

1

[] [] [] [] [] [] [] [] []



دانشکده‌ی ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
ریاضی گرایش مالی

موضوع:

احتمال مسئله‌ی ورشکستگی برای فرایندهای
ریسک ارلانگ

نگارش:

مریم شعبانی

استاد راهنما:

دکتر سید مقتدی هاشمی پرست

استاد مشاور:

دکتر جواد دمیرچی

آذرماه ۱۳۹۰

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است

به پاس قلب‌های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهمان به شجاعت می‌گراید

و

تقدیم به

همه‌ی کسانی که لایق واژه‌ی زیبای دوست هستند...

تشکر و قدردانی

پروردگار قادر و متعال را که بر بنده توفیق تحصیل علم مرحمت فرمود، شاکر هستم. در ابتدا بر خود لازم می‌دانم که از زحمات بی دریغ استاد ارجمند و گرانقدر جناب آقای دکتر سید مقتدی هاشمی پرست که در طی انجام این پایان نامه بنده را با رهنمودهای ارزشمند خود یاری نمودند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. همچنین از آقای دکتر جواد دمیرچی که مسئولیت مشاوره این تحقیق را بر عهده داشته‌اند و نیز از اساتید گرانقدر جناب آقای دکتر معمارباشی و جناب آقای دکتر نوری به جهت تقبل بازخوانی این پایان نامه کمال تشکر را دارم.

چکیده

در این پایان نامه ابتدا به بررسی احتمال ورشکستگی در زمان نامتناهی، برای مدل ریسک کلاسیک و مدل ریسک ارلانگ (۲) می پردازیم. برای این منظور احتمال بقای زمان نامتناهی را به عنوان یک متغیر تصادفی هندسی مرکب در نظر می گیریم و بیانی برای احتمال بقا و توزیع ارتفاع نردبان در این دو مدل ریسک ارائه می دهیم.

سپس به بررسی تابع چگالی زمان ورشکستگی و تابع چگالی توأم زمان ورشکستگی و کسری در ورشکستگی در مدل ریسک ارلانگ (۲)، وقتی مقدار خسارات فردی دارای توزیع نمایی و ارلانگ (۲) می باشد، می پردازیم. همچنین مورد خاصی را که مازاد اولیه بیمه گر صفر باشد، مورد بررسی قرار می دهیم.

واژه های کلیدی: احتمال ورشکستگی، توزیع ارتفاع نردبان، توزیع هندسی مرکب، احتمال بقا، توزیع ارلانگ، فرایند ریسک کلاسیک، معادله اساسی لوندبرگ، زمان ورشکستگی، خسارات نمایی، تبدیل لاپلاس

فهرست مندرجات

۱	مقدمه
۴	۱ تعاریف و مفاهیم اولیه
۴	۱.۱ معرفی برخی توزیع‌های مورد نیاز
۹	۲.۱ تبدیل لاپلاس
۱۱	۳.۱ مفهوم ریسک در ادبیات بیمه
۱۶	۴.۱ توصیف ریاضی فرایند ریسک
۱۹	۵.۱ مدل ریسک جمعی
۲۶	۶.۱ فرایند ریسک
۲۹	۲ احتمال ورشکستگی نهایی

۲	
۲۹	۱.۲ نظریه‌ی ریسک کلاسیک
۳۳	۲.۲ احتمال ورشکستگی نهایی ریسک کلاسیک
۳۸	۳.۲ مدل ریسک ارلانگ (۲)
۴۴	۴.۲ نتایج عددی
۴۶	۵.۲ محاسبه‌ی کران‌هایی برای احتمال بقا و ورشکستگی
۴۹	۳ احتمال ورشکستگی زمان متناهی
۵۰	۱.۳ مفاهیم و قضایای مقدماتی
۶۰	۲.۳ محاسبه‌ی $w(0, y, t)$ و $w(0, t)$
۶۵	۳.۳ خسارات نمایی
۷۱	۴.۳ خسارات ارلانگ (۲)
۸۰	۵.۳ اشاره‌ای به نتایج ارائه‌شده برای ریسک ارلانگ (n)
۸۲	مراجع
۸۵	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

مقدمه

واژه‌ی ریسک در ادبیات بیمه تعابیر گوناگونی دارد. از دیدگاه مدیریت بیمه، ریسک صرفاً عبارت است از عدم اطمینان از وقوع خطر. بیمه در زبان فارسی از کلمه بیم به معنای ترس گرفته شده است. بیمه علمی است که به موجب آن یک طرف تعهد می‌کند در ازای دریافت وجه یا وجوهی از طرف دیگر، در صورت وقوع یا بروز حادثه معین، خسارت حاصل از آن را جبران نموده و یا مخارج مربوط به جبران خسارت را تقبل نماید. متعهد را بیمه‌گر، طرف تعهد را بیمه‌گذار و وجهی را که بیمه‌گذار به بیمه‌گر می‌پردازد، حق بیمه می‌نامند.

