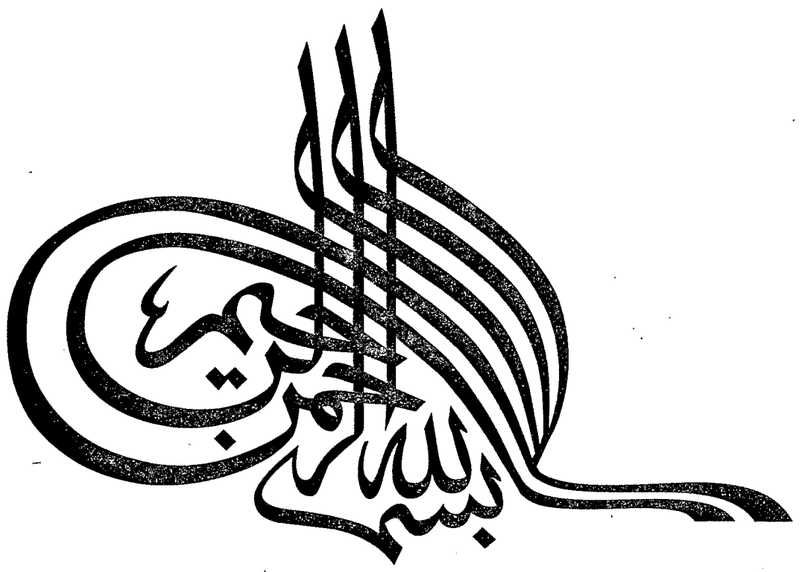


٤١١٨٦

۱۳۸۱/۴/۱۰
مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
قسمت مدارک

۱۳۸۱/۴/۱۰

دانشگاه تهران
دانشکده علوم
گروه ریاضی وعلوم کامپیوتر

۱۰/۴/۱۳۸۱

تولید کدهای متناظر با درختان دودوئی

نگارش:

الهه ادریسی

استاد راهنما:

دکتر هایده اهرابیان

پایان‌نامه برای دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد در رشته علوم کامپیوتر

بهمن ماه ۱۳۸۰

٤١٨٥٨

جمهوری اسلامی ایران

دانشگاه تهران

دانشکده علوم

بسمه تعالی

اداره کل تحصیلات تکمیلی دانشگاه

احتراماً به اطلاع میرساند که جلسه دفاع از پایان نامه دوره **کارشناسی ارشد** علوم کامپیوتر خانم الهه ادریسی تحت عنوان:

تولید کدهای متناظر با درختان دودوئی

در تاریخ ۸۰/۱۲/۱٤ **در گروه ریاضی و علوم کامپیوتر دانشکده علوم دانشگاه تهران** برگزار گردید.
هیأت داوران بر اساس کیفیت پایان نامه، مقالات انتشار یافته، استماع دفاعیه و نحوه پاسخ به سؤالات، **پایاننامه** ایشان را **برای دریافت درجه کارشناسی ارشد** در رشته علوم کامپیوتر معادل با ٦ واحد با نمره ۱۹/۲۵ با درجه عالی مورد ارزشیابی قرار داد.

هیأت داوران

سمت	نام و نام خانوادگی	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه	امضاء
۱. استاد راهنما	دکتر هایده اهرابیان	استادیار	تهران	
۲. استاد مشاور	دکتر روزبه ترابی	استادیار	تهران	
۳. استاد داور	دکتر محمدابراهیم شیری	استادیار	امیرکبیر	

معاون تحصیلات تکمیلی گروه
سیامک یاسمی

مدیر گروه
حمید پزشک

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده
ارفوف رسول اخروی
دانشکده علوم
آموزش تحصیلات تکمیلی

چکیده :

در این رساله به بررسی الگوریتمهای ارائه شده برای تولید درختان دودوئی پرداخته شده است. الگوریتمهای ارائه شده به واسطه نوع دنباله دسته‌بندی شده‌اند. گروه اول شامل الگوریتمهایی می‌باشد که درختان دودوئی را بصورت دنباله‌های 1-0 تولید می‌کنند و گروه دیگر شامل الگوریتمهایی است که دنباله‌های عددی تولید می‌کنند.

