بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
در رشته‌ی آمار گرایش آمار ریاضی

مقایسه فرایندهای اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار دومتغیره در حضور داده‌های گم‌شده

استاد راهنما:

دکتر اسماعیل امیری

پژوهشگر:

پریبا کمالی‌نژاد

دی ماه ۱۳۹۳

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

دانشکده علوم پایه
گروه آمار

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته‌ی آمار
گرایش آمار ریاضی

مقایسه فرایندهای اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار دومتغیره در حضور داده‌های گم‌شده

استاد راهنما:
دکتر اسماعیل امیری

استاد مشاور:
دکتر افشین فلاح

پژوهشگر:
پریبا کمالی‌نژاد

دی ماه ۱۳۹۳

پرنده هم که باشی،

روزی آسمان را تمام می کنی.

رود هم که باشی روزی زمین را،

پس لااقل با همین کلمات معمولی،

برای لبخندی که بر چهره ی پدر و مادر مهربانم نقش بسته است می گویم؛

متشکرم؛

تقدیم به روح پاک پدرم،

و تقدیم به مادر عزیزم،

و به آنانکه نغمه پرداز آهنگ های شور و شوقم اند.

به توکل اسم اعظمش

الهی، یکتای بی‌همتایی، قیوم توانایی، در همه حال بینایی، معزز به تاج کبریایی، مسند نشین استغنایی، از شریک مبرایی، خطبه ی الوهیت را سزایی، به تو زیبد ملک خدایی.

ستایش، خدای مهربان، کردگار روزی رسان و یکتا در نام و نشان راست؛ خداوندی که ناجسته یابند و نادیده دوست دارند.

سپاس خدایی را که اول است و پیش از او اولی نبوده و آخر است و آخری نباشد.

منت خدای عزوجل بر من است که توفیق راه یابی به وادی علم را عطا فرمود. اکنون که محقق شده است رسیدن به پایان سر فصل، بر خود واجب می دانم که ارج نهم بزرگانی را که آورده های شمع وجودشان روشنگر راهم است.

سپاس بی شائبه ی خود را تقدیم می دارم به محضر استاد ارجمندم جناب آقای دکتر اسماعیل امیری که همواره رهنمودهایشان یاری دهنده ی مشکلات علمی ام بوده است. تقدیر و تشکر خود را از استاد مشاور جناب آقای دکتر افشین فلاح صمیمانه ابراز می دارم. از استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر رامین کاظمی جهت داوری این پایان نامه کمال تشکر را دارم.

پریسا کمالی نژاد

دی ماه ۱۳۹۳

فرم پ۲-۱: فرم تأییدیه‌ی هیأت داوران جلسه‌ی دفاع از پایان‌نامه

دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)

معاونت آموزشی – مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم تاییدیه‌ی هیأت داوران جلسه‌ی دفاع از پایان‌نامه/رساله (فرم شماره ۳۰)

بدین وسیله گواهی میشود جلسه دفاعیه از پایان نامه کارشناسی ارشد **پریبا کمالی‌نژاد** دانشجوی رشته **آمار** گرایش **آمار ریاضی** تحت عنوان **مقایسه فرایندهای اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار دومتغیره در حضور داده‌های گم‌شده** در تاریخ **۳۰ / ۱۰ / ۱۳۹۳** در دانشگاه برگزار گردید و این پایان نامه با نمره به عدد **۱۹** و به حروف نوزده با درجه **عالی** مورد تایید هیئت داوران قرار گرفت.

ردیف	سمت	نام و نام خانوادگی	مرتبه‌ی دانشگاهی	دانشگاه یا مؤسسه	امضا
۱	استاد راهنما	جناب آقای دکتر اسماعیل امیری	استادیار	دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)	
۲	استاد مشاور	جناب آقای دکتر افشین فلاح	استادیار	دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)	
۳	استاد داور	جناب آقای دکتر رامین کاظمی	استادیار	دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)	
۴	نماینده تحصیلات تکمیلی	جناب آقای دکتر احمد مهرآمیز	استادیار	دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)	

* در صورت وجود استاد راهنمای دوم برای پایان نامه/ رساله، یک ردیف با عنوان استاد راهنمای دوم، ذیل ردیف استاد راهنما اضافه شود.