کلمه خطر در بیمه برای توصیف عامل بروز خسارت و زیان مالی یا جانبی بکار می‌رود به عنوان مثال خطر آتش‌سوزی، خطر تصادف، خطر سرقت و غیره به همین معنی هستند.

به بیانی دیگر بیمه یک مکانیسم انتقال ریسک است که از طریق آن بار ریسک زیان‌های ناشی از وقوع خسارت از یک شخص یا بنگاه اقتصادی به دیگران منتقل شده و در سطح گسترده‌تر پیش‌بینی شده‌ای قرار می‌گیرد. از این رو مسائل مربوط به ورشکستگی برای ادامه‌ی حیات یک شرکت بیمه بسیار مهم است و در تصمیم‌گیری‌های مدیریت یک شرکت بیمه نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند. نظریه‌های ریسک و نظریه‌های مرتبط با آن، بخصوص ورشکستگی نقش مهمی را در ریاضیات بیمه دارند.

در این پایان‌نامه ریسک را به عنوان یک فرایند تصادفی در طول زمان بررسی کرده و به بررسی احتمال ورشکستگی در مدل ریسک کلاسیک و ارلانگ (۲) خواهیم پرداخت.

تاکنون کتاب‌ها و مقالات بسیاری در این زمینه نوشته و پژوهش‌های بسیاری در این مورد انجام شده است. در ابتدا اکثر مقاله‌های ارائه شده بر اساس مدل ریسک کلاسیک بود یعنی حالتی که خسارت‌های

واقع شده دارای توزیع نمایی باشند، اما کم‌کم مدل‌های ریسک دیگری نیز مورد بررسی قرار گرفت که مهم‌ترین آن مدل ریسک تجدید می‌باشد که دارای انواع مختلفی است که در این پایان‌نامه به بررسی یکی از انواع مهم این مدل به نام مدل ریسک ارلانگ (۲) خواهیم پرداخت. در ارتباط با این مدل می‌توان به مقاله‌ای از دیکسون^۱ و هیپ^۲ (۱۹۹۸) اشاره کرد که مبادرت به محاسبه‌ی احتمال ورشکستگی زمان نامتناهی نمودند. بعد از آن اکثر مقاله‌های ارائه شده به بررسی احتمال ورشکستگی زمان متناهی پرداختند.

در این پایان‌نامه در مدل ریسک ارلانگ (۲) اساس محاسبات مربوط به مقاله ارائه شده توسط دیکسون و هیپ در سال ۲۰۰۱ می‌باشد که در آن با استفاده از تبدیلات لاپلاس، چگالی احتمال ورشکستگی زمان متناهی را مورد بررسی قرار داده‌اند. به طور کلی فرمول‌های دقیق بسیار کمی برای چگالی احتمال ورشکستگی زمان متناهی وجود دارد. دیکسون و ویلموت^۳ در سال ۲۰۰۵ فرمولی برای چگالی زمان ورشکستگی در مدل ریسک کلاسیک برای حالت خاصی که مقدار خسارات دارای توزیع ارلانگ آمیخته نامتناهی باشند، ارائه دادند. بعد از آن نیز افراد دیگری از جمله دیکسون و باراکو^۴ در سال ۲۰۰۵ و ویلموت در سال ۲۰۰۷ به بررسی این احتمال پرداختند. دیکسون در سال ۲۰۰۸ فرمولی برای محاسبه چگالی توأم زمان ورشکستگی و کسری در ورشکستگی در مدل ریسک کلاسیک وقتی توزیع مقدار خسارات فردی ارلانگ (۲) باشد، ارائه داد. در صورتیکه در حال حاضر هیچ نتیجه مشابهی برای مدل ریسک تجدید وجود ندارد. اما در این پایان‌نامه که بر پایه‌ی مقاله‌ای از دیکسون و لی^۵ (۲۰۱۰) نگاشته شده است به استخراج نتایج مشابهی برای مدل ریسک ارلانگ (۲) مشابه روش ارائه شده توسط دیکسون در سال ۲۰۰۸ می‌پردازیم.