در گروه اول الگوریتمهای زکس [1] [16] و اهرابیان و نوذری [1] و گوپتا [2] [5] مورد بررسی قرار گرفته شده است.

در گروه دوم الگوریتمهای پائلو [3] و راکا [4] [9]، اهرابیان و نوذری [2]، پائلو [10] و زرلینگ [5] [17] شرح داده شده است.

در انتها، قابلیت تبدیل دنباله‌های تولید شده توسط هر الگوریتم به انواع دیگر، مورد بحث قرار گرفته است. سپس الگوریتمهایی برای انجام این تبدیلات طراحی و ارائه می‌شود. این تبدیلات بصورت دوچرخه ضلعی و شعاعی با اتصالات دو طرفه طراحی شده است.

1- Zaks
2- Gupta
3- Pallo
4- Racca
5- Zerling

تشکر و قدر دانی

با تشکر از **پدر و مادر** مهربانم که همواره تشویقهایشان مایه پشتکار و دلگرمی ام بوده است.

و

*با تشکر از **خواهران و برادران** عزیزم که با فراهم آوردن محیطی آرام یاری دهنده و مشوق من بوده اند.*

تشکر و قدر دانی

مراتب سپاسگزاری عمیق خود را از استاد ارجمند، سرکار خانم دکتر اهرابیان ، بخاطر راهنمایی های مفید و ارزنده ایشان در طول دوران تحصیل و نگارش این پایان نامه ابراز می دارم.امیدوارم در آینده نیز از راهنمایی های ارزنده شان بهره بیشتر ببرم .

از نظرات و پیشنهادات ارزشمند جناب آقای نوذری کمال تشکر را دارم . همچنین از ریاست محترم گروه ریاضی و علوم کامپیوتر دانشکده علوم دانشگاه تهران ، جناب آقای دکتر پزشک و آقای دکتر شیری وآقای دکتر ترابی که داوری این پایان نامه را بر عهده داشتند تقدیر و تشکر می نمایم.همچنین از خانم دالوند که در تایپ این پایان نامه صمیمانه همکاری نمودند، تشکر می کنم .در پایان از کلیه دوستان که مرا در انجام این امر یاری داده اند تشکر کرده و برای همه آنها آرزوی موفقیت دارم.

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تقدیم به آرزو

فهرست

عناوین	صفحه
مقدمه	۱
فصل اول : مفاهیم اولیه	
۱-۱ *گراف*	۳
۱-۲ *درخت*	۴
۱-۳ *الگوریتم*	۷
۱-۴ *نمایش درخت دودویی*	۹
فصل دوم :الگوریتم های تولید درختان دودویی به صورت دنباله های 1-0	
۲-۱ *الگوریتم زکس*	۱۳
۲-۱-۱ *B-دنباله*	۱۳
۲-۱-۲ *الگوریتم تولید B-دنباله*	۱۵
۲-۱-۳ *الگوریتم رتبه گذاری درخت*	۱۷
۲-۱-۴ *الگوریتم بازیابی B-دنباله درخت از رتبه آن*	۱۹
۲-۲ *الگوریتم اهرابیان و نوذری*	۲۰
۲-۲-۱ *تعریف A_{0-1}-دنباله*	۲۰
۲-۲-۲ *الگوریتم تولید*	۲۱
۲-۲-۳ *شمارش تعداد دنباله های تولید شده*	۲۴
۲-۲-۴ *الگوریتم رتبه گذاری درخت*	۲۷
۲-۲-۵ *الگوریتم بازیابی درخت از رتبه*	۲۹
۲-۳ *الگوریتم گوپتا*	۳۰
۲-۳-۱ *تعریف دنباله صفر و یک گوپتا*	۳۱
۲-۳-۲ *الگوریتم تولید G-دنباله*	۳۱
فصل سوم : الگوریتمهای تولید درختان دودویی به صورت دنباله های عددی	
۳-۱ *الگوریتم پائلو و راکا*	۳۶
۳-۱-۱ *P-دنباله*	۳۶
۳-۱-۲ *الگوریتم تولید درختان دودویی به صورت P-دنباله*	۴۱
۳-۱-۳ *الگوریتم رتبه گذاری درخت*	۴۵
۳-۱-۴ *الگوریتم بازیابی درخت از رتبه آن*	۵۰

