



مطالعه‌ی روش پرتوافکنی معکوس در سیستم‌های با عدسی چندگانه‌ی گرانشی

توسط
مریم حبیبی

رساله‌ی ارائه شده به عنوان بخشی از ملزومات برای دریافت درجه
کارشناسی ارشد فیزیک نظری

زیر نظر
سهراب راهوار
امیرحسین فتح‌اللهی

شهریور ۱۳۸۸

دانشکده‌ی علوم، گروه فیزیک
دانشگاه الزهراء
تهران

به نام خدای مهربان

به رسم معمول، ابتدای پایان نامه ام را اختصاص می دهم به تشکر و قدردانی از کسانی که به نوعی در کارم به من کمک کرده‌اند و من پیشرفت‌هایم را به آنها نیز مدیونم، و خوشبختم بگویم که برای نوشتن این چند سطر تا حدی درمانده شدم چرا که آدم‌های خوب زندگی کاری و شخصی ام کم نیستند!!
دوست دارم پیش از هر کس از پدر و مادر عزیزم برای همه‌ی آنچه به من آموخته‌اند و برای همه‌ی همراهی‌هایشان تشکر کنم.

همچنین لازم میدانم تا از دکتر راهوار که در انجام این پایان‌نامه کمک‌های زیادی به من کردند و من از شیوه‌ی کار علمی و انگیزه‌هایشان بسیار آموختم، تشکر کنم.
به علاوه، تجربه‌ی آشنایی با گروه فیزیک نظری دانشگاه الزهرا برایم تجربه‌ی ارزشمندی بود که باعث می‌شود برای همه‌ی فیزیک و اخلاق کاری که از آنها آموختم تشکر صمیمانه‌ای از استادان این گروه به ویژه دکتر فتح‌اللهی و دکتر آقامحمدی بنمایم.

و در پایان از امیر مسعود، دوستم و همسرم برای همراهی‌های بی‌اندازه ممنونم.

مریم حبیبی

تابستان ۸۸

مطالعه‌ی روش پرتوافکنی معکوس در سیستم‌های با عدسی چندگانه‌ی گرانشی

چکیده

همگرایی گرانشی پدیده‌های گسترده و جالبی را در برمی‌گیرد و در حال تبدیل شدن به ابزاری قدرتمند برای پاسخ دادن به سوال‌های گوناگون و اساسی در زمینه‌ی کیهان‌شناسی و اخترفیزیک شده است. در ریزهمگرایی بارها با مسایلی مواجه می‌شویم که در آن‌ها، روش‌های تحلیلی برای تجزیه و تحلیل دستگاه‌های عدسی گرانشی کارآمد نیستند. در این پایان‌نامه، با انجام شبیه‌سازی به روش پرتوافکنی معکوس می‌توانیم منحنی نوری و سوختیک مربوط به یک رویداد ریزهمگرایی، با ترکیبی دلخواه از عدسی‌ها را به دست آوریم. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای چندین حالت مختلف از عدسی‌ها به خصوص عدسی‌های دوتایی به تفصیل بررسی خواهد شد.

سپس با استفاده از طرح‌های سوختیک که از شبیه‌سازی به روش پرتوافکنی معکوس به دست آوردیم، به بررسی امکان تغییر رنگ قابل مشاهده در طول پدیده‌ی همگرایی گرانشی می‌پردازیم. با بررسی تغییر رنگ در طول فرآیند همگرایی گرانشی می‌توانیم پروفایل درخشندگی سطح ستاره و بسیاری از ویژگی‌های ستاره چشمه را بررسی کنیم.

واژه‌های کلیدی: همگرایی گرانشی، روش پرتوافکنی معکوس

فهرست مطالب

۱	همگرایی گرانشی	۱
۱	۱.۱ تاریخچه	۱
۹	۲.۱ مبانی همگرایی گرانشی	۹
۹	۱.۲.۱ تقریب‌های به کار رفته	۹
۱۳	۲.۲.۱ معادله‌ی عدسی	۱۳
۱۴	۳.۲.۱ شعاع انیشتین	۱۴
۱۷	۳.۱ بررسی تصویرهای یک عدسی گرانشی نقطه ای	۱۷
۲۰	۴.۱ عدسی‌های کلی تر	۲۰
۲۵	۲ نداشت همگرایی و پتانسیل فرما	۲۵
۲۵	۱.۲ پتانسیل فرما	۲۵
۲۶	۲.۲ بزرگ‌نمایی نداشت همگرایی	۲۶
۲۶	۱.۲.۲ بزرگ‌نمایی و بقای شار	۲۶
۲۹	۲.۲.۲ ماتریس بزرگ‌نمایی	۲۹
۳۳	۳.۲.۲ پارایته تصاویر	۳۳
۳۳	۳.۲ ماتریس بزرگ‌نمایی: برش و همگرایش	۳۳
۳۶	۳ ریزهمگرایی و شبیه سازی	۳۶
۳۷	۱.۳ ریزهمگرایی گرانشی	۳۷
۳۹	۲.۳ تغییرات منحنی نوری و کاربردهای آن	۳۹

۴۰	منحنی های سوختیک	۳.۳
۴۳	معادله ی عدسی در ریزهمگرایی	۴.۳
۴۷	شبیه سازی عددی همگرایی گرانشی	۵.۳
۴۹	۱.۵.۳ روش پرتوافکنی معکوس	

۴ نتایج: سوختیک های به دست آمده از شبیه سازی

۵۲	سوختیک تک عدسی نقطه ای	۱.۴
۵۳	سوختیک مربوط به عدسی ها دوتایی	۲.۴
۵۴	فرمول بندی مسأله ی عدسی دوتایی	۳.۴
۵۵	نتایج	۴.۴
۵۶	توزیع نقطه ای ماده با جرم های یکسان	۵.۴