تذکر: این برگه پس از تکمیل توسط هیات داوران، در پایان نامه/رساله درج می گردد.

فرم پ۲-۲ : اصالت اثر/ پایان نامه (فرم شماره ۲۸)

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب **پریبا کمالی‌نژاد** دانش آموخته مقطع کارشناسی ارشد در رشته **آمار** گرایش **آمار ریاضی** که در تاریخ **۱۳۹۳/۱۰/۳۰** از پایان نامه ی خود تحت عنوان **مقایسه فرایندهای اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار دومتغیره در حضور داده‌های گم‌شده** با کسب درجه ی **عالی** دفاع کرده ام، شرعا و قانونا متعهد می شوم:

۱. مطالب مندرج در این پایان نامه، حاصل تحقیق و مطالعه اینجانب بوده و در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران اعم از پایان نامه، کتاب، مقاله و غیره استفاده کرده ام، با رعایت کامل امانت ، مطابق مقررات، اقدام به ارجاع در متن و ذکر آن در فهرست منابع و مآخذ نموده ام.
۲. تمامی یا بخشی ازاین پایان نامه قبلا برای دریافت هیچ مدرک تحصیلی به سایر دانشگاه ها و موسسات آموزش عالی ارائه نشده است.
۳. مقالات مستخرج ازاین پایان نامه کاملا حاصل کار اینجانب بوده و از هرگونه جعل داده و یا تغییر اطلاعات پرهیز کرده ام.
۴. از ارسال همزمان و یا تکراری مقالات مستخرج ازاین پایان نامه (با بیش از ۳ درصد همپوشانی) به مجلات و یا همایش های گوناگون خودداری نموده و می نمایم.
۵. کلیه حقوق مادی و معنوی حاصل از این پایان نامه متعلق به دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره) بوده و متعهد می شوم هرگونه بهره مندی ویا نشر دستاوردهای حاصل از این تحقیق اعم از چاپ کتاب، مقاله، ثبت اختراع و غیره (چه در زمان دانشجویی و یا بعد از فراغت از تحصیل) با کسب اجازه از استاد (استادان) راهنما باشد.
۶. درصورت اثبات تخلف و نقض موارد پنجگانه فوق (درهر زمان) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره) از درجه اعتبار ساقط و اینجانب هیچگونه ادعایی نخواهم داشت.

نام ونام خانوادگی دانشجو

پریبا کمالی‌نژاد

امضاء

فرم پ۲-۳ : سوگندنامه/پایان نامه (فرم شماره ۴۰)

سوگندنامه دانش آموختگان کارشناسی ارشد دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)

به نام خدا

سپاس ایزد منان را که مرا مشمول الطاف خویش نمود که با طی مراحل تحصیل موفق به اخذ درجه کارشناسی ارشد شوم. به شکرانه این نعمت بزرگ الهی که با امکانات این مرز و بوم، فراهم و نزد اینجانب به امانت گذاشته شده است، در پیشگاه ملت ایران به کتاب آسمانی خود، قرآن کریم، سوگند یاد می کنم که :

- در سراسر زندگی حرفه ای، در راه اعتلای کشور ایران و جامعه بشری به نحو احسن قدم برداشته و دراین راه از هیچ تلاشی دریغ ننمایم.
- در تمام فعالیت های تخصصی، رضای خدا را همراه با صداقت علمی و اجتماعی در نظر داشته و از موقعیت های به دست آمده در جهت رفع مشکلات جامعه استفاده کنم و در همه ی امور، منافع کشور را بر منافع فردی مقدم بدارم.
- همواره علم و دانش خود را به روز نگاه داشته و در ایفای مسئولیت و تعهدات حرفه ای در حد توان سعی و تلاش خود را به کار گیرم.
- و اینک از خداوند علیم توفیق بندگی و پای بندی به مفاد این سوگندنامه را خواستارم و از او می خواهم که مرا در ایفای رسالت علمی و انسانی خویش موفق بدارد.