در اینجا خلاصه‌ای از آنچه که در این پایان‌نامه مطرح می‌گردد، بیان می‌شود تا خواننده با روند نگارش این پایان‌نامه آشنا شود.

در فصل اول در ابتدا تعاریف و مفاهیم مقدماتی در رابطه با توزیع‌های مورد نیاز در این پایان‌نامه مطرح می‌گردد و سپس تعاریفی در مورد ریسک و اصطلاحات بیمه بیان می‌گردد. در ادامه فصل ریسک را از

^۱ Dickson

^۲ Hipp

^۳ Willmot

^۴ Barokove

^۵ Li

دیدگاه ریاضی بیان می‌کنیم. از دیدگاه ریاضی ریسک یک مقدار عددی است که برای هر ضرر، خطر و یا زیانی وجود دارد. احتمال زبان گویای ریسک است، کمی کردن مفهوم کیفی ریسک بر عهده احتمال است. در عمل تنها به دنبال ریسک‌هایی هستیم که در زندگی ما مهم‌تر هستند، سپس به دنبال مدیریت ریسک‌های مهم در زندگی هستیم و بیمه این ارزش را دارد که با مدیریت ریسک، ریسک را از بیمه‌گذار به خود منتقل می‌کند و در ازای آن وجهی را دریافت می‌کند که آن را حق بیمه می‌نامند. در انتهای فصل احتمال ورشکستگی را بیان می‌کنیم که در واقع بحث اصلی این پایان‌نامه می‌باشد. در فصل دوم احتمال ورشکستگی را در زمان نامتناهی برای دو مدل ریسک کلاسیک و ریسک ارلانگ (۲) مورد بررسی قرار می‌دهیم. اساس محاسبات، تبدیلات لاپلاس می‌باشند. در انتهای فصل با ارائه مثالی، نتایج عددی را برای فرمول‌های بدست آمده مورد بررسی قرار می‌دهیم. در فصل سوم احتمال ورشکستگی در زمان متناهی را برای مدل ریسک ارلانگ (۲) بررسی می‌کنیم. در ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که مازاد اولیه بیمه‌گر صفر باشد. سپس فرمولی برای چگالی زمان ورشکستگی در حالتی که مقدار خسارات فردی دارای حالت خاصی از توزیع ارلانگ آمیخته باشند را بیان می‌کنیم و همچنین به بیان فرمولی برای چگالی توأم زمان ورشکستگی و کسری در ورشکستگی می‌پردازیم.

این پایان‌نامه تفصیل کامل مقاله زیر از دیکسون و لی در سال ۲۰۱۰ است:

Finite time ruin problems for the Erlang(2) risk model

امید است که نتایج بدست آمده در این پایان‌نامه بتواند راه‌گشای خواننده گرامی در مسائل بیمه‌ای

باشد.

فصل ۱

تعاریف و مفاهیم اولیه

از آنجا که آشنایی با برخی مفاهیم و اصطلاحات اولیه برای درک بهتر این پایان نامه لازم است، در این بخش سعی بر آن شده است که به طور خلاصه به آنها پرداخته و خواننده برای اطلاعات بیشتر به منابع مختلف ارجاع داده می شود.

۱.۱ معرفی برخی توزیع های مورد نیاز

تعریف ۱.۱.۱ فرض کنیم X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. مجموع این دو متغیر تصادفی را با $S = X + Y$ نشان می دهیم. فرض کنیم $F_S(s)$ نشان دهنده ی تابع توزیع S باشد. طبق تعریف تابع توزیع داریم:

$$F_S(s) = Pr(S \leq s) = Pr(X + Y \leq s)$$

اگر فرض کنیم X و Y دو متغیر تصادفی گسسته با مقادیر نامنفی باشند، طبق قانون احتمال کل داریم:

$$F_S(s) = \sum_{Y \leq s} Pr(X + Y \leq s | Y = y) Pr(Y = y)$$

$$= \sum_{Y \leq s} Pr(X \leq s - y | Y = y) Pr(Y = y)$$

با توجه به استقلال X و Y می‌توانیم مجموع اخیر را به صورت زیر بنویسیم:

$$F_S(s) = \sum_{Y \leq s} F_X(s - y) f_Y(y) \quad (1.1)$$

تابع احتمال نظیر این تابع توزیع را می‌توان به شکل زیر محاسبه کرد:

$$f_S(s) = \sum_{Y \leq s} f_X(s - y) f_Y(y)$$

حال اگر فرض کنیم X و Y دو متغیر تصادفی پیوسته و نامنفی باشند. به طور مشابه برای این حالت داریم:

$$F_S(s) = \int_0^s Pr(X \leq s - y | Y = y) f_Y(y) dy$$

بنابراین

$$F_S(s) = \int_0^s F_X(s - y) f_Y(y) dy \quad (2.1)$$

$$f_S(s) = \int_0^s f_X(s - y) f_Y(y) dy$$

در احتمال روابط (۱.۱) و (۲.۱) پیچش^۱ دوتایی توابع توزیع $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ نامیده می‌شوند و با نماد $F_X * F_Y$ نمایش داده می‌شود. پیچش را می‌توان برای یک جفت از توابع احتمال یا توابع چگالی احتمال تعریف کرد. حال اگر مجموع n متغیر تصادفی مستقل را به صورت $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ در نظر بگیریم و فرض کنیم F_i تابع توزیع X_i و $F^{(k)}$ تابع توزیع $X_1 + X_2 + \dots + X_k$ باشند داریم:

^۱ convolution

$$F^{(۲)} = F_۲ * F^{(۱)}$$

$$F^{(۳)} = F_۳ * F^{(۲)}$$

$$F^{(۴)} = F_۴ * F^{(۳)}$$

$$\vdots$$

$$F^{(n)} = F_n * F^{(n-۱)}$$

حال اگر $X_۱ + X_۲ + \dots + X_n$ مجموع n متغیر تصادفی مستقل و هم توزیع با تابع توزیع F باشند داریم:

$$F^{(n)}(s) = F^{n*}(s)$$

$F^{n*}(s)$ پیشش n ام $F(x)$ با خودش را نمایش می دهد. $F^{\circ*}(s)$ را همیشه به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$F^{\circ*}(s) = \begin{cases} ۱ & s \geq ۰ \text{ اگر} \\ ۰ & s < ۰ \text{ اگر} \end{cases}$$

مثال هایی از این توزیع را می توان در [۱] مشاهده کرد.

تعریف ۲.۱.۱ فرایند تصادفی $\{N(t) : t \geq ۰\}$ را یک فرایند شمارشی^۲ گوئیم هرگاه $N(t)$ تعداد کل پیشامدهایی باشد که تا زمان t رخ داده اند. یک فرایند شمارشی در شرایط زیر صدق می کند:

(۱) $N(t)$ مقادیر صحیح نامنفی را اختیار می کند.

^۲ counting process

$$(۲) \text{ اگر } s \leq t \text{ آنگاه } N(s) \leq N(t)$$

(۳) برای $s < t$ ، $N(t) - N(s)$ برابر تعداد پیشامدهایی است که در فاصله‌ی زمانی $[s, t]$ رخ می‌دهند.

تعریف ۳.۱.۱ فرض کنیم که N متغیر تصادفی شمارشی با تابع احتمال $q_n = Pr(N = n)$ برای $n = 0, 1, 2, \dots$ باشد. هم‌چنین فرض کنیم $\{X_n; n = 1, 2, \dots\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی نامنفی و مستقل و هم‌توزیع با تابع توزیع P و مستقل از N باشند. توزیع مجموع تصادفی $S = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ را توزیع مرکب می‌نامیم که در آن، اگر $N = 0$ آنگاه $S = 0$ تابع توزیع S طبق قانون احتمال کل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$F_S(x) = Pr(S \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} Pr(S \leq x | N = n) Pr(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} Pr(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq x) Pr(N = n)$$

طبق تعریف (۱.۱.۱) داریم:

$$Pr(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq x) = P * P * \dots * P(x) = P^{n*}(x)$$

بنابراین

$$F_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P^{n*}(x) q_n$$

معمولاً نام توزیع مرکب را از نام توزیع N می‌گیرند. برای مثال اگر N دارای توزیع هندسی باشد، S دارای توزیع هندسی مرکب خواهد بود.

