بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی مکانیک

بررسی متغیرها در طراحی سیستم راهگاهی کف ریز در ریخته گری آلیاژ A356

نگارش

زهراسادات نقبایی

استاد راهنما: دکتر سید مهدی میراسماعیلی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی مواد

بهمن ماه ۱۳۹۰

بسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب زهراسادات نقبایی متعهد می شوم که مطالب مندرج در این پایان نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده است، مطابق با مقررات ارجاع و در فهرست منابع و مآخذ ذکر گردیده است. این پایان نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است. در صورت اثبات تخلف (در هر زمان) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی می باشد.

نام و نام خانوادگی دانشجو

امضاء

تقدیم به آنان که مؤمن اند

به سربلندی این وطن.

تشکر و قدردانی

سپاس خدای را که حق شناسی او بالاتر از حد ستایشگران است و نعمت هایش فوق اندیشه شمارشگران.
بر خود لازم می دانم که صمیمانه ترین تشکر و قدردانی خود را نسبت به آقای دکتر سید مهدی میراسماعیلی، استاد راهنمای ارجمندم که با نور علمشان، مسیر تحقیق را برایم روشن نمودند، داشته باشم.
از آقای مهندس سعادتی و مهندس کلانتر به خاطر راهنمایی های بی شائبه شان در طول پژوهش تشکر و قدردانی می نمایم.
همچنین از کمک های جناب آقای مهندس رشنو و تمام عزیزانی که در مراحل مختلف انجام این تحقیق از کمک ها و نظرات ارزنده ی خود دریغ نکرده اند، نیز سپاسگزارم.

چکیده :

امروزه روش های سعی و خطا برای دستیابی به طرح صحیح و بهینه از سیستم راهگاهی در ریخته گری فلزات که در گذشته به صورت عملی انجام می شد به صورت عددی و به کمک نرم افزارهای کامپیوتری انجام می گیرد. در این پژوهش سیستم های راهگاهی کف ریز به کمک نرم افزار FLOW3D به گونه ای طراحی شده است که مذاب A356 بدون تلاطم وارد قالب شود. سپس ابعاد سیستم راهگاهی طراحی شده به کمک نرم افزار، در محیط آزمایشگاهی نیز شبیه سازی شده است به گونه ای که روند حرکت مذاب درون قالب از دریچه ای که به عنوان دریچه ی بازدید تعبیه شده، قابل مشاهده و فیلم برداری می باشد.

در نهایت نتایج آزمایشات عملی با نتایج به دست آمده با استفاده از نرم افزارFLOW3D مقایسه می شود که به طور کلی می توان گفت پاره ای از نتایج به دست آمده از این قرارند:

۱- بهینه شیب برای راهگاه باررریز، شیب ۱ درجه می باشد.

۲- بهینه شیب برای چاله پای راهگاه، شیب ۹ درجه می باشد.

۳- بهینه شیب برای گوه ی انتهای راهبار، شیب ۶۵ درجه می باشد

۴- در صورت استفاده از چند راهباره، به منظور ورود همزمان مذاب از راهباره ها به محفظه ی قالب، حتماً باید در زیر راهباره ها کاهش سطح مقطع راهبار را داشته باشیم.

۵- افزایش سطح مقطع راهگاه باررریز از مقدار بهینه باعث متلاطم شدن جریان مذاب درون محفظه ی قالب می گردد.

۶- تغییرات جزئی سطح مقطع راهباره سبب متلاطم شدن مذاب نمی شود.

کلمات کلیدی:

شبیه سازی ، سیستم راهگاهی ، FLOW3D ، جریان مذاب

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه ۱
۱-۱- مقدمه ۲
فصل دوم: مروری بر منابع ۵
۲-۱- مقدمه ای بر جریان سیال ۶
۲-۲- متدهای پیشگویی ۶
۲-۳- امتیاز یک محاسبه ی تئوری ۷
۲-۳-۱- هزینه ی کم ۷
۲-۳-۲- سرعت ۷
۲-۳-۳- اطلاعات کامل ۷
۲-۳-۴- توانایی شبیه سازی شرایط واقعی ۷
۲-۳-۵- توانایی شبیه سازی شرایط ایده آل ۸
۲-۴- نارسایی های محاسبه ی تئوری ۸
۲-۵- انتخاب متد پیشگویی ۸
۲-۶- اصول حرکت سیال ۱۰
۲-۷- مبانی فیزیکی شبیه سازی حرکت سیال ۱۱
۲-۷-۱- قانون بقای جرم ۱۲
۲-۷-۲- معادلات بقای مومنتم ۱۲
۲-۷-۳- قانون بقای انرژی ۱۴
۲-۷-۳-۱- معادله برنولی ۱۴
۲-۷-۳-۲- معادله تریچلی ۱۵
۲-۸- شبکه بندی ۱۷
۲-۹- شرایط مرزی ۱۹
۲-۱۰- روش حل عددی ۱۹
۲-۱۰-۱ روش اجزا محدود ۲۰
۲-۱۰-۲- روش اختلاف محدود ۲۱
۲-۱۱- روش حل معادلات ۲۱

۲-۱۱-۱- روش حل تفکیکی ۲۱
۲-۱۱-۲- روش حل پیوسته ۲۲
۲-۱۱-۳ خطی سازی : روش ضمنی در برابر روش صحیح ۲۳
۲-۱۱-۳-۱ روش ضمنی ۲۳
۲-۱۱-۳-۲- روش صریح ۲۳
۲-۱۲- تعیین سطح آزاد ۲۳
۲-۱۲-۱- روش VOF ۲۴
۲-۱۲-۲- روش MAC ۲۶
۲-۱۳- تجزیه و تحلیل داده ها ۲۶
۲-۱۴- مقدمه مدلسازی کامپیوتری فرایند ریخته گری ۲۷
۲-۱۵- ساختار نرم افزار شبیه سازی ۲۷
۲-۱۶- فرایندهای ریخته گری ۲۹
۲-۱۶-۱- ریخته گری در قالب های ماسه ای ۲۹
۲-۱۶-۲- ریخته گری مداوم ۳۰
۲-۱۶-۳- ریخته گری دقیق ۳۱
۲-۱۷- مدلسازی فرآیندهای ریخته گری ۳۲
۲-۱۸- سیستم راهگاهی ۳۳
۲-۱۹- فیلم های سطحی مذاب آلیاژهای آلومینیوم ۳۵
۲-۱۹-۱- تأثیر فیلم های سطحی بر تنش سطحی ۳۵
۲-۲۰- مخلوط شدن فیلم های سطحی با توده ی مذاب ۳۶
۲-۲۰-۱- طغیان سطحی ۳۶
۲-۲۰-۲- تلاطم سطحی ۳۸
۲-۲۱- تئوری سرعت بحرانی ۳۹
۲-۲۱-۱- تئوری مذاب گسترده ۳۹
۲-۲۲- ارتفاع بحرانی سقوط مذاب ۴۱
۲-۲۳- عوامل مؤثر بر سرعت بحرانی ۴۲
۲-۲۴- تضمین سلامت قطعه بر اساس سرعت بحرانی حداقل و حداکثر ۴۳
۲-۲۵- اجزای اصلی سیستم راهگاهی ۴۵
۲-۲۶- انواع سیستم های راهگاهی ۴۵