نام ونام خانوادگی دانشجو

پریبا کمالی‌نژاد

امضاء

فرم پ۲-۳: فرم مجوز بهره برداری از پایان نامه/ رساله

مجوز بهره برداری از پایان نامه/ رساله

کلیه حقوق اعم از چاپ، تکثیر، نسخه برداری، ترجمه، اقتباس و ... از نتایج این پایان نامه برای دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره) قزوین محفوظ است. بهره برداری از این پایان نامه/ رساله در چهارچوب مقررات کتابخانه و با توجه به محدودیتی که توسط استاد راهنما به شرح زیر تعیین می شود، بلامانع است:

☐ بهره برداری از این پایان نامه/ رساله برای همگان بلامانع است.

☑ بهره برداری از این پایان نامه/ رساله با اخذ مجوز از استاد راهنما، بلا مانع است.

☐ بهره برداری از این پایان نامه/ رساله تا تاریخ ..... ممنوع است.

استاد راهنما می تواند یکی از گزینه های بالا را انتخاب کند و مسئولین کتابخانه موظف به رعایت موارد تعیین شده می باشد.

نام استاد و یا اساتید راهنما: اسماعیل امیری

تاریخ:

امضاء:

چکیده

در تحلیل سری‌های زمانی چندمتغیره پژوهشگران ممکن است با داده‌های گم‌شده مواجه باشند. داده‌های گم‌شده ممکن است متعلق به یک سری زمانی یا بیشتر از یک سری زمانی باشند. در این پژوهش فرض می‌کنیم که دو سری زمانی داریم که هر دو دارای داده‌های گم‌شده هستند. داده‌های گم‌شده که مورد بررسی قرار گرفته‌اند مربوط به مواردی است که متغیر (متغیرهای) مورد نظر در دوره‌ی زمانی تحت بررسی دارای مقدار بوده‌اند ولی به صورت فیزیکی مشاهده نشده‌اند. علاوه بر این فرض شده است که یک ارتباط پویا بین دو سری زمانی وجود دارد که می‌توان آن را با مدل‌های غیر خطی اتورگرسیو آستانه‌ای (TAR) و اتورگرسیو آستانه‌ای با انتقال هموار ($STAR$) توصیف نمود.
هدف ما این است که در یک رویکرد بیزی با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی زنجیر مارکوف مونت کارلو ($MCMC$) و با فرض وجود ارتباط غیر خطی بین بارندگی و جریان روزانه‌ی رودخانه یک شیوه‌ی تحلیل سری‌های زمانی دومتغیره در حضور داده‌های گم‌شده با استفاده از دو مدل TAR و $STAR$ را ارئه نماییم. تحلیل سری‌های زمانی محدود به شناسایی و براورد پارامترهای مدل‌ها در حضور داده‌های گم‌شده است. مقایسه‌ی برازش مدل‌ها با استفاده از معیارهای اطلاع AIC و BIC انجام گرفته است. در یک مطالعه‌ی تجربی مدل‌های TAR و $STAR$ به سری‌های زمانی جریان رودخانه و بارندگی در یک ناحیه‌ی جغرافیایی خاص از استان قزوین برازش شده است. نتایج نشان می‌دهد که در این مورد مدل $STAR$ برازش شده دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل TAR برازش شده است.

واژه‌های کلیدی: *داده‌های گم‌شده، سری‌های زمانی غیرخطی، زنجیر مارکوف مونت کارلویی، مدل اتورگرسیو آستانه‌ای، مدل اتورگرسیو با انتقال هموار.*

فهرست مطالب

فهرست مطالب ر

فهرست جدول‌ها ژ

فهرست شکل‌ها پ

۱ مقدمه ۱

۱.۱ مقدمه‌ای بر مدل‌های اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار ۱