۵ بررسی تغییر رنگ چشمه در اثر عبور از سوختیک

۶۳	تقویت نور برای یک چشمه ی گسترده	۱.۵
۶۴	۱.۱.۵ محاسبه ی شعاع برای چشمه ی گسترده	
۶۶	اثر تاریکی لبه	۲.۵
۷۱	تغییر رنگ در طول همگرایی	۳.۵
۷۲	نتایج: بررسی تغییر رنگ برای دو ستاره ی غول	۴.۵

الف نسبت جرم دوتایی های قابل مشاهده

۱

فصل ۱

همگرایی گرانشی

در این فصل پس از بیان تاریخچه‌ای از همگرایی گرانشی، معادله‌ی اساسی همگرایی گرانشی یعنی معادله‌ی عدسی را، با استفاده از تقریب زاویه‌ی انحراف کوچک، برای چشمه و عدسی نقطه‌ای به دست می‌آوریم. در ادامه برخی تعاریف و ویژگی‌های اساسی همگرایی گرانشی را معرفی می‌کنیم؛ پس از تعریف متغیرهای بی‌بعد معادله‌ی عدسی را به شکل ساده‌تری می‌نویسم و با استفاده از آن زاویه‌ی انحراف را برای عدسی‌های کلی تر به دست می‌آوریم.

۱.۱ تاریخچه

این ایده که ممکن است گرانش بتواند روی مسیر انتشار نور تاثیر بگذارد از مدت‌ها پیش مطرح شده بود. برای مثال نیوتون^۱ (۱۷۰۴) بدون آنکه به جزئیات مسأله بپردازد به آن اشاره کرده بود. هنری کاوندیش^۲ نخستین کسی بود که زاویه‌ی انحراف را حساب کرد. سالدنر (۱۸۰۴)^۳ [۱۴] بدون آنکه از کار چاپ نشده‌ی کاوندیش آگاهی داشته‌باشد با روشی شبیه او، با این فرض که نور متشکل از ذراتی کلاسیکی

^۱Newton

^۲Henry Cavendish.

^۳Soldner.

است که با سرعت نور حرکت می کنند، زاویه‌ی انحراف باریکه‌ای که با فاصله r از کنار جسمی به جرم M می گذرد را برابر با $\alpha = 2GM/c^2r$ به دست آورد و به این ترتیب اولین مقاله در زمینه‌ی همگرایی گرانشی را چاپ کرد.

انیشتین^۴ (۱۹۱۱) پیش از آنکه نظریه نسبیت عام شکل بگیرد، با رهیافتی متفاوت و با تکیه بر اصل هم ارزی توانست به همان نتیجه‌ی سالدنر برسد. چند سال بعد، انیشتین (۱۹۱۵) با استفاده از نظریه‌ی نسبیت عام دریافت که مقدار واقعی زاویه‌ی انحراف دو برابر مقدار قبلی است و بنابراین باریکه نوری که به صورت مماس از نزدیکی لبه خورشید عبور می کند با ید حدود $1.7''$ منحرف شود. این نتیجه در سال ۱۹۱۹ در جریان آزمایشی که میزان جابه‌جایی زاویه‌ای در مکان ظاهری ستاره‌ای در نزدیکی لبه خورشید را در طول کسوف کامل اندازه‌گیری می کرد، تأیید شد (دایسون^۵ ادینگتون^۶ و داویسون^۷ ۱۹۲۰) [۲] [۳]. نتیجه به دست آمده از این آزمایش با دقت خوبی با پیش‌بینی انیشتین همخوانی داشت و بلافاصله به عنوان شاهدهی برای درستی نسبیت عام در نظر گرفته شد. انحراف نور توسط اجسام پرجرم و پدیده‌های مربوط به آن امروزه تحت عنوان «همگرایی گرانشی» طبقه بندی می شوند.

ادینگتون (۱۹۲۰) نشان داد که ممکن است مسیرهای مختلفی از منبع به مشاهده گر وجود داشته باشد و بنابراین ممکن است از یک ستاره چند تصویر داشته باشیم. چالسون^۸ (۱۹۲۴) به وجود آمدن دوتایی‌های مجازی به وسیله‌ی همگرایی گرانشی را بررسی کرد اما درباره‌ی این که آیا این پدیده قابل مشاهده است یا نه بحثی نکرد [۵]. انیشتین (۱۹۳۶) [۶] دوباره همان مسأله را بررسی کرد. او نشان داد که اگر همگرایی بر اثر یک عدسی گرانشی با حدود جرم خورشید ایجاد شده باشد جدایی زاویه‌ای بین چشمه و تصویرش بسیار کوچک است و بنابراین شانس کمی برای مشاهده‌ی این پدیده با تلسکوپ‌های اپتیکی وجود دارد.

^۴Einstein

^۵Dyson

^۶Eddington

^۷Davidson

^۸Chwolson

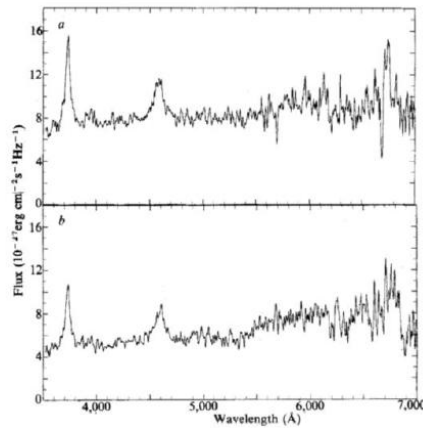
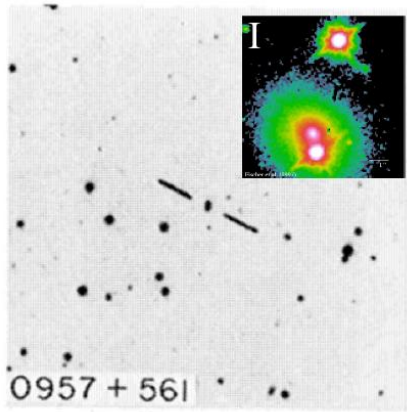
زوویکی^۹ (۱۹۳۷a) نشان داد چنانچه یک کهکشان به عنوان عدسی عمل کند زاویه جدایی میان تصویر و چشمه به اندازه کافی بزرگ خواهد بود که بتوان عملاً آن را مشاهده کرد [۷]. به این ترتیب همگرایی گرانشی از یک کنجکاوی ساده به یک زمینه‌ی تحقیقاتی، با پتانسیل بالا برای پیشرفت تبدیل شد. زوویکی ادعا کرد که خم شدن نور به وسیله‌ی کهکشان‌ها فقط یک آزمون برای نسبییت عام نیست بلکه تقویت نور مربوط به کهکشان‌های دوردست در پدیده‌ی همگرایی، امکان مطالعه‌ی آن‌ها را برایمان فراهم می‌آورد و باعث می‌شود که بتوانیم تخمین خوبی برای جرم آن‌ها به دست بیاوریم. زوویکی (۱۹۳۷b) [۸] احتمال همگرایی به وسیله‌ی کهکشان را محاسبه کرد و به این نتیجه رسید که این احتمال برای چشمه‌ای در فاصله‌ی زیاد از مرتبه‌ی ۱ درصد است.