۲-۲۶-۱- سیستم فشاری ۴۶
۲-۲۶-۲- سیستم غیرفشاری ۴۷
۲-۲۶-۳- سیستم غیرفشاری/فشاری ۴۸
۲-۲۶-۴- انتخاب بین سیستم فشاری و غیرفشاری ۴۸
۲-۲۶-۵- سیستم راهگاهی جدید بر اساس تئوری سرعت بحرانی ۴۹
۲-۲۶-۶- انتخاب سیستم راهگاهی بر اساس حساسیت و چگالی اکسید مذاب ۴۹
۲-۲۷- ضریب تخلیه ۵۱
۲-۲۸- طراحی حوضچه بارریز ۵۲
۲-۲۹- طراحی راهگاه بارریز ۵۳
۲-۳۰- طراحی حوضچه پای راهگاه ۵۵
۲-۳۱- طراحی راهبار ۵۶
۲-۳۲- طراحی راهباره ۵۷
۲-۳۳- تله سرباره ۶۰
۲-۳۴- جمع بندی ۶۱
فصل سوم: روش تحقیق ۶۲
۳-۱- مقدمه ۶۳
۳-۲- معرفی نرم افزار FLOW3D ۶۴
۳-۳- معرفی آلیاژ A356 ..... ۶۵
۳-۴- طراحی سیستم راهگاهی ۶۷
فصل چهارم: نتایج و تحلیل آنها ۷۱
۴-۱- طراحی سیستم راهگاهی ۷۲
۴-۱-۱- بررسی تأثیر شیب راهگاه بارریز ۷۲
۴-۱-۲- بررسی تأثیر شیب حوضچه پای راهگاه ۷۵
۴-۱-۳- بررسی تأثیر شیب گوه ی انتهای راهبار ۷۶
۴-۱-۴- بررسی تأثیر طرح کلی راهبار ۷۹
۴-۱-۵- بررسی تأثیر سطح مقطع راهگاه بارریز ۸۰
۴-۱-۶- بررسی تأثیر ارتفاع چاله پای راهگاه بارریز ۸۲
۴-۲- آزمایشات عملی ۸۳
۴-۲-۱- بررسی تأثیر ابعاد سطح مقطع راهباره ۸۵

۴-۲-۲-بررسی تأثیر ارتفاع راهگاه بارریز ۸۷
۴-۲-۳-بررسی تأثیر تعداد راهباره ها ۸۹
فصل پنجم: نتیجه گیری ۹۱
۵-۱- نتیجه گیری ۹۲
فهرست منابع ۹۴

فهرست جداول

جدول (۲-۱) سرعت بحرانی آلیاژهای مختلف ۴۲
جدول (۲-۲) چگالی مذاب تعدادی از آلیاژها و اکسیدهای مربوطه ۵۰
جدول (۳-۱) ترکیب شیمیایی آلیاژ A356 ..... ۶۶

فهرست تصاویر

شکل (۲-۱) محفظه ای با ارتفاع سیال h و خروج سیال از دهانه ی آن ۱۵
شکل (۲-۲) حالات مختلف پدیده ی انقباض ونا در اتصالات کانال ها ۱۶
شکل (۲-۳) شبکه بندی منظم یک چرخه ی سه بازویی ۱۷
شکل (۲-۴) انواع سلول های قابل قبول برای نرم افزارها ۱۸
شکل (۲-۵) a : روش اختلاف محدود، b : روش اجزا محدود ۲۰
شکل (۲-۶) نمایی از مکان مذاب ۲۵
شکل (۲-۷) نمونه ساده ای از پرکردن قالب که سطح فلز توسط روش VOF مشخص شده است. ... ۲۵
شکل (۲-۸) اجزا یک نرم افزار شبیه سازی ریخته گری ۲۸
شکل (۲-۹) اجزا سیستم راهگاهی ۳۴
شکل (۲-۱۰) پیشرفت ناپایدار جبهه مذاب یک آلیاژ فیلم ساز در هنگام پرکردن قالب ۳۷
شکل (۲-۱۱) آشفتگی و تلاطم سطحی مذاب که باعث تاخوردن فیلم و در نتیجه گیر افتادن هوا در بین آن می شود ۳۸
شکل (۲-۱۲) مذاب خروجی از راهباره ها با سرعت های مختلف ۳۹
شکل (۲-۱۳) پیشرفت جبهه مذاب با سرعت کمتر از حد بحرانی ۴۳
شکل (۲-۱۴) نمودار ساده ای برای محدوده نمایش سرعت بحرانی ورود مذاب به قالب برای تولید قطعه مطلوب ۴۴
شکل (۲-۱۵) محدوده تولید قطعه سالم آلومینیوم برنز بر حسب سرعت ورود مذاب به قالب و ضخامت قطعه ۴۴
شکل (۲-۱۶) یک سیستم فشاری ساده ۴۶
شکل (۲-۱۷) یک سیستم غیرفشاری ساده ۴۷
شکل (۲-۱۸) حالات مختلف مذاب سقوط کرده در پای راهگاه باررِیز ۵۶
شکل (۲-۱۹) آشفتگی جریان در حوضچه پای راهگاه کروی ۵۶
شکل (۲-۲۰) انواع تله سرباره و خطوط جریان در آنها ۶۰
شکل (۳-۱) ابعاد قطعه مورد بررسی ۶۳
شکل (۳-۲) نمایی از نرم افزار Solid works ۶۵
شکل (۳-۳) نمایی از درجه با سطح جدایش عمودی ۶۹
شکل (۳-۴) استفاده از توری در جلوی صفحه شیشه ای ۶۹