تعریف ۴.۱.۱ فرایند شمارشی $\{N(t), t \geq 0\}$ را یک فرایند پواسون^۲ با پارامتر $\lambda \geq 0$ می‌نامیم اگر شرایط زیر برقرار باشند:

^۲ poisson

$$N(0) = 0 \quad (1)$$

(۲) فرایند دارای نمونه‌های مانا باشد یعنی برای هر مقدار صحیح k و هر مقدار زمانی $s \leq t$ و نمو $\Delta > 0$ داشته باشیم:

$$Pr[N(t + \Delta) - N(t) = k] = Pr[N(s + \Delta) - N(s) = k]$$

(۳) فرایند دارای نمونه‌های مستقل باشد یعنی برای هر مقدار صحیح $k > 0$ و مقادیر زمانی $0 \leq t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_k$ و متغیرهای تصادفی $N(t_1) - N(t_0)$ ، $N(t_2) - N(t_1)$ ، $N(t_3) - N(t_2)$ ، \dots ، $N(t_k) - N(t_{k-1})$ ، \dots دوه‌دو از هم مستقل باشند.

(۴) وقتی h به اندازه کافی کوچک باشد، $o(h)$ یک همسایگی از h باشد و داشته باشیم

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{o(h)}{h} = 0$$

$$Pr[N(h) = k] = \begin{cases} 1 - \lambda h + o(h) & k = 0 \\ \lambda h + o(h) & k = 1 \\ o(h) & k \geq 2 \end{cases}$$

شرط چهارم در واقع بیان می‌کند که در فاصله‌های زمانی خیلی کوتاه، احتمال رخ دادن دو پیشامد یا بیشتر صفر است.

اکنون دو خاصیت مهم را در فرایندهای پواسون مطرح می‌کنیم که اثبات آن‌ها در [۲] بیان شده است.

(۱) در هر فرایند پواسون $\{N(t), t \geq 0\}$ ، تعداد پیشامدها در فاصله‌ی زمانی به طول t دارای توزیع پواسون با پارامتر λt می‌باشد. یعنی برای همه‌ی $s, t \geq 0$ داریم:

$$Pr[N(t + s) - N(s) = n] = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(۲) فرض کنیم $0 < T_1 < T_2 < \dots$ به ترتیب نشان دهنده‌ی زمان‌های وقوع اولین، دومین و ... پیشامد باشند در این صورت ثابت می‌شود که متغیر تصادفی زمان‌های بین دو پیشامد یعنی

در هر فرایند پواسون با پارامتر λ ، مستقل و دارای توزیع یکسان نمایی با میانگین $\frac{1}{\lambda}$ هستند.

تعریف ۵.۱.۱ توزیع ارلانگ^۴ یک توزیع پیوسته است که به ازای همه مقادیر حقیقی مثبت بزرگتر از صفر تعریف می‌شود و با دو پارامتر مشخص می‌شود؛ پارامتر شکل k که یک عدد صحیح مثبت و پارامتر نرخ β که یک عدد حقیقی مثبت است. توزیع ارلانگ، حالت خاصی از توزیع گاما می‌باشد و زمانی که پارامتر شکل k برابر با یک باشد به توزیع نمایی تبدیل می‌شود. تابع چگالی احتمال توزیع ارلانگ به صورت زیر می‌باشد،

$$f(x, k, \beta) = \frac{\beta^k x^{k-1} e^{-\beta x}}{(k-1)!} \quad x, \beta \geq 0$$

و تابع توزیع تجمعی توزیع ارلانگ به صورت زیر می‌باشد،

$$F(x; k, \beta) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} e^{-\beta x} \frac{(\beta x)^n}{n!}$$

این توزیع دارای میانگین $\frac{k}{\beta}$ و واریانس $\frac{k}{\beta^2}$ می‌باشد.

۲.۱ تبدیل لاپلاس

تبدیل لاپلاس یکی از ابزارهای مهم برای محاسبه‌ی معادلات دیفرانسیل و معادلات دیفرانسیل انتگرال می‌باشد. از آنجا که اساس محاسبات در این پایان‌نامه تبدیلات لاپلاس می‌باشند، بنابراین در این بخش طبق [۳] به طور خلاصه به معرفی تبدیل لاپلاس و برخی خواص مورد نیاز آن می‌پردازیم.