پیش بینی‌های زوویکی به حقیقت پیوست؛ امروزه همگرایی به وسیله کهکشان‌ها یکی از مهم‌ترین شاخه‌های همگرایی گرانشی است. دقیق‌ترین اندازه‌گیری‌های جرم مناطق مرکزی کهکشان‌ها توسط همگرایی گرانشی انجام شده است. همگرایی گرانشی با ایفای نقش یک تلسکوپ کیهانی، امکان بررسی کهکشان‌های دوردست و کم نور را فراهم نموده است (نور این کهکشان‌ها بر اثر همگرایی توسط خوشه‌های کهکشانی تقویت می‌شود). مطالعه‌ی آماری رویدادهای همگرایی، که زوویکی به درستی مرتبه‌ی بزرگی آن را به دست آورده بود، راه جدیدی برای اندازه‌گیری ثابت‌های کیهانی پیشنهاد می‌دهد.

رفسدال^{۱۰} (۱۹۶۴) در مقاله‌ای به طور تئوری نشان داد که چگونه می‌توان با بررسی اثر همگرایی گرانشی بر یک کهکشان متغیر مقدار ثابت هابل H_0 را تخمین زد [۹]. مدت زمانی که لازم است تا نور تصاویر مختلف حاصل همگرایی یک چشمه به ما برسد متفاوت است. این مدت زمان بستگی به طول مطلق مسیر نور دارد که این مقدار هم به H_0^{-1} بستگی دارد. به این ترتیب، با اندازه‌گیری دقیق این اختلاف زمانی و با داشتن مدل دقیقی از ستاره‌ی همگرا شده می‌توان ثابت هابل را اندازه‌گیری کرد. [۴]

^۹Zwicky

^{۱۰}Refsdal



شکل ۱.۱: راست: تصویر اپتیکی (Palomar Observatory Sky Survey) که اخترش ۵۶۱ + ۰۹۵۷ را نشان می دهد (پرکاس (Porcas) و همکاران ۱۹۶۱). تصویر الحاقی: تصویر HSTI Hubble Space Telescope Institute HSTI که تصاویر A و B و کهکشان همگرا کننده را در نزدیکی B نشان می دهد. (کچانک (Kochanek) و همکاران ۲۰۰۶). چپ: طیف دو تصویر (والش و همکاران ۱۹۷۹)

با وجود همه‌ی این پیشرفت‌ها، تمامی این ایده‌ها در هاله‌ای از ابهام قرار داشتند و حتی برای مدتی فعالیت‌های علمی در زمینه‌ی همگرایی کمتر شد. تا این‌که سرانجام یک نمونه‌ی واقعی از همگرایی گرانشی کشف شد. در واقع کلید کار پیشرفت ستاره شناسان در حوزه‌ی ستاره شناسی این کشف بود. ستاره شناسان رادیویی نوعی از «چشمه‌های رادیویی شبه ستاره‌ای» را کشف کردند که آن‌ها را کوازار^{۱۱} نامیدند (اشمیت^{۱۲} ۱۹۶۳). [۱۰]. کوازارها دسته‌ای از اجرام آسمانی هستند که از چند جهت می‌توانند نامزد مناسبی برای مشاهده‌ی همگرایی گرانشی باشند. کوازارها انتقال به سرخ بالایی دارند و به اندازه کافی از ما دور هستند، به طوری‌که احتمال همگرا شدن آن‌ها توسط کهکشان‌ها زیاد است. به علاوه کوازارها به اندازه‌ی کافی پرنور هستند که بتوانیم آن‌ها را حتی از فواصل کیهانی ببینیم. اولین مورد همگرایی گرانشی که مشاهده شد ۰۹۵۷+۵۶۱A,B QSO بود که

^{۱۱}Quasar

^{۱۲}Schmidt

توسط والش^{۱۳}، کارسول^{۱۴} و ویمن^{۱۵} کشف شد (۱۹۷۹) [۱۲]. این چشمه یک اختروش دوتایی عجیب بود که مشخص شد که در واقع یک دوتایی مجازی متشکل از یک اختروش و تصویرش بر اثر همگرایی گرانشی بوده است (شکل ۴.۱). این دو تصویر با فاصله‌ی 6 arcsec از هم تفکیک شده بودند و هر دو در انتقال به سرخ $z \sim 1.4$ قرار داشتند. دلایلی که نشان می‌دهد $1A, B + 0.957$ در واقع مربوط به یک دوتایی همگرایی است که از همگرا شدن یک اختروش به وجود آمده است به طور خلاصه عبارتند از: (i) شباهت طیف دو تصویر (ii)، یکی بودن نسبت شار رسیده از دو تصویر در بازه‌ی نور مرئی و رادیویی (iii) وجود یک خوشه‌ی کهکشان پیش زمینه بین دو تصویر.

