دانشگاه چمران اهواز هستند و با وجود مشغله کاری فراوان با صبر و شکیبایی مرا در این پژوهش راهنمایی کردند بسیار سپاسگزارم.

از سرکار خانم دکتر سلطانیان مشاور گرانقدر این پژوهش کمال تشکر را دارم.

در نهایت از همسر عزیزم که با راهنمایی‌های فراوان مرا در این پژوهش یاری کرد سپاسگزارم.

چکیده

نظریه اعداد فازی نقش مهمی در حوزه‌های مدیریتی، صنعتی، مسائل پیچیده مهندسی، محصولات رباتیک، خودروسازی و غیره دارند. از آنجاکه در منطق کلاسیک گاهی ترتیب اعداد و یا کمیت‌ها می‌تواند در شناسایی آن‌ها موثر واقع شود، از این رو در منطق فازی، که منطق مبهم نیز نامگذاری شده است، می‌توان با رتبه‌بندی اعداد فازی که نقش مهمی در تصمیم‌گیری، بهینگی و پیش‌بینی ایفا می‌کند، اهمیت و جایگاه آن‌ها را برای تصمیم‌گیری مدیر در محیط فراهم ساخت که یک رویکرد مهم برای تصمیم‌گیرنده در محیط فازی و در نظریه‌ی مجموعه‌های فازی است. رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم‌یافته توسط لو و وانگ (۱۹۹۲) اولین بار به کمک شاخص انتگرال و بدون وابستگی به ارتفاع اعداد فازی صورت گرفت. چنگ در سال ۱۹۹۸، با رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم‌یافته بر اساس فاصله اقلیدسی مرکز ثقل آن‌ها در مبدأ نشان داد رتبه‌بندی این اعداد به ارتفاع آن‌ها بستگی دارد. با نگرش جدیدی طبق نظریه لو و وانگ می‌توان به رتبه‌بندی دقیق اعداد فازی نرمال و تعمیم‌یافته‌ی چپ و راست بدون وابستگی به ارتفاع آن‌ها پرداخت، با این مزایا که در تمامی خواص کمیت‌های فازی صدق می‌کنند و می‌توان در مسائل زندگی واقعی از آن‌ها استفاده کرد و همچنین تصمیم‌گیرنده نقش مهمی در نتیجه رتبه‌بندی خواهد داشت.

واژگان کلیدی:

مجموعه‌های فازی، اعداد فازی تعمیم یافته چپ و راست، رتبه‌بندی اعداد فازی، کمیت‌های فازی

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل ۱: مقدمه

مقدمه ۱

فصل ۲: معرفی منطق فازی

۲-۱ مقدمه ۶

۲-۲ مجموعه‌های فازی ۶

۲-۳ نمایش مجموعه‌های فازی ۷

۲-۳-۱ مجموعه‌های فازی گسسته ۷

۲-۳-۲ مجموعه‌های فازی پیوسته ۷

۲-۴ مجموعه فازی نرمال ۸

۲-۵ مجموعه فازی محدب ۸

۲-۶ عدد اصلی ۹

۲-۷ عدد نسبی ۹

۲-۸ مجموعه پشتیبان ۱۰

۲-۹ عملیات پایه روی مجموعه‌های فازی ۱۰

۲-۹-۱ متمم مجموعه‌های فازی ۱۰

۲-۹-۲ اجتماع مجموعه‌های فازی ۱۱

- ۲-۹-۳ اشتراک مجموعه‌های فازی ۱۱
- ۲-۱۰-۱۰ تساوی و شمول در مجموعه‌های فازی ۱۳
- ۲-۱۰-۱۱ تساوی مجموعه‌های فازی ۱۳
- ۲-۱۰-۱۲ شمول مجموعه‌های فازی ۱۳
- ۲-۱۱-۱۱ بررسی اعمال جبری روی مجموعه‌های فازی ۱۴
- ۲-۱۱-۱۲ ضرب دکارتی مجموعه‌های فازی ۱۴
- ۲-۱۱-۲ توان m -ام یک مجموعه فازی ۱۴
- ۲-۱۲- α برش یک مجموعه فازی ۱۵
- ۲-۱۲-۱ α -برش قوی ۱۵
- ۲-۱۲-۲ α -برش ضعیف ۱۵
- ۲-۱۳ اصل تجزیه ۱۶
- ۲-۱۴ اصل توسیع ۱۶
- ۲-۱۵ تعاریف مختلف از اعداد فازی ۱۷
- ۲-۱۶ عدد فازی مثبت (منفی) ۲۱
- ۲-۱۷ انواع اعداد فازی ۲۱
- ۲-۱۷-۱ عدد فازی مسطح ۲۱
- ۲-۱۷-۲ عدد فازی n -بعدی ۲۲
- ۲-۱۷-۳ عدد فازی مثلثی ۲۲
- ۲-۱۷-۴ عدد فازی ذوزنقه‌ای ۲۳