شکل (۳-۵) نمایی از ترموکوپل ۷۰
شکل (۳-۶) عملیات بارریزی با استفاده از ملاغه ۷۰
شکل (۴-۱) راهگاه بدون شیب ۷۲
شکل (۴-۲) راهگاه با شیب ۱ درجه ۷۳
شکل (۴-۳) راهگاه با شیب ۲ درجه ۷۳
شکل (۴-۴) راهگاه با شیب ۳ درجه ۷۴
شکل (۴-۵) روند پر شدن قالب در طراحی سیستم راهگاهی بدون حوضچه ۷۵
شکل (۴-۶) حوضچه با شیب ۳ درجه ۷۵
شکل (۴-۷) حوضچه با شیب ۹ درجه ۷۶
شکل (۴-۸) گوه انتهای راهبار با شیب ۴۵ درجه ۷۷
شکل (۴-۹) گوه انتهای راهبار با شیب ۶۰ درجه ۷۷
شکل (۴-۱۰) گوه انتهایی با شیب ۶۵ درجه ۷۸
شکل (۴-۱۱) گوه انتهای راهبار با شیب ۷۰ درجه ۷۸
شکل (۴-۱۲) روند پر شدن قالب بدون وجود پله در راهبار ۷۹
شکل (۴-۱۳) روند پر شدن قالب بدون وجود پله در راهبار ۸۰
شکل (۴-۱۴) ابعاد سیستم راهگاهی کف ریز طراحی شده ۸۰
شکل (۴-۱۵) شبیه سازی جریان مذاب در قالب با ابعاد نشان داده شده در شکل (۴-۱۵) ۸۱
شکل (۴-۱۶) تأثیر کاهش سطح مقطع راهگاه بارریز در روند حرکت مذاب درون قالب ۸۱
شکل (۴-۱۷) تأثیر ارتفاع چاله پای راهگاه(ارتفاع چا له:۳cm) ۸۲
شکل (۴-۱۸) تأثیر ارتفاع چاله پای راهگاه(ارتفاع چا له:۲/۲cm) ۸۲
شکل (۴-۱۹) بهترین ابعاد سیستم راهگاهی ۸۳
شکل (۴-۲۰) شبیه سازی سیستم راهگاهی نشان داده شده در شکل (۴-۱۹) ۸۳
شکل (۴-۲۱) نتایج عملیات ذوب ریزی نمونه ی نشان داده شده در شکل (۴-۲۰) ۸۴
شکل (۴-۲۲) نتایج شبیه سازی سیستم راهگاهی با سطح مقطع راهباره ۱/۵*۱/۵ سانتی متر ۸۵
شکل (۴-۲۳) نتایج عملیات ذوب ریزی سیستم راهگاهی با سطح مقطع راهباره ۱/۵*۱/۵ سانتی متر ... ۸۵
شکل (۴-۲۴) نتایج شبیه سازی سیستم راهگاهی با سطح مقطع راهباره ۱/۵*۳/۵ سانتی متر ۸۶
شکل (۴-۲۵) نتایج عملیات ذوب ریزی سیستم راهگاهی با سطح مقطع راهباره ۱/۵*۳/۵ سانتی متر ... ۸۶
شکل (۴-۲۶)) نتایج شبیه سازی سیستم راهگاهی با ارتفاع راهگاه بارریز ۹ سانتی متر ۸۷
شکل (۴-۲۷) نتایج عملیات ذوب ریزی سیستم راهگاهی با ارتفاع راهگاه بارریز ۹ سانتی متر ۸۷