فهرست

عناوین		صفحه
۳-۱-۵	*L-دنباله*	۵۰
۳-۱-۶	*الگوریتم L-دنباله*	۵۵
۳-۱-۷	*الگوریتم رتبه گذاری درخت*	۵۶
۳-۱-۸	*الگوریتم بازیابی درخت از رتبه*	۵۶
۳-۲	*الگوریتم اهرابیان و نوذری*	۵۷
۳-۲-۱	*تعریف A-دنباله*	۵۷
۳-۲-۲	*الگوریتم تولید A-دنباله*	۶۰
۳-۲-۳	*الگوریتم رتبه گذاری درخت*	۶۲
۳-۲-۴	*الگوریتم بازیابی A-دنباله درخت از رتبه*	۶۴
۳-۳	*الگوریتم پائلو*	۶۵
۳-۳-۱	*W-دنباله*	۶۵
۳-۳-۲	*الگوریتم تولید درختان دودویی به صورت W-دنباله*	۶۶
۳-۳-۳	*الگوریتم رتبه گذاری W-دنباله درخت*	۶۹
۳-۳-۴	*اگوریتم بازیابی w-دنباله درخت از رتبه آن*	۷۱
۳-۴	*الگوریتم زرلینگ*	۷۲
۳-۴-۱	*C-دنباله*	۷۲
۳-۴-۲	*الگوریتم تولید C-دناله*	۷۴

فصل چهارم : تبدیلات دنباله های متناظر با درختان دودویی

۴-۱	*تبدیلات ضلعی*	۷۸
۴-۱-۱	*الگوریتم تبدیل A-دنباله به L-دنباله و وارون آن*	۷۸
۴-۱-۲	*الگوریتم تبدیل L-دنباله به W-دنباله و وارون آن*	۸۰
۴-۱-۳	*الگوریتم تبدیل W-دنباله به C-دنباله و وارون آن*	۸۲
۴-۱-۴	*الگوریتم تبدیل C-دنباله به G-دنباله و وارون آن*	۸۴
۴-۱-۵	*الگوریتم تبدیل G-دنباله به A_{0-1}-دنباله و وارون آن*	۸۶
۴-۱-۶	*الگوریتم تبدیل A_{0-1}-دنباله به P-دنباله و وارون آن*	۸۸
۴-۱-۷	*الگوریتم تبدیل P-دنباله به A-دنباله و وارون آن*	۹۰

فهرست

عناوین		صفحه
۴-۲	تبدیلات شعاعی	۹۶
۴-۲-۱	الگوریتم تبدیل B-دنباله به A-دنباله و وارون آن	۹۶
۴-۲-۲	الگوریتم تبدیل B-دنباله به L-دنباله و وارون آن	۱۰۰
۴-۲-۳	الگوریتم تبدیل B-دنباله به W-دنباله و وارون آن	۱۰۱
۴-۲-۴	الگوریتم تبدیل B-دنباله به C-دنباله و وارون آن	۱۰۳
۴-۲-۵	الگوریتم تبدیل B-دنباله به G-دنباله و وارون آن	۱۰۶
۴-۲-۶	الگوریتم تبدیل B-دنباله به A_{0-1}-دنباله و وارون آن	۱۰۷
۴-۲-۷	الگوریتم تبدیل B-دنباله به P-دنباله و وارون آن	۱۰۹
	مراجع	۱۱۲
	پیوست	۱۱۳

مقدمه :