- ۲۴ L-R اعداد فازی ۵-۱۷-۲
- ۲۵ ۱۸-۲ اعداد فازی تعمیم یافته
- ۲۶..... ۱-۱۸-۲ عدد فازی دوزنقه‌ای تعمیم یافته
- ۲۷ ۲-۱۸-۲ عدد فازی دوزنقه‌ای تعمیم یافته از نوع L-R
- ۲۷ ۳-۱۸-۲ عدد فازی دوزنقه‌ای تعمیم یافته از نوع L-R
- ۲۸ ۱۹-۲ عملگرهای جبری روی اعداد فازی
- ۲۸ ۱-۱۹-۲ عملیات جبری روی اعداد فازی دوزنقه‌ای
- ۳۰..... ۲-۱۹-۲ اعمال جبری روی اعداد فازی تعمیم یافته
- ۳۱..... ۳-۱۹-۲ اعمال جبری روی اعداد فازی تعمیم یافته LR

فصل ۳: رتبه‌بندی اعداد فازی

- ۳۴ ۱-۳ مقدمه
- ۳۵ ۲-۳ نقاط ضعف روشهای ارائه شده تاکنون، برای رتبه‌بندی اعداد فازی
- ۳۵ ۳-۳ روش‌های رتبه‌بندی اعداد فازی
- ۳۵ ۱-۳-۳ روش مرکز ثقل چنگ (با اصلاح وانگ)
- ۳۹ ۲-۳-۳ روش رتبه‌بندی مرکز ثقل چو و ساو
- ۴۲ ۳-۳-۳ رتبه بندی اعداد فازی تعمیم یافته به کمک مرکز ثقل و انحراف معیار
- ۴۶ ۴-۳-۳ رتبه بندی اعداد فازی تعمیم یافته با ارتفاع و عرض‌های متفاوت
- ۴۹ ۵-۳-۳ روش رتبه‌بندی لو و وانگ
- ۵۱ ۶-۳-۳ روش رتبه‌بندی بزرگی عباسبندی و هاجری

۳-۳-۷ روش پارامتری یاگر ۵۳

فصل ۴: نگرشی جدید بر رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم یافته چپ و راست

۴-۱ مقدمه ۶۱

۴-۲ روش‌های مرتب‌سازی کمیت‌های فازی ۶۱

۴-۲-۱ خلاصه‌ای از کلاس اول مرتب‌سازی کمیت‌های فازی ۶۱

۴-۲-۲ خلاصه‌ای از کلاس دوم مرتب‌سازی کمیت‌های فازی ۶۵

۴-۳ خواص دسته‌بندی کمیت‌های فازی ۶۷

۴-۴ نقص‌های روش چن و چن ۶۹

۴-۴-۱ برقرار نبودن شرایط معقول وانگ و کری در روش چن و چن ۶۹

۴-۴-۲ وابستگی رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم یافته به ارتفاع آن‌ها در روش چن و چن ۷۱

۴-۵ روش رتبه‌بندی پیشنهادی به کمک شاخص انتگرال ۷۳

۴-۵-۱ عدم وابستگی روش رتبه‌بندی پیشنهادی به ارتفاع اعداد فازی ۷۸

۴-۵-۲ برقراری شرایط معقول وانگ و کری در روش پیشنهادی ۸۱

۴-۶ مقایسه روش رتبه‌بندی پیشنهادی با روش‌های رتبه‌بندی فصل ۳ ۸۳

فصل ۵: نتیجه‌گیری

نتیجه‌گیری ۸۷

مراجع ۸۸

فهرست جداول

عنوان صفحه

- جدول (۱-۳): فاصله مرکز ثقل \tilde{A} و \tilde{B} از مبدأ ۳۸
- جدول (۲-۳): نتیجه رتبه‌بندی $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3$ و \tilde{A}_4 ۵۰
- جدول (۳-۳): نتیجه مقایسه $Val(\tilde{A})$ و $Val(\tilde{B})$ ۵۶
- جدول (۱-۴): مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های مرتب‌سازی کمیت‌های فازی ۸۲
- جدول (۲-۴): مقایسه نتیجه رتبه‌بندی روش پیشنهادی با روش‌های رتبه‌بندی فصل ۳ ۸۶