شکل (۴-۲۸)) نتایج شبیه سازی سیستم راهگاهی با ارتفاع راهگاه باررریز ۱۴ سانتی متر ۸۸
شکل (۴-۲۹) نتایج عملیات ذوب ریزی سیستم راهگاهی با ارتفاع راهگاه باررریز ۱۴ سانتی متر ۸۸
شکل (۴-۳۰) مدل طراحی شده با سه راهباره ۸۹
شکل (۴-۳۱)) نتایج شبیه سازی سیستم راهگاهی با سه راهباره ۸۹
شکل (۴-۳۲) نتایج عملیات ذوب ریزی سیستم راهگاهی با سه راهباره ۹۰

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

در فرایند تولید قطعات ریخته گری ، متغیرها بسیار زیاد و متنوع اند. این متغیرها که برای طراحی سیستم راهگاهی، تغذیه، مبردها و ... وجود دارد همگی تابع قوانین بقا هستند. لذا از آنجایی که در تهیه ی قطعات ریختگی با جریان مذاب و انتقال حرارت همراه هستیم، مهندسین طراح باید آشنایی کامل با متغیرها و چگونگی اثر آنها روی پدیده های جریان سیال، انتقال حرارت، انجماد و ... داشته باشند. ولی از آنجایی که واقعاً فراوانی متغیرها زیاد می گردد چنین کاری برای مهندسین بسیار دشوار و در بعضی موارد غیر ممکن است. در این راستا شبیه سازی رایانه ای پا به عرصه ی وجود گذاشت و این مسئله را حل نمود. نوآوری ها در توسعه نرم افزارهای شبیه سازی ترکیبی از مفاهیم فیزیکی فرایندهای ریخته گری و هنر برنامه نویسی کامپیوتری بوده به گونه ای که با ارائه ساختاری صحیح و ساده و تأمین دقت های مورد نیاز، امکان تولید قطعات ریخته گری با حداقل هزینه و کیفیت بالا را فراهم آورده است.

امروزه روش های سعی و خطا برای دستیابی به طرح صحیح و بهینه که در گذشته به صورت عملی انجام می شد به صورت عددی ودر کامپیوترانجام می گیرد. مهمترین امتیاز یک پیشگوئی محاسباتی هزینه پایین آن است. در بیشتر کاربردها، هزینه به کاربردن یک برنامه کامپیوتری به مراتب کمتر از مخارج تحقیق آزمایشگاهی مشابه می باشد به علاوه یک تحقیق محاسبه ای می تواند با سرعت قابل ملاحظه ای انجام شود. از طرف دیگر حل کامپیوتری یک مسئله اطلاعات کامل و جزئیات لازم را به ما خواهد داد و مقادیر تمام متغیر های مر بوطه (مانند سرعت، فشار، درجه حرارت، تمرکز نمونه های شیمیایی، شدت توربولانس) را در سراسر حوزه ی مورد علاقه به دست می دهد.

گاهی اوقات یک متد پیشگوئی برای مطالعه یک پدیده پایه تا یک کاربرد پیچیده مهندسی استفاده می شود. برای مطالعه پدیده، شخص توجهش را روی تعداد کمی از پارامتر های اصلی متمرکز کرده و تمام جنبه های دیگر را حذف می کند. بدین ترتیب، شرایط ایده‌ال زیادی ممکن است به عنوان شرایط

مطلوب مورد ملاحظه قرار گیرد. از طرفی حتی در یک آزمایش عملی دقیق به زحمت می توان به شرایط ایده ال نزدیک شد.

بحث درباره شایستگی های نسبی تحلیل کامپیوتری و تحقیق آزمایشگاهی توصیه ای برای محاسبات کار آزمایشگاهی نیست. شناخت توان ها و ضعف های این دو برای انتخاب صحیح تکنیک مناسب ضروری است. بنابراین حجم مناسب فعالیت برای انجام یک پیشگویی باید ترکیب خردمندانه ای از محاسبات آزمایش باشد. مقدار هر یک از این دو ترکیب مذکور بستگی به طبیعت مسئله و اهداف پیشگویی، مسائل اقتصادی و سایر شرایط خاص وضعیت مورد نظر دارد.

در شبیه سازی سیستم راهگاهی باید توجه داشت که سیستم راهگاهی مجموعه ای از کانال هاست که مذاب را از محفظه ی بارریزی به محفظه قالب هدایت می کند. تولید قطعات ریختگی با کیفیت متالورژیکی و قابلیت اطمینان بالا به هدایت و کنترل صحیح مذاب از حوضچه ی بارریزی تا محفظه ی قالب نیاز دارد.