تاکنون الگوریتمهای زیادی برای تولید درختان دودوئی با تعداد گرههای ثابت ارائه و منتشر شده است. هر کدام، درختان دودوئی را با روش خاصی بصورت یک دنباله کدگذاری کرده و سپس این دنباله‌ها را بطور قاموسی تولید می‌کنند. الگوریتمهای تولید، دنباله‌ها را با یک ترتیبی تولید می‌کنند. در این خصوص، زکس و پائلو*[8,15]*دو ترتیب برای درختان دودوئی به نامهای *A-Order* و *B-Order* تعریف نموده اند. کنوت [1] *[5]* نیز مبحث الگوریتمهای رتبه‌گذاری [2] و بازیابی دنباله از رتبه درخت [3] را برای درختان دودوئی مطرح نمود. از جمله الگوریتمهایی که در این مبحث ارائه شده است الگوریتم تولید درختان دودوئی ارائه شده توسط زکس *[15]* که دنباله‌ای به نام *Bitstring* را تولید می‌کند. الگوریتم تولید درختان دودوئی بصورت کدهای گری ارائه شده توسط راسکی [4] و پروسکروسکی [5] *[10]* و الگوریتم تولید *Ballot* – دنباله ارائه شده توسط روتم [6] *[11]*می‌باشد. دنباله‌های *P*– دنباله و *L*– دنباله که در ترتیب *A-Order* و *B-Order* تولید می‌شوند نیز توسط پائلو و راکا *[8]* مطرح شده است. الگوریتمهای دیگری در این راستا ارائه شده است که در این پایان‌نامه به شرح تعدادی از این الگوریتمها پرداخته شده است.

در این پایان‌نامه نشان خواهیم داد که این دنباله ها قابل تبدیل به یکدیگر می‌باشند. نهایتاً الگوریتمهای تبدیل از یک نوع دنباله درخت.به نوع دیگر را ارائه خواهیم داد این پایان‌نامه شامل چهار فصل می‌باشد. فصل اول مفاهیم اولیه تعریف می‌شوند. تعاریفی از قبیل گراف، درخت و الگوریتم *[7,12]* به همراه جزئیات بیشتر مطرح می‌شوند. از این تعاریف در فصول بعدی استفاده خواهد شد. فصل دوم الگوریتمهای تولید درختان دودوئی بصورت دنباله‌های *0-1* بررسی می‌شود. در این فصل دنباله‌های ارائه شده توسط زکس *[15]* و اهرابیان و نوذری *[1]* و گوپتا *[4]* که دارای دنباله‌های *Bitstring* و A_{0-1} دنباله و *G*– دنباله می‌باشند بررسی می‌شود. در فصل سوم الگوریتمهای موجود برای تولید درختان دودوئی بصورت دنباله‌های عددی بررسی شده است.

1- Knuth
2- Ranking
3- Unranking
4- Ruskey
5- Proskurowski
6- Rotem

در این فصل ابتدا الگوریتمهای ارائه شده توسط پائلو و راکا *[8]* با دنباله‌های *P- دنباله* و *L-* دنباله بررسی شده است سپس الگوریتم اهرابیان و نوذری *[2]* که دنباله‌ای به نام *A-* دنباله را تولید می‌کند بررسی شده است. در ادامه این فصل الگورتیمهای تولید *Weight-* دنباله و *Code Word-* دنباله که به ترتیب توسط پائلو *[9]* و زرلینگ *[16]* بیان شده است، شرح داده خواهد شد.

فصل چهارم شامل الگوریتمهای تبدیل انواع دنباله‌های درختان دودوئی می‌باشد. ما در این فصل نشان خواهیم داد که با وجود تفاوتهایی در تعریف،ساختار وخصوصیات دنباله ها، روابطی بین آنها وجود دارد که با استفاده از این روابط می‌توان الگوریتمهای تبدیلی نوشت تا از یک نوع دنباله درخت، نوع دیگری از دنباله همان درخت را تولید می شود. در این فصل ۲۸ الگوریتم ارائه می‌شود که با استفاده از آنها می توان دو چرخهٔ تبدیل ضلعی و شعاعی ایجاد نمود که در این چرخه‌ها تبدیلات دو طرفه می‌باشد. برای اثبات الگوریتمها قضایای مربوطه نیز ارائه شده است.