فهرست نمودارها

عنوان صفحه

- ۸..... نمودار (۱-۲): مجموعه فازی محدب
- ۹..... نمودار (۲-۲): مجموعه فازی غیر محدب
- ۱۲..... نمودار (۳-۲): اشتراک دو مجموعه فازی \tilde{A} و \tilde{B}
- ۱۲..... نمودار (۴-۲): اجتماع دو مجموعه فازی \tilde{A} و \tilde{B}
- ۱۷..... نمودار (۵-۲): عدد فازی
- ۱۸..... نمودار (۶-۲): عدد فازی $[A(r), \bar{A}(r)]$
- ۱۹..... نمودار (۷-۲): عدد فازی \tilde{A}
- ۲۰..... نمودار (۸-۲): یک عدد فازی دلخواه
- ۲۲..... نمودار (۹-۲): عدد فازی مسطح
- ۲۳..... نمودار (۱۰-۲): عدد فازی مثلثی
- ۲۴..... نمودار (۱۱-۲): عدد فازی دوزنقه‌ای
- ۲۵..... نمودار (۱۲-۲): عدد فازی مثلثی L-R
- ۲۶..... نمودار (۱۳-۲): عدد فازی تعمیم یافته دوزنقه‌ای
- ۲۷..... نمودار (۲-۱۴): عدد فازی دوزنقه‌ای تعمیم یافته L-R
- ۳۱..... نمودار (۲-۱۵): مجموع دو عدد فازی تعمیم یافته
- ۳۹..... نمودار (۱-۳): دو عدد فازی \tilde{A} و $\tilde{B}_{\cdot 1}$
- ۴۱..... نمودار (۲-۳): سه عدد فازی $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \tilde{B}_3$

- نمودار (۳-۳): نمایش فاصله اقلیدسی بین نقاط $(\hat{x}_{\tilde{A}_j^*}, \hat{y}_{\tilde{A}_j^*}^S)$ و $(\min_{j=1,2,\dots,n} [\hat{x}_{\tilde{A}_j^*}], 0)$ ۴۳
- نمودار (۴-۳): سه عدد فازی \tilde{C} و \tilde{B}, \tilde{A} ۴۵
- نمودار (۵-۳): دو عدد فازی \tilde{B} و \tilde{A} به ترتیب قبل از استاندارد شدن و بعد از استاندارد شدن ۴۸
- نمودار (۶-۳): چهار عدد فازی $\tilde{A}_\gamma, \tilde{A}_\rho, \tilde{A}_\epsilon$ و \tilde{A}_δ ۵۰
- نمودار (۷-۳): سه عدد فازی مثلثی نرمال \tilde{A}, \tilde{B} و \tilde{C} ۵۲
- نمودار (۸-۳): دو عدد فازی \tilde{B} و \tilde{A} ۵۵
- نمودار (۹-۳): نمودار $Val(\tilde{B})$ و $Val(\tilde{A})$ ۵۶
- نمودار (۱۰-۳): دو عدد فازی \tilde{B} و \tilde{A} ۵۷
- نمودار (۱۱-۳): نمودار $Val(\tilde{B})$ و $Val(\tilde{A})$ ۵۷
- نمودار (۱۲-۳): تابع صعودی $f(\alpha) = \alpha^q$ به ازای مقادیر مختلف q ۵۸
- نمودار (۱۳-۳): تابع نزولی $f(\alpha) = (1-\alpha)^q$ به ازای مقادیر مختلف q ۵۹
- نمودار (۱-۴): دو عدد فازی تعمیم یافته منفی ۷۸
- نمودار (۲-۴): چهار عدد فازی تعمیم یافته $\tilde{D}, \tilde{B}, \tilde{A}, \tilde{C}$ ۸۵