امروزه ده‌ها مورد قانع کننده از تصاویر چندگانه از کوازارها شناخته شده است و فهرست این مشاهدات همچنان در حال بزرگتر شدن است (کیتون^{۱۶} و کچانک^{۱۷} (۱۹۹۶) [۱۱].

پایچینسکی^{۱۸} (۱۹۸۶b) ایده‌ی همگرایی یک ستاره توسط یک ستاره دیگر را دوباره مطرح کرد. او نشان داد که از هر یک میلیون ستاره در ابر ماژلانی بزرگ نور یک ستاره به میزان قابل ملاحظه‌ای بر اثر همگرایی توسط ستاره دیگری در هاله کهکشان ما تقویت می‌شود. این پدیده که ریزهمگرایی نام گرفت مقیاس زمانی‌ای بین ۲ ساعت تا ۱ سال دارد و مربوط به عدسی‌هایی با جرمی بین $10^{-6} M_{\odot}$ و $10^2 M_{\odot}$ می‌باشد. ابتدا تصور می‌شد که بررسی منحنی نوری مربوط به چند میلیون ستاره عملی نباشد به خصوص که این منحنی‌ها باید از منحنی مربوط به ستارگان متغیر تمیز داده شوند. با این حال تکنیک‌ها چنان پیش رفت سریعی داشتند که امروزه گروه‌های مختلفی توانسته‌اند رویدادهای ریزهمگرایی را ثبت کنند و ریزهمگرایی به شاخه‌ای جالب، برای مطالعه‌ی توزیع جرم در کهکشان ما تبدیل شده است (ال‌کُک

^{۱۳}Walsh

^{۱۴}Carswell

^{۱۵}Weymann

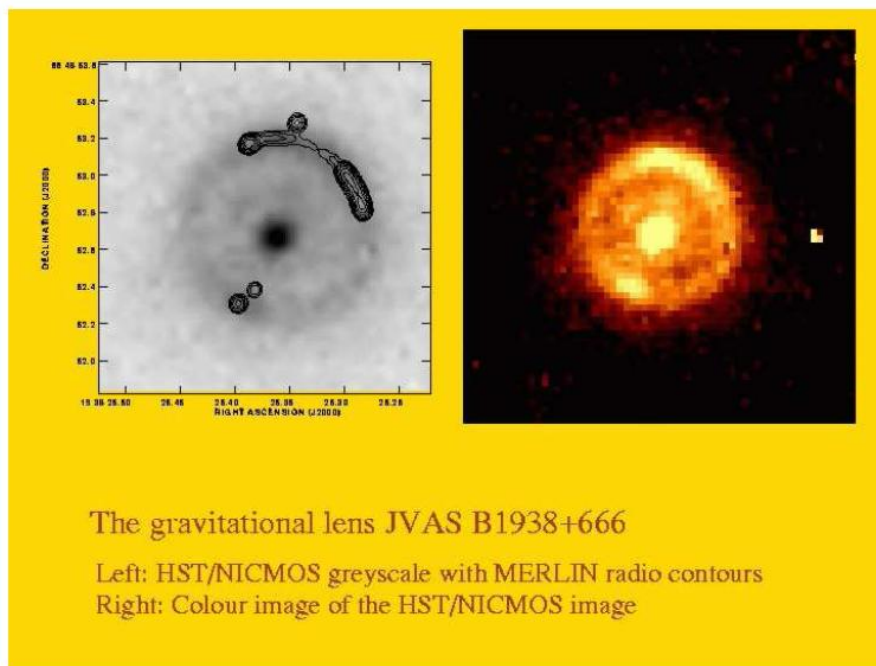
^{۱۶}Keeton

^{۱۷}Kochanek

^{۱۸}Paczynski

۱۹ و همکاران ۱۹۹۳، ابروگ ۲۰ و همکاران ۱۹۹۳، اودالسکی ۲۱ و همکاران ۱۹۹۳،
الادرا ۲۲ (۱۹۹۵)

حلقه انیشتین که یک پدیده‌ی خاص و جالب توجه در همگرایی است ابتدا در
محدوده‌ی امواج رادیویی و توسط هویت ۲۳ و همکارانش کشف شد (۱۹۸۷). در
طول ۵۰ سال این حلقه‌های بیشتر شناخته شدند و امکان دقیق‌ترین بررسی‌ها در
زمینه‌ی توزیع جرم کهکشان‌های همگراکننده را فراهم کردند (شکل ۲.۱). [۱۳]



شکل ۲.۱: حلقه‌ی انیشتین ۱۹۳۸+۶۶۶، شعاع حلقه حدود ۰.۹۵ ثانیه‌ی قوسی است
[۲]

حتی پیش از کشف QSO ۰۹۵۷+۵۶۱ همگرایی‌گرانشی توسط خوشه‌های
کهکشانی به طور تئوری بررسی شده بود. اما با کشف کمان‌های آبی، پرنور و بزرگ در