سیستم راهگاهی برای تولید قطعات ریختگی باید دارای ویژگی های زیر باشد:

۱- هدایت جریان مذاب به صورت آرام و یکنواخت، جلوگیری از تلاطم سطحی آن در سیستم راهگاهی و محفظه ی قالب.

۲- پر کردن به ترتیب و کامل اجزای سیستم از مذاب.

۳- جلوگیری از تشکیل اکسید ، آخال ، سرباره ،گاز ، حباب و ورود آنها به محفظه ی قالب .

۴- تنظیم شیب دمایی مناسب به منظور ایجاد انجماد جهت دار در قطعه ی ریختگی .

۵- پر کردن یکنواخت و کامل محفظه ی قالب از مذاب .

۶-تولید قطعه ی سالم با توجه به تقاضا

۷-اقتصادی بودن وزن سیستم راهگاهی .

علاوه بر این ، سهولت جدا کردن سیستم راهگاهی از قطعه وکاهش عملیات ریخته پیرایی از نکات مهمی است که در طراحی سیستم راهگاهی مورد توجه قرار می گیرد.

در این پژوهش به بررسی متغیرها در طراحی سیستم راهگاهی کف ریز در ریخته گری آلیاژ A356 پرداخته شده است به گونه ای که مذاب محفظه ی قالب را بدون تلاطم پر کند. در این راستا به منظور شبیه سازی سیستم راهگاهی از نرم افزار FLOW3D کمک گرفته شده است.

پژوهش حاضر از پنج فصل مقدمه، مروری بر منابع، روش تحقیق، نتایج و تحلیل آنها و فصل نتیجه گیری تشکیل شده است. در فصل دوم با مروری بر منابع به معرفی قوانین حاکم بر جریان سیال، اجزای سیستم راهگاهی و عوامل مؤثر بر طراحی سیستم راهگاهی پرداخته شده است.

فصل سوم روش تحقیق تشریح گردیده است. در این فصل روش کار با نرم افزارFLOW3D و چگونگی انجام آزمایشات عملی شرح داده شده است.

در فصل چهارم نتایج پژوهش مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در این فصل عکس های به دست آمده با استفاده از نرم افزار با نتایج آزمایشات عملی مقایسه شده و در فصل پنجم نتایج تحقیق جمع بندی گردیده است.

فصل دوم
مروری برمنابع

۲-۱- مقدمه ای بر جریان سیال

جریان سیال در گرمایش و تهویه ی مطبوع ساختمان ها نقش اساسی دارند وهمچنین در بخش های مهمی از صنایع شیمیایی و متالورژی شامل قسمت هایی همچون کوره ها، مبدل های حرارتی ، راکتورها و ریخته گری قطعات به کار گرفته می شوند[۱].

۲-۲- متدهای پیشگویی

پیشگویی فرآیندهای انتقال حرارت و جریان سیال به وسیله دو روش اصلی انجام می شود: تحقیق آزمایشگاهی و محاسبات تئوری[۱،۲].

یک پیشگویی تئوری حداکثر استفاده را از نتایج مدل ریاضی خواهد برد و در مقایسه با آن نتایج تجربی را مورد استفاده کمتری قرار می دهد. برای فرآیندهای فیزیکی ، اصولاً مدل ریاضی عبارت است از یک سری معادلات دیفرانسیل. اگر قرار بود از روش های ریاضیات کلاسیک در حل این معادلات استفاده شود، امکان پیشگوئی برای بسیاری از پدیده های سودمند وجود نداشت[۱].

باکمی توجه به یک متن کلاسیک عملی می توان تعداد مجهولات و معادلات لازم را پیدا کرد. بعلاوه پاسخ اینها اغلب شامل سری های نامحدود، توابع خاص، معادلات غیرجبری، مقادیر ویژه و غیره می باشد به طوری که ممکن است حل عددی آنهاکارساده ای نباشد. خوشبختانه، توسعه متدهای عددی و در دسترس بودن پردازشگرهای بزرگ این اطمینان را به وجود آورده است که تقریبا برای هر مساله عملی بتوان از مفاهیم یک مدل کامپیوتری استفاده کرد[۲].