فصل اول

مقدمه

مقدمه

منطق فازی^۱ در سال ۱۹۶۵ و با مقاله دکتر لطفی‌زاده^۲ از دانشگاه برکلی با عنوان «مجموعه‌های فازی^۳» تولد یافت و به صورت رسمی به مجامع علمی ارائه گردید. فازی بودن^۴ همان طور که در منطق فازی به کار می‌رود به انواع مختلف ابهام^۵ و عدم اطمینان^۶ و به خصوص به ابهامات مربوط به توصیف زبانی^۷ و طرز فکر بشری اشاره دارد. به همین دلیل است که منطق فازی به سرعت جایگاه خود را در اکثر گرایش‌های علمی باز کرده است و مقالات متعددی در ارتباط با منطق فازی منتشر می‌گردد. قصد داریم در این پایان‌نامه به بررسی رتبه‌بندی^۸ اعداد فازی چپ و راست^۹ بپردازیم. رتبه‌بندی اعداد فازی از ارکان مهم و اساسی در تشخیص این اعداد می‌باشد که نقش مهمی در تصمیم‌گیری^{۱۰}، بهینگی^{۱۱} و پیش‌بینی^{۱۲} ایفا کرده و یک رویکرد مهم برای تصمیم‌گیرنده در محیط فازی و در نظریه مجموعه‌های فازی است. رتبه‌بندی اعداد فازی برای اولین بار در سال ۱۹۷۶ توسط جین^{۱۳} پیشنهاد شد. از این روسال ۱۹۷۶ میلادی را نقطه عطف ریاضیات فازی می‌دانند. یاگر^{۱۴} چهار شاخص^{۱۵} برای رتبه‌بندی کمیت‌های فازی^{۱۶} در فاصله [۰,۱] ارائه داد. چن^{۱۷} (۱۹۹۱) رتبه‌بندی

-
1. Fuzzy Logic
 2. Lotfizadeh
 3. Fuzzy Sets
 4. Fuzziness
 5. Vagueness
 6. Misgiving
 7. Linguistic Discription
 8. Ranking
 9. L-R Fuzzy number
 10. Decision
 11. Optimality
 12. Forecasting
 13. Jain
 14. Yager
 15. Indices
 16. Fuzzy Quantities
 17. Chen

رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم‌یافته^۱ را با استفاده از فاصله آنها از یکدیگر بیان کرد. چنگ^۲ (۱۹۹۸) اعلام کرد که رتبه‌بندی اعداد فازی به ارتفاع^۳ آنها بستگی دارد در حالیکه رتبه‌بندی با کمک روش ارتفاع نمی‌تواند کاربردی داشته باشد. لو و وانگ^۴ اعداد فازی را به کمک شاخص انتگرال بدون وابستگی به ارتفاع آنها رتبه‌بندی کردند. ما نیز در این پایان‌نامه‌ها ارائه نگرشی جدید با اصلاح روش لو و وانگ^۵ رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم‌یافته چپ و راست بدون وابستگی به ارتفاع آنها می‌پردازیم. برای رسیدن به این مقصود، ترتیب فصل‌های بعدی را به صورت زیر انتخاب نموده‌ایم:

در **فصل دوم**، ابتدا تعاریف و مفاهیم اساسی مربوط به مجموعه‌های فازی مورد بررسی قرار گرفته است و با توجه به نقش کلیدی اعداد فازی، تعاریف متنوع ارائه شده تاکنون برای یک عدد فازی آورده شده و سپس یک تعریف جامع برای یک عدد فازی آمده است. در آخر تعاریف انواع اعداد فازی و عملیات جبری روی آنها ذکر شده است و هرآنچه که در فصل‌های بعدی آمده در فصل دوم معرفی شده است. یکی از موضوعات مهمی که بلافاصله بعد از اعداد فازی مورد توجه قرار می‌گیرد، چگونگی مقایسه و رتبه‌بندی اعداد فازی است. که در **فصل سوم**، ابتدا نقاط ضعف روش‌های ارائه شده تاکنون، برای رتبه‌بندی اعداد فازی ذکر شده است، سپس تعدادی از روش‌های رتبه‌بندی اعداد فازی را با ذکر مثال و همچنین ذکر محاسن و معایب آنها می‌آوریم. در **فصل چهارم**، ابتدا روش‌های مرتب‌سازی کمیت‌های فازی ذکر شده، سپس خواص معقول دسته‌بندی کمیت‌های فازی توسط وانگ و کری^۶ شرح داده شده است. بعد از آن نقص‌های روش چن و چن^۶ (۲۰۰۹) با مثال عددی آورده شده است. در پایان رویکردی جدید طبق نظریه لو و وانگ برای رتبه‌بندی اعداد فازی تعمیم‌یافته چپ و راست با استفاده از شاخص انتگرال بدون وابستگی به ارتفاع ارائه شده است. در پایان فصل روش معرفی شده با روش‌های رتبه‌بندی ارائه شده در فصل ۳ مقایسه شده‌اند. در **فصل پنجم** نتیجه‌گیری مطالب ارائه شده را با ذکر چند مزیت روش پیشنهاد شده در این پایان‌نامه آورده‌ایم.