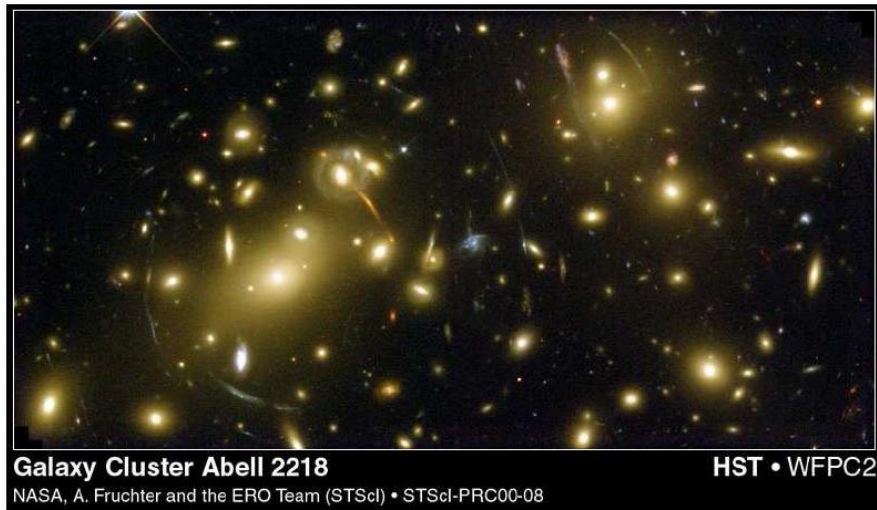
^{۱۹}Alcock

^{۲۰}Aubourg

^{۲۱}Udalski

^{۲۲}Alard

^{۲۳}Hewitt



شکل ۳.۱: خوشه کهکشانی آبل ۲۲۱۸ با کمان‌های درخشان و بزرگ

خوشه‌های کهکشانی A ۳۷۰ و CI ۲۲۴۴ مسأله وارد حیطه‌ی تجربی و مشاهده‌ای شد (سوسیل ۲۴، لیندز ۲۵ و پتروسین ۲۶ ۱۹۸۶). پایچینسکی (۱۹۸۷) ادعا کرد که این کمان‌ها در واقع تصاویر کهکشانی زمین‌های هستند که بر اثر همگرا شدن نورشان توسط یک خوشه کهکشانی به شدت تغییر کرده‌اند. پس از آن که میزان انتقال به سرخ این کمان‌ها اندازه‌گیری شد و مشخص شد که این مقدار به شدت با انتقال به سرخ مربوط به خوشه متفاوت است ادعای پایچینسکی ثابت شد. جدای از پدیده‌ی کمان‌های درخشان و بزرگ، خوشه‌ها باعث تغییر در تصویر کهکشانی‌های کم نور پس زمینه نیز می‌شوند (تایسون ۱۹۸۸^{۲۷}). این تغییر شکل‌ها معمولاً ضعیف هستند و تصاویرشان تحت عنوان شبه کمان‌ها^{۲۸} طبقه بندی می‌شوند (فورت ۲۹ و همکاران ۱۹۸۸، تایسون، والدس ۳۰ و ونک ۱۹۹۰^{۳۱}). مشاهده‌ی آرکت‌ها

^{۲۴}Soucail

^{۲۵}Lynds

^{۲۶}Petrosian

^{۲۷}Tyson

^{۲۸}arcllet

^{۲۹}Fort

^{۳۰}Valdes,

می‌تواند برای بازسازی یک نقشه‌ی دو بعدی از توزیع جرم خوشه‌های همگرا کننده استفاده شود (کایسر^{۳۲} و اسکویرز^{۳۳} ۱۹۹۰). این روش توجه عده‌ی زیادی را به خود جلب کرد و چندین نقشه از چندین خوشه‌ی کهکشانی به دست آمد (بنت^{۳۴} و همکاران ۱۹۹۳؛ بنت، ملیر^{۳۵} و فورت ۱۹۹۴؛ فالمن^{۳۶} و همکاران ۱۹۹۴؛ بردهارست^{۳۷} ۱۹۹۵؛ اسمایل^{۳۸} و همکاران ۱۹۹۵؛ تایسون و فیشر^{۳۹} ۱۹۹۵؛ اسکویرز و همکاران ۱۹۹۶؛ سیتز^{۴۰} و همکاران ۱۹۹۶). [۴]

در این تاریخچه‌ی کوتاه روند پیشرفت‌ها در همگرایی گرانشی نشان داده شد. همگرایی گرانشی پدیده‌های گسترده و جالب توجهی را در بر می‌گیرد و در حال تبدیل شدن به ابزاری قدرتمند برای پاسخ دادن به سوال‌های گوناگون و سوال‌های اساسی در در زمینه‌ی کیهان‌شناسی و اخترفیزیک شده است.

^{۳۱}Wenk

^{۳۲}Kaiser

^{۳۳}Squires

^{۳۴}Bonnet

^{۳۵}Mellier,

^{۳۶}Fahlman

^{۳۷}Broadhurst

^{۳۸}Smail

^{۳۹}Fischer

^{۴۰}Seitz

۲.۱ مبانی همگرایی گرانشی

نور به عنوان شکلی از انرژی تحت تأثیر گرانش قرار می‌گیرد: این یکی از مهم‌ترین نتایج نظریه‌ی نسبیت عام است. یک باریکه‌ی نور که از کنار یک جسم پر جرم عبور می‌کند بر اثر یک شتاب عرضی اضافه به سمت جسم خم می‌شود. زاویه‌ی انحراف برای یک عدسی نقطه‌ای عبارت است از:

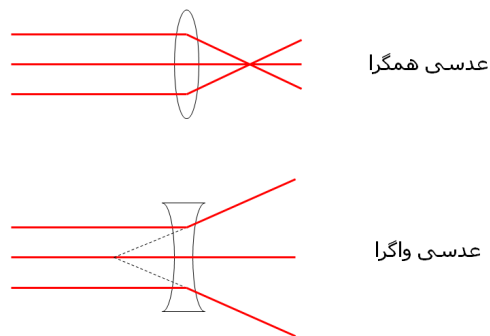
$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2 r}, \quad (1.1)$$

که در آن G ثابت گرانش، c سرعت نور، M جرم عدسی نقطه‌ای و r پارامتر برخورد است. زاویه‌ی انحراف مربوط به یک عدسی نقطه‌ای گرانشی به گونه‌ای است که اگر پارامتر برخورد کم شود این زاویه بزرگ می‌شود. این ویژگی عدسی گرانشی دقیقاً برعکس یک عدسی محدب شیشه‌ای است؛ در مورد یک عدسی محدب شیشه‌ای هر چه قدر باریکه از محور عدسی فاصله‌ی بیشتری داشته‌باشد بیشتر منحرف خواهد شد. همین نسبت معکوس r با زاویه‌ی انحراف است که موجب می‌شود که عدسی گرانشی پرتوهای موازی را روی یک خط جمع کند، در حالی که یک عدسی محدب اپتیکی پرتوها را در یک نقطه جمع می‌کند (در حالت ایده‌آل). شکل؟؟ یک عدسی گرانشی را با عدسی‌های اپتیکی مقایسه می‌کند.