^۴ Erlang distribution

تعریف ۱.۲.۱. تبدیل لاپلاس هر تابع دلخواه مانند $h(y)$ را برای هر $y \geq 0$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathcal{L}\{h(y)\} = \int_0^{\infty} e^{-sy} h(y) dy = \tilde{h}(s)$$

\mathcal{L} را عملگر تبدیل لاپلاس می‌نامیم.

تعریف ۲.۲.۱. اگر $\mathcal{L}\{h(y)\} = \tilde{h}(s)$ آنگاه می‌گوییم که $H(y) = \mathcal{L}^{-1}\{\tilde{h}(s)\}$ معکوس تبدیل لاپلاس $\tilde{h}(s)$ است. \mathcal{L}^{-1} عملگر معکوس تبدیل لاپلاس نامیده می‌شود.

حال برخی از خواص مورد نیاز تبدیل لاپلاس برای این پایان‌نامه را در زیر بیان می‌کنیم:

(۱) فرض کنیم h_1 و h_2 توابعی باشند که تبدیل لاپلاس آنها موجود باشد و α_1 و α_2 مقادیر ثابت باشند، در این صورت

$$\int_0^{\infty} e^{-sy} (\alpha_1 h_1(y) + \alpha_2 h_2(y)) dy = \alpha_1 \tilde{h}_1(s) + \alpha_2 \tilde{h}_2(s).$$

(۲) تبدیل لاپلاس انتگرال: فرض کنیم h تابعی باشد که تبدیل لاپلاس آن وجود دارد و

$$H(x) = \int_0^x h(y) dy$$

در این صورت

$$\tilde{H}(s) = \tilde{h}(s)/s$$

(۳) تبدیل لاپلاس مشتق: فرض کنیم h یک تابع دیفرانسیبل پذیر باشد که تبدیل لاپلاس آن وجود دارد. در این صورت

$$\int_0^{\infty} e^{-sy} \left(\frac{d}{dy} h(y) \right) dy = s\tilde{h}(s) - h(0)$$

(۴) تبدیل لاپلاس پیچش: فرض کنیم h_1 و h_2 توابعی باشند که تبدیل لاپلاس آنها وجود دارد و $h(x)$ را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$h(x) = \int_0^x h_1(y)h_2(x-y)dy$$

در این صورت

$$\tilde{h}(s) = \tilde{h}_1(s)\tilde{h}_2(s)$$

(۵) تبدیل لاپلاس متغیر تصادفی: فرض کنیم متغیر تصادفی X دارای توزیع H باشد و $H(0) = 0$. در این صورت

$$\tilde{X}(s) = E[e^{-sX}] = \int_0^{\infty} e^{-sy} dH(y)$$

در حالی که توزیع X پیوسته و دارای تابع چگالی h می باشد، داریم:

$$E[e^{-sX}] = \tilde{h}(s)$$

۳.۱ مفهوم ریسک در ادبیات بیمه

از آنجایی که هدف اصلی صنعت بیمه، ایجاد وسیله‌ای جهت جبران خسارت می باشد، این روش صرفاً از طریق شناخت و ارزیابی دقیق خطرانی که ریسک نمودن را میسر می گرداند، عملی است. بنابراین باید به تفسیر مفهوم ریسک پرداخت. به طور کلی انسان در زندگی خود در معرض ریسک‌های مختلفی قرار می گیرد. هر عملی که انسان در زندگی اش انجام می دهد و یا هر تصمیمی که اتخاذ می کند همراه با ریسک است، زیرا نمی توانیم صددرصد مطمئن باشیم که از تصمیمی که می گیریم صددرصد نتیجه دلخواه را بدست خواهیم آورد پس می توان گفت هر جا ریسک وجود دارد احتمال خطر هم وجود دارد زیرا این خطرات هستند که نتایج دلخواه را تهدید می کنند. در این بخش در ابتدا برخی تعاریف

مهم در بیمه را بیان می‌کنیم و سپس به طبقه بندی ریسک در حالت کلی و از دیدگاه بیمه‌ای می‌پردازیم.

تعریف ۱.۳.۱ بیمه در زبان فارسی از کلمه بیم به معنای ترس گرفته شده است. بیمه علمی است که به موجب آن یک طرف (بیمه‌گر) تعهد می‌کند در ازاء دریافت وجه یا جوهی (حق بیمه) از طرف دیگر (بیمه‌گذار)، در صورت وقوع یا بروز حادثه معین، خسارت حاصل از آن را جبران نموده و یا مخارج مربوط به جبران خسارت را تقبل نماید.