-
- 1.Generalized
 - 2.Cheng
 - 3.Heigth
 - 4.Lou & Wang
 - 5.Wang & Kerre
 6. Chen & Chen

مراجع اصلی پایان نامه به صورت زیر می باشند:

- Kumar, A and Pushpinder, S. (2011) A new approach for ranking of L-R type generalized fuzzy numbers, Information and Mathematical Sciences 27 no 2, 197-211.
- Wang, X and Kerre, E. E. (2001) Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I), Fuzzy Sets and Systems, 118 no.3, 375-385.
- Chen, S. J and Chen, S. M. (2007) Fuzzy risk analysis based on the ranking of generalized trapezoidal fuzzy numbers, Applied Intelligence, 26 no.1, 1-11.
- Chen, S. M and Chen, J. H. (2009) Fuzzy risk analysis based on ranking generalized fuzzy numbers with different heights and different spreads, Expert Systems with Applications, 36 no.3, 6833-6842.

فصل دوم

معرفی منطق فازی

۱-۲ مقدمه:

در این فصل مطالب مورد نیاز که در فصل‌های بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد، ارائه می‌گردد.

۲-۲ مجموعه‌های فازی

مجموعه‌های قطعی^۱ به وسیله توابع مشخصه‌شان قابل بیان هستند و در تئوری مجموعه کلاسیک، عضویت مفهومی محض برای یک مجموعه است، ولی مجموعه‌های فازی به کمک توابع عضویت آن‌ها نمایش داده می‌شوند که در این مجموعه‌ها عضویت مفهوم منعطف‌تری دارد. فرض کنید A بیانگر یک مجموعه قطعی روی X باشد، تابع مشخصه^۲ مجموعه A را می‌توان با نگاهی زیر تعریف کرد. [۱۲]

در مجموعه فازی با تعمیم مجموعه مشخصه $\{0,1\}$ به اعداد موجود در بازه $[0,1]$ تابع مشخصه به تابع عضویت تغییر یافته و با $\mu_{\tilde{A}}(x)$ نمایش داده می‌شود که این تابع عضویت، هر عضو از مجموعه مرجع X^3 را به فاصله $[0,1]$ می‌نگارد. [۱۲]

-
1. Crisp Sets
 2. Valuation Function
 3. Universal Set

تعریف (مجموعه فازی): تابع مشخصه μ_A از مجموعه A مقدار ۰ یا ۱ را به هر عضو X اختصاص می‌دهد. این تابع می‌تواند به تابع $\mu_{\tilde{A}}$ تعمیم داده شود به طوری که مقدار اختصاص داده شده به اعضای مجموعه کلی X در یک محدودیت تعیین شده نزول می‌کند، که $\mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow [0, 1]$ مقدار اختصاصی درجه عضویت مجموعه A را نشان می‌دهد. $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)); x \in X\}$ یک مجموعه فازی و $\mu_{\tilde{A}}$ تابع عضویت نامیده می‌شود. [۱۲]

۲-۳ نمایش مجموعه‌های فازی

اگر \tilde{A} یک مجموعه فازی و X مجموعه مرجع باشد. [۲۳]

۲-۳-۱ مجموعه‌های فازی گسسته:

اگر مجموعه مرجع شامل اعداد صحیح و متناهی باشد، مجموعه‌های فازی به شکل زیر نمایش داده می‌شوند.

$$\tilde{A} = \sum_{x_i \in X} \mu_{\tilde{A}}(x_i) \delta_{x_i}$$

مثال: اگر $\tilde{A} = \{(1, 1)(2, 1)(3, 0/75)(4, 0/5)(5, 0/3)\}$ باشد، مجموعه فازی \tilde{A} را می‌توان به شکل زیر نیز نمایش داد:

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(1)}{1} + \dots$$

۲-۴-۲ مجموعه‌های فازی پیوسته:

اگر مجموعه مرجع X شامل اعداد حقیقی غیر منفی و نامتناهی باشد، مجموعه‌های فازی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

توجه: علامت λ در رابطه فوق، بیانگر اجتماع تمام عناصر مجموعه فازی است و به معنی انتگرال نمی‌باشد.