زاویه انحراف برای عدسی گرانشی مستقل از طول موج است (اگرچه که در عمل شدت نور در طول موج‌های مختلف فرق دارد و این باعث دخیل بودن طول موج در پدیده‌ی همگرایی می‌شود).

۱.۲.۱ تقریب‌های به کار رفته

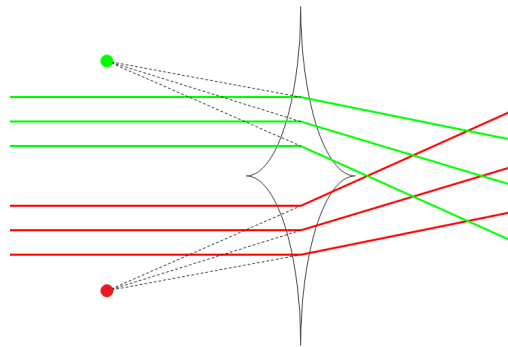
پیش از ادامه‌ی مطلب کمی درباره‌ی تقریب‌های به کار رفته در بررسی مساله‌ی همگرایی گرانشی می‌پردازیم. همواره فرض می‌کنیم که هر چشمه (و یا هر عدسی) «نازک» بوده و در صفحه‌ای که تقریباً عمود بر خط دید گذرنده از صفحه‌ی عدسی می‌باشد، جایگزیده است. این صفحه را صفحه‌ی چشمه می‌نامیم. همچنین فرض



عدسی همگرا

عدسی واگرا

عدسی گرانشی



شکل ۴.۱: مقایسه‌ی عدسی گرانشی با عدسی‌های اپتیکی

می‌کنیم که در حضور یا عدم حضور عدسی‌های میانی، پرتوهای نوری که از چشمه به ناظر می‌رسند، به طور جزئی تحت تاثیر میدان‌های گرانشی چشمه و ناظر قرار می‌گیرند. به علاوه تقریب عدسی نقطه‌ای و زاویه‌ی انحراف کوچک تقریبی پرکاربرد در همگرایی گرانشی است. در این بخش به توجیه کیفی این تقریب‌ها می‌پردازیم.

تقریب عدسی نازک و زاویه‌ی انحراف کوچک

ابعاد فیزیکی یک توزیع عدسی گرانشی در طول خط دید و در مقایسه با فواصل مابین ناظر و عدسی یا عدسی و چشمه، بسیار کوچک است. به عبارت دیگر، می‌توانیم عدسی را «نازک» فرض کنیم:

در همگرایی کوازارها فواصل از مرتبه‌ی صدها مگا پارسک است که از قطر کهکشان‌ها (تقریباً ۳۰ کیلو پارسک) یا خوشه‌های کهکشانی (حدود ۵ مگا پارسک)

به اندازه‌ی عاملی بزرگ (≤ 1000) بیشتر است.

در ریزهمگرایی، ستاره‌های موجود در هسته‌ی کهکشان ما یا ابر ماژلانی بزرگ، توسط ستاره‌های پس زمینه همگرا می‌شوند. به این ترتیب فواصل که حدوداً بین ۵ تا ۲۵ کیلوپارسک است بسیار بزرگ‌تر از جدایی میان عدسی‌ها در یک دستگاه گرانشی دوتایی (از مرتبه‌ی 10^{-2} پارسک) می‌باشد.

زاویه‌ی انحراف معمولاً برای یک ستاره بسیار کوچک و از مرتبه‌ی 10^{-6} rad که تقریباً برابر است با 1 mas . بنابراین با تقریب زاویه‌ی کوچک می‌توانیم این انحراف را با شکسته شدن پرتو نشان دهیم. پایستگی اندازه حرکت زاویه‌ای در گرانش تضمین می‌کند که پرتو نور در صفحه‌ی چشمه-عدسی و ناظر قرار گرفته و از آن خارج نشود. از طرف دیگر، پرتوهای چشمه خارج از این صفحه با توجه به حرکت پرتو بر روی صفحه‌ی حامل بردار سرعت اولیه‌ی پرتو و خط واصل چشمه و عدسی، هیچ وقت به ناظر نخواهد رسید.

چشمه‌های نقطه‌ای و گسترده

ابعاد چشمه‌ها در کیهان گسترده‌ی وسیعی را در بر می‌گیرد: بعضی از چشمه‌ها مانند یک کوتوله سفید، با ابعادی از مرتبه‌ی چندصد کیلومتر، کاملاً کوچک بوده و بعضی نیز بسیار بزرگند (یک کهکشان بزرگ دارای قطری از مرتبه‌ی یک میلیون سال نوری است)؛ اما تمامی شان دارای ابعاد متناهی‌اند. آنچه که در همگرایی گرانشی از اهمیت برخوردار است، ابعاد زاویه‌ای چشمه از دید ناظر، نسبت به زاویه‌ی انیشتین است. با استفاده از این نسبت، چشمه‌ها را به دو گروه تقسیم بندی می‌نماییم که منجر به پدیده‌های رصدی متفاوتی می‌گردند.

چشمه‌هایی که نسبت به زاویه‌ی انیشتین بسیار کوچک‌اند را چشمه‌های نقطه‌ای^{۴۱} می‌نامیم. همگرایی گرانشی، شار این دسته را به شدت تغییر داده و در این حالت، بزرگ‌نمایی می‌تواند بسیار بزرگ باشد (ریزهمگرایی). گاهی اوقات نیز تصاویر متعدد ایجاد می‌شود. مثالی از این نوع چشمه‌ها، کوازارهایی هستند که تحت همگرایی گرانشی ستاره‌های دیگر قرار گرفته‌اند.