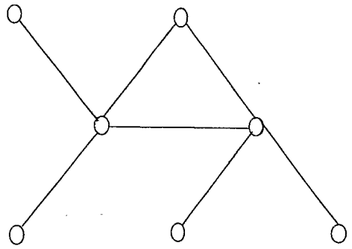
فصل اول

تعاریف اولیه

در این فصل، مفاهیم اولیه گراف، درخت و الگوریتم بیان می‌شود *[7,12]*. در ادامه مسئله نمایش درخت دودوئی و الگوریتمهای تولید درختان دودوئی با تعداد گره‌های ثابت به همراه جزئیات بیشتر آن مطرح می‌شوند.

۱-۱- گراف

مجموعه‌ای از نقاط که رئوس [1] نامیده وبا V نمایش داده می شوند، به همراه مجموعه‌ای از اتصالات تحت عنوان یال [2] که با E نشان داده می شوند، یک گراف $G(V,E)$ نامیده می‌شود. یال‌ها در یک گراف می‌توانند یک طرفه و یا دو طرفه باشند. اگر یال‌ها یک طرفه باشند، گراف، جهت‌دار نامیده می‌شود. یک گراف فاقد جهت، بصورت یالهای دو طرفه بیان می گردد و در نمایش، نوک پیکان‌ها نشان داده نمی‌شود.



(ب)- گراف جهت‌دار

(الف) – گراف بدون جهت

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
پژوهشگاه مدارک

1- *Vertices*
2- *Edge*

- مسیر [1] و دور [2] در یک گراف

یک مسیر از رأس u به راس v در گراف $G(V,E)$ یک دنباله غیر تهی و متناهی از رئوس و یالهای متمایز مانند $u = u_0, e_1, u_1, e_2, \ldots, u_{n-1}, e_n, u_n = v$ می‌باشد که در آن e_i یال $u_{i-1}\ u_i$ است. اگر در یک مسیر رأس ابتدا و رأس انتها، یکسان باشند این مسیر، دور نامیده می‌شود.

۱-۲ درخت

گراف ساده همبند و بدون دور، درخت نامیده می‌شود. اگر u و v دو رأس غیرمجاور در درخت T باشند آنگاه $T+uv$ دقیقاً شامل یک دور می‌شود.

قضیه : اگر T یک گراف با n رأس و m یال باشد آنگاه گزاره‌های زیر معادلند :

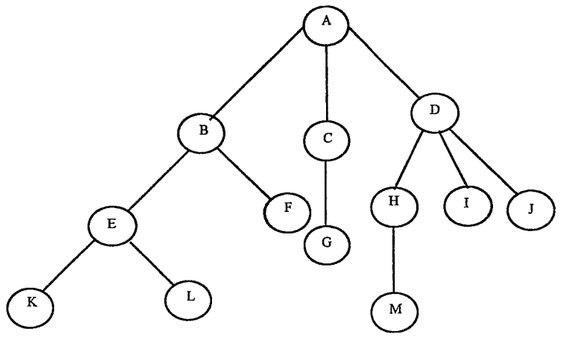
- T یک درخت است .
- T بدون دور است و $m=n-1$.
- T همبند است و $m=n-1$.
- T همبند است و با حذف هر یال، ناهمبند می‌شود .
- هر دو رأس در T فقط با یک مسیر، به هم متصل‌اند .
- T بدون دور است ولی از به هم وصل کردن دو رأس آن، یک و فقط یک دور بدست می‌آید.

در درخت رئوس ,گره [3] و یال‌ها, شاخه [4] نامیده می‌شوند.

در متداول‌ترین نوع درخت، یک گره به نام ریشه [5] وجود دارد که هیچ شاخه‌ای به آن وارد نمی‌شود. سایر گره‌های درخت، دارای یک شاخهٔ ورودی یکطرفه می‌باشند و می‌توان با شروع پیمایش درخت از ریشه به تمامی گره‌ها رسید.