۲-۴ مجموعه فازی نرمال

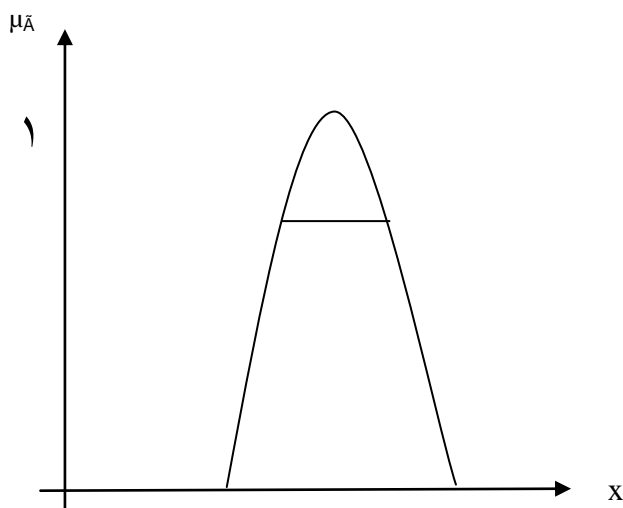
مجموعه فازی \tilde{A} نرمال است اگر

\max_x

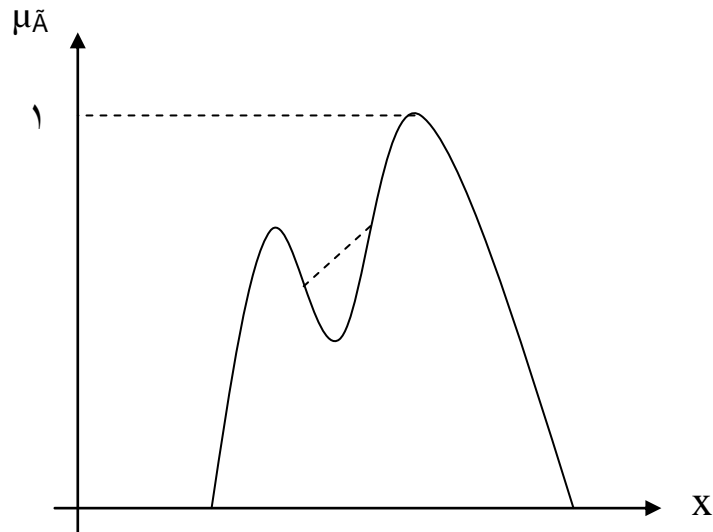
۲-۵ مجموعه فازی محدب

مجموعه فازی \tilde{A} محدب است اگر

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \lambda \mu_{\tilde{A}}(x_1) + (1 - \lambda) \mu_{\tilde{A}}(x_2)$$



نمودار ۲-۱: مجموعه فازی محدب



نمودار ۲-۲: مجموعه فازی غیر محدب

۲-۶ عدد اصلی

اگر X یک مجموعه متناهی باشد، عدد اصلی^۱ مجموعه فازی \tilde{A} بر روی X به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

و اگر X یک مجموعه نامتناهی باشد، عدد اصلی آن به صورت $|\tilde{A}| = \int_X \mu_{\tilde{A}}(x)$ نمایش داده می‌شود که البته $|\tilde{A}|$ همواره موجود نیست. چون وقتی مجموعه \tilde{A} نامتناهی باشد، تعداد اعضای آن مشخص نخواهد بود و در نتیجه عدد اصلی این مجموعه وجود ندارد. [۲۳]

۲-۷ عدد نسبی

عدد نسبی^۲ عناصر مجموعه فازی \tilde{A} بر روی X عبارتست از:

-
1. Cardinality
 2. Relative Cardinality