^{۴۱} Point Source

ابعاد دقیق یک کوازار- به طور دقیق تر، ناحیه‌ای که تابش پیوسته‌ای رامنشر می‌کند- مشخص نیست. اما در نتیجه‌ی مشاهدات، تقریب‌هایی از مرتبه‌ی ۰.۰۳ پارسک یا کوچک تر به دست آمده است. این اندازه در فواصلی از مرتبه‌ی گیگا پارسک، متناظر با ابعاد زاویه‌ای کوچکتر از 10^{-6} ثانیه‌ی قوسی است که در مقایسه با زوایای انحراف ناشی از کهکشان‌ها و خوشه‌های کهکشانی (۱ ثانیه قوسی یا بیشتر) بسیار کوچک است.

به طور مشابه در مورد ستاره‌ها، ابعاد ستاره‌های خورشیدگونه در حدود 1.5×10^{11} سانتی متر است که در فواصل نوعی ۵۰ کیلو پارسک (برای ابر ماژلانی بزرگ) متناظر با زوایایی از مرتبه‌ی 10^{-6} ثانیه‌ی قوسی است. برای ستاره‌های غول سرخ^{۴۲}، با شعاعی صد برابر بزرگ تر از خورشید، قطر زاویه‌ای 10^{-4} ثانیه‌ی قوسی است؛ این زاویه هنوز کوچک تر از زاویه‌ی انیشتین یک ستاره‌ی خورشید گونه است که در فاصله نصف غول سرخ با ما نقش عدسی را بازی می‌کند.

دسته‌ی دوم از چشمه‌ها یعنی چشمه‌های گسترده^{۴۳}، شامل چشمه‌هایی است که ابعادشان در مقایسه با ابعاد جرم همگرا کننده قابل مقایسه یا بزرگ تر است. کهکشان‌های معمولی که تحت همگرایی خوشه‌های کهکشانی قرار گرفته‌اند، از این نوعند. در این حالت معمولاً همگرایی باعث تغییر شکل و اعوجاج چشمه می‌گردد (همگرایی ضعیف). این بدان معناست که تصاویر کهکشان‌های پس زمینه، توسط خوشه‌های پیش زمینه به بیضی‌هایی هم راستا حول خوشه تغییر شکل می‌دهند. گاهی اوقات نیز شبه قوس‌ها^{۴۴} و در مواردی نیز قوس‌های درخشان^{۴۵} ایجاد می‌شوند (همگرایی قوی).

مثالی دیگر از چشمه‌های گسترده، کهکشان‌های رادیویی^{۴۶} هستند که بعضی مواقع تحت اثر همگرایی خوشه‌های پیش زمینه، به حلقه‌های انیشتین نسبتاً کامل تبدیل می‌گردند (به شکل ۲.۱ نگاه کنید).

^{۴۲}Red Giant Stars

^{۴۳}Extended Sources

^{۴۴}Arclet

^{۴۵}Luminous Arcs

^{۴۶}Radio Galaxies

۲.۲.۱ معادله‌ی عدسی

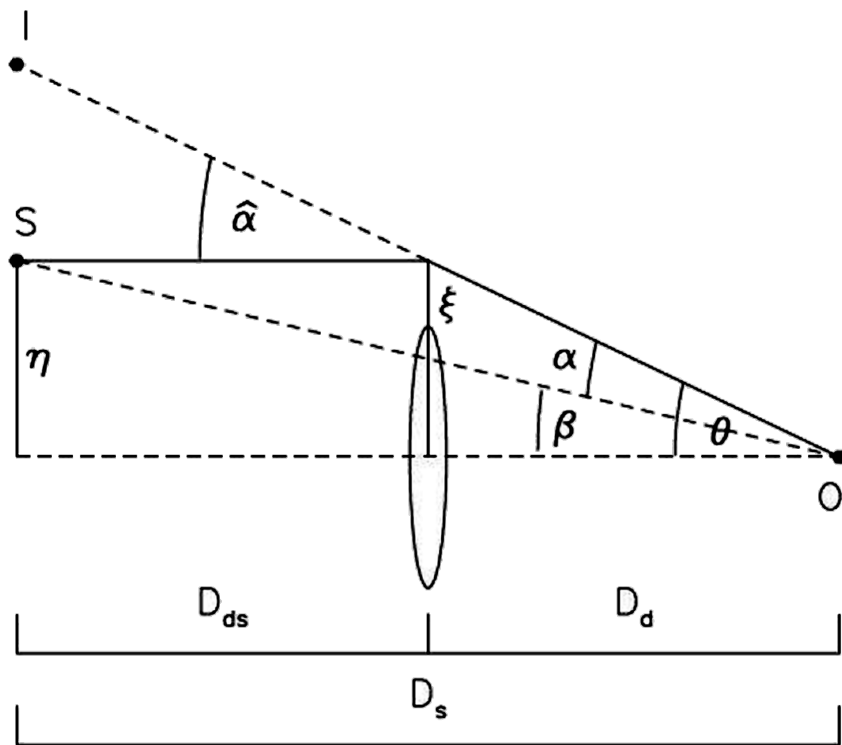
در شکل ۵.۱ ساده ترین آرایش برای یک رویداد همگرایی گرانشی با چشمه و عدسی نقطه‌ای رسم شده است: فاصله‌ی چشمه تا عدسی، عدسی تا ناظر و ناظر تا چشمه به ترتیب عبارت است از: D_{ls} ، D_l و D_s .^{۴۷} چشمه نوری در صفحه‌ی چشمه^{۴۸} و جسم پرجرم که به عنوان عدسی گرانشی عمل می‌کند در صفحه‌ی عدسی قرار دارد^{۴۹}. پرتوی نور از چشمه S خارج شده، به اندازه‌ی زاویه‌ی $\vec{\alpha}$ به طرف عدسی خم می‌شود و به ناظر O می‌رسد. زاویه‌ی بین محور نوری θ و مکان واقعی چشمه $\vec{\beta}$ ، و زاویه‌ی بین محور نوری و مکان تصویر I ، زاویه‌ی $\vec{\theta}$ می‌باشد. برای راحتی زاویه‌ی $\vec{\alpha}$ را تعریف می‌کنیم:

$$\vec{\alpha} = \frac{D_{ls}}{D_s} \vec{\theta}, \quad (2.1)$$

با توجه به شکل (۵.۱) داریم $\theta D_s = \beta D_s - \hat{\alpha} D_{ls}$. بنابراین رابطه‌ی بین مکان چشمه و تصویرش به دست می‌آید:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \overrightarrow{\alpha(\theta)}, \quad (3.1)$$