تعریف ۲.۳.۱ بیمه‌گر شخص حقوقی است که جهت انجام حرفه بیمه‌گری باید شرایط خاصی را که قانون تعیین می‌کند دارا باشد. همچنین در ازاء دریافت حق بیمه، متعهد جبران خسارت احتمالی خواهد بود که به بیمه‌گذاران در وقوع خطرات وارد می‌شود.

تعریف ۳.۳.۱ بیمه‌گذار طرف تعهد بیمه‌گر است که متعهد پرداخت حق بیمه می‌شود و به خلاف بیمه‌گر که الزاماً شخص حقوقی است می‌تواند هم شخص حقیقی و هم شخص حقوقی باشد.

تعریف ۴.۳.۱ حق بیمه وجهی است که بیمه‌گذار در قبال تعهد بیمه‌گر به او می‌پردازد یا به عبارتی هزینه تعهدی است که بیمه‌گر دریافت می‌دارد که می‌توان آن را به بهای خطر نیز تلقی کرد و نیز بستگی به شدت یا ضعف احتمال وقوع خطر دارد.

یکی از روش‌های تقسیم بندی ریسک‌ها را به شش گروه به صورت زیر طبقه بندی می‌کند:

(۱) ریسک‌های مربوط به دارایی

خسارت‌های اقتصادی توانمندی که مدیریت ریسک به آنها مربوط می‌گردد عبارتند از خسارت اموال، اشخاص و خسارت ناشی از مسئولیت. با این توصیف باید اضافه نمود که این نوع تقسیم بندی بر حسب نوع زیان است.

یادآوری این نکته لازم است که تغییرات تکنولوژی و عوامل اجتماعی دائماً انواع جدیدی از ریسک‌ها را بوجود می‌آورند. مانند هواپیما ربایی، آدم‌ربایی یا شکوایه‌های علیه هیأت مدیره شرکت‌های بزرگ یا انفجار اتمی. این ریسک‌ها خسارت‌های توانمندی است که قبلاً وجود نداشته است و مدیریت ریسک به خسارت‌های اقتصادی توانمند مربوط می‌گردد.

(۲) ریسک‌های فیزیکی – اجتماعی و اقتصادی

این نوع طبقه‌بندی ریسک را بر حسب علت به وجود آمدن خسارت تقسیم می‌کند، که این نوع طبقه‌بندی ریسک را می‌توان به شکل‌های زیر تقسیم‌بندی نمود:

(الف) خسارت وارد به اموال به علت خطرات طبیعی و مصنوعی مانند طوفان، سیل، آتش‌سوزی.

(ب) تغییر در روند تولید. مانند به وجود آمدن تغییرات در پروسه‌ی تولید. کارایی تولیدکنندگان مانند عدم اطمینان در بازار روز، تغییرات تکنولوژی و ...

(ج) ریسک‌های اجتماعی بر حسب علت پیدایش بروز زیان ناشی از عوامل اجتماعی است. مانند تغییرات در رفتارهای فرد و اجتماعی در یک جامعه.

(د) ریسک‌های ناشی از عدم استفاده از اطلاعات، امروزه از مهم‌ترین انواع ریسک‌هاست. که یکی از عوامل پیدایش خسارت به دلیل عدم توانایی در کاربرد اطلاعات به دست آمده از تحقیقات روز در فن‌آوری می‌باشد.

(ه) ریسک‌های تجاری یکی دیگر از انواع ریسک‌ها به شمار می‌آید که علت پیدایش زیان در آن عواملی مانند پایین آمدن قیمت، طولانی شدن فاصله زمانی بین خرید و فروش و ... می‌باشد.

(۳) ریسک‌های حقیقی و شرطی

این تقسیم‌بندی بر حسب نتایج حاصل از ریسک می‌باشد. به این صورت که فقط بروز خسارت وجود داشته باشد. در چنین حالتی ریسک خالص یا حقیقی است مانند خسارت اتومبیل در اثر تصادف که خسارت در این مورد جانی، مالی یا هر دو می‌باشد. بروز خسارت در صورت تصادف پدید می‌آید. در واقع در این حالت هرگونه انحرافی بین انتظارات و واقعیات در مورد آینده فقط می‌تواند جنبه منفی داشته باشد.