گره‌های دیگر در مجموعه‌های $T_1, T_2, \ldots, T_n$ که هر کدام خود یک درخت می‌باشند، افراز می‌شوند. در این صورت $T_1, T_2, \ldots, T_n$ را زیر درختهای [6] ریشه می‌نامند.

1-.Path
2- Cycle
3-Node
4- Branches
5-Root
6- Subtree



شکل ۱-۲ نمونه‌ای از یک درخت

درجه [1] **:**

تعداد زیر درختهای یک گره، درجهٔ آن گره نامیده می‌شود. در شکل ۱-۲ درجهٔ گره A ,۳ می‌باشد. درجهٔ یک درخت معادل با بالاترین درجهٔ گره‌های آن درخت می‌باشد. گره‌ای که دارای درجهٔ صفر است، برگ [2] یا پایانه نامیده می‌شود.

در شکل ۱-۲ مجموعهٔ $\{K,L,F,G,M,I,J\}$ برگهای درخت می‌باشند. ریشه‌های زیر درختان یک گره، فرزندان [3] آن گره نامیده می‌شوند و نیز آن گره والد [4] فرزندان خود می‌باشند. -

بعنوان مثال، در شکل ۱-۲ فرزندان D، $\{H,I,J\}$ می‌باشند و والد D گرهٔ A می‌باشد. گره‌هایی که یک والد مشترک دارند، همزاد [5] نامیده می‌شوند. اجداد [6] یک گره، گره‌هایی هستند که در یک مسیر ریشه تا گرهٔ مورد نظر واقع شده اند. در شکل ۱-۲، اجداد گرهٔ M,$\{A,D,H\}$ می‌باشند.

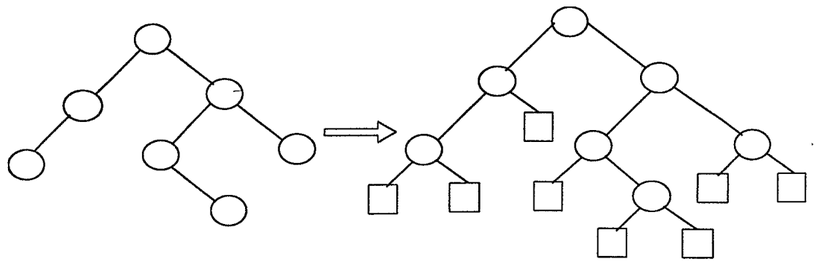
1- Degree
2- Leaf
3- Chilren
4-Parent
5- Sibling
6- Ancestors

درختهای دودوئی [1] **:**

درخت دودوئی، درختی است که هر گرهٔ آن حداکثر ۲ فرزند دارد. درخت دودوئی از انواع مهم ساختار درخت است که کاربردهای زیادی دارد. برای درخت دودوئی مفاهیم زیردرخت چپ و راست را تعریف می‌کنیم در حالی که این تعاریف برای درختان با درجهٔ بالاتر معنا ندارد. یک درخت دودوئی یا تهی است، یا حاوی مجموعهٔ محدودی از گره‌ها، شامل یک ریشه و دو درخت دودوئی که زیردرختهای چپ و راست نامیده می‌شوند. در صورتی که T یک درخت دودوئی با n گره تعریف شده باشد. تعداد گره‌های درخت با $|T|$ نشان داده می‌شود.

درخت دودوئی منظم [2] **:**

درخت دودوئی منظم، یک درخت دودوئی است که زیردرخت خالی در درخت با یک گرهٔ خاص توسعه یافته است. این گره‌ها راگره‌های خارجی [3] می‌نامند و با □نمایش داده می‌شوند. در این حالت گره‌های درخت را گره‌های داخلی [4] می‌نامند.



(ب) درخت دودوئی با ۷ گره

(الف) درخت دودوئی منظم با ۷ گره داخلی

شکل ۱-۳- نمونه‌ای از یک درخت دودوئی منظم

1- Binary Tree
2- Regular Binay Tree
3- External Node
4- Internal Node