معادله‌ی (۳.۱) معادله‌ی عدسی نامیده می‌شود. این معادله در حالت کلی یک معادله‌ی غیرخطی است و در نتیجه ممکن است به ازای چندین مکان تصویر، $\vec{\beta}$ ، یک ^{۴۷} در همگرایی گرانشی همه‌ی فواصل با طول هابل $\frac{c}{H_0}$ قابل مقایسه هستند (که H_0 ثابت هابل است) از مرتبه‌ی Mpc و قابل مقایسه با ابعاد کیهان. از آنجا که هندسه‌ی کیهان اقلیدسی نیست ملاحظات کیهانشناسی مهم است و باید منظور از اندازه فاصله معلوم باشد. در همگرایی گرانشی اندازه‌ی درست فاصله angular diameter distance است که در اینجا و در ادامه منظور از فاصله در واقع همان angular diameter distance است.^{۴۸} صفحه‌ی چشمه صفحه‌ای است که در محل چشمه‌ی نوری عمود بر خط دید است، به عبارت دیگر صفحه‌ای مماس بر کره‌ای به شعاع D_s و به مرکزیت ناظر است.^{۴۹} صفحه‌ای مماس بر کره‌ای به شعاع D_l و به مرکزیت ناظر.^{۵۰} خط راستی را که از ناظر و عدسی می‌گذرد را محور نوری (Optical Axis) می‌نامیم که به عنوان خط مرجع به کار می‌رود.



شکل ۵.۱: نمایی از ساده ترین سیستم همگرایی گرانشی: باریکه‌های نور از چشمه‌ی S در فاصله‌ی عرضی η از محور اپتیکی منتشر می‌شود و با فاصله‌ی عرضی ξ از عدسی عبور می‌کنند. زاویه‌ی جدایی چشمه و تصویر از محور اپتیکی از دید ناظر به ترتیب β و θ می‌باشد. فاصله‌ی چشمه تا عدسی، عدسی تا ناظر و ناظر تا چشمه به ترتیب عبارت است از: D_{ls} ، D_l و D_s .

مکان چشمه، $\vec{\theta}$ ، به دست بدهد. این معادله در واقع یک نگاشت از صفحه‌ی عدسی به صفحه‌ی چشمه است.

۳.۲.۱ شعاع انیشتین

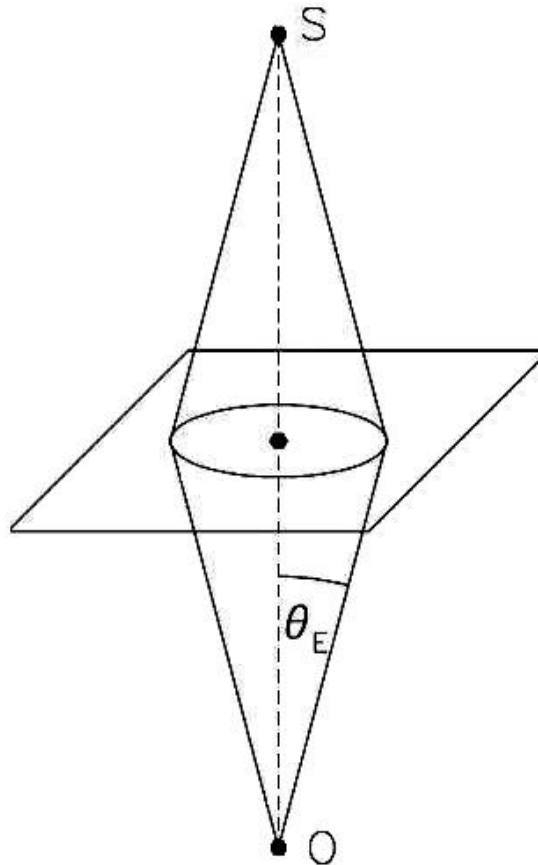
با توجه به معادله‌های ۱.۱، ۲.۱ و ۳.۱ می‌توانیم معادله‌ی عدسی را بازنویسی کنیم:

$$\beta(\theta) = \theta - \frac{D_{ls}}{D_s} \frac{4GM(\theta)}{c^2 \theta}, \quad (4.1)$$

با توجه به تقارن زاویه‌ای (با فرض عدسی نقطه‌ای یا یک عدسی با توزیع جرم متقارن) چنانچه عدسی روی محور نوری قرار گیرد و در نتیجه در معادله‌ی ۴.۱، $\beta = 0$ شود،

معادله ۴.۱ دایره‌ای خواهد بود به شعاع :

$$R_E = \left[\frac{4GM(\theta_E) D_{ls} D_l}{c^2 D_s} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.1)$$



شکل ۶.۱: تصویر چشمه‌ی S که روی محور اپتیکی واقع شده است یک دایره به شعاع انیشتین R_E ، می‌باشد.

این شعاع به شعاع انیشتین معروف است. شکل (۶.۱) وضعیت را نشان می‌دهد. باید توجه کرد که مقدار شعاع انیشتین فقط به مشخصات عدسی بستگی ندارد و به فواصل موجود هم وابسته است. شعاع انیشتین در واقع یک مقیاس زاویه‌ای طبیعی برای بیان هندسه‌ی مسأله‌ی همگرایی گرانشی است. در مواردی که چند تصویر داریم به طور معمول فاصله‌ی میان تصویرها از مرتبه‌ی $2R_E$ است. چشمه‌هایی که فاصله