۲.۱ مفاهیم اولیه ۳

۲ مشخصات مدل‌ها ۵

۱.۲ مشخصات مدل TAR ۵

۲.۲ شناسایی مدل TAR ۹

۱.۲.۲ شناسایی تعداد رژیم‌ها ۱۰

۲.۲.۲ براورد مرتبه‌های اتورگرسیو ۱۴

۳.۲ مشخصات مدل $STAR$ ۱۶

۳ براورد داده‌ی گم‌شده ۲۰

۱.۳ مقدمه ۲۰

۲.۳ صافی کالمن ۲۰

۳.۳ براورد داده‌ی گم‌شده ۲۳

۴ براورد پارامترها **۳۱**

۱.۴ براورد پارامترهای مدل TAR ۳۱

۲.۴ براورد پارامترهای مدل $STAR$ ۳۵

۵ کاربرد **۴۰**

۱.۵ کاربرد تجربی ۴۰

۲.۵ مقایسه‌ی مدل‌ها ۴۶

۳.۵ بحث و نتیجه‌گیری ۴۶

واژه‌نامه **۴۸**

نام‌نامه **۵۱**

مراجع **۵۵**

فهرست جدول‌ها

۱.۵ تعیین مرتبه‌ی زنجیر مارکوف. ۴۱

۲.۵ براود برخی از داده‌های گم‌شده. ۴۳

۳.۵ نتایج براورد پارامترهای مدل $LSTAR$. ۴۴

۴.۵ مجموعه تعداد رژیم‌های ممکن. ۴۵

۵.۵ احتمالات پسین برای مرتبه‌های AR. ۴۵

۶.۵ براورد پارامترهای مدلTAR. ۴۵

۷.۵ مقایسه‌ی مدل‌ها با استفاده از معیارهای اطلاعAIC و BIC. ۴۶

فهرست شکل‌ها

۱.۵ نمودار سری زمانی بارش و جریان رودخانه. ۴۱

۲.۵ نمودارهای اثر نمونه‌های حاصل از توزیع‌های پسین ضرایب غیرساختاری. ۴۵

فصل ۱

مقدمه

۱.۱ مقدمه‌ای بر مدل‌های اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار

در تحلیل سری‌های زمانی با داده‌های گم‌شده، داده‌های گم‌شده ممکن است متعلق به یک یا چند سری زمانی باشند. در برخی موارد ممکن است که متغیرهای مورد نظر در دوره‌ی مورد نمونه‌گیری دارای مقادیر مشاهده شده باشند ولی به لحاظ فیزیکی نتوان به آن‌ها دسترسی داشت. این مطلب با مواردی که مشاهدات ذاتاً دارای ساز و کاری هستند که داده‌های گم‌شده به طور تصادفی تولید می‌شوند، متفاوت است. برای مثال، در زمینه‌ی هواشناسی یا آب‌شناسی ممکن است میزان بارندگی روزانه یا میزان جریان آب رودخانه دارای مشاهدات گم‌شده باشند. واضح است که در این‌گونه موارد، متغیرها دارای مقادیر مشاهده شده بوده‌اند ولی به دلایلی آن‌ها ثبت نشده‌اند. این مطلب یک مسئله‌ی عملی جدی است وقتی که بخواهند اطلاعات جوی را به متغیرهای غیر جوی ارتباط دهند، در این صورت مدل‌سازی نیز دشوار خواهد بود. بنابراین یافتن روشی برای براورد داده‌های گم‌شده که به بهترین نحو این کار را انجام دهد ضروری است.

در طول پنجاه سال گذشته علاقه به مدل‌های سری‌های زمانی غیرخطی به‌طور پیوسته در حال افزایش بوده است. در مطالعات مربوط به سری‌های زمانی اقتصادی، مدل‌هایی که امکان تغییر رژیم یا وابستگی حالت را دارند، محبوب‌تر بوده‌اند. از جمله مدل‌های غیرخطی دارای رژیم می‌توان به مدل اتورگرسیو آستانه‌ای (TAR) و مدل اتورگرسیو با انتقال هموار ($STAR$) اشاره نمود. در حالت‌های یک‌متغیره‌ی این‌گونه مدل‌ها یک متغیر به عنوان ورودی و یک متغیر به عنوان خروجی وجود دارد. در سری‌های زمانی غیرخطی یک‌متغیره تانگ (۱۹۹۰)، تانگ و یونگ (۱۹۹۱)، براکول (۱۹۹۴) کارهایی بر روی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای انجام داده‌اند، اما برآورد داده‌های گم‌شده در کارهای آن‌ها بررسی

نشده است.

برای حالتی که سری‌های زمانی فاقد داده‌های گم‌شده‌اند، تانگ (۱۹۹۰) مدل‌های $TARSO$ و تی‌سی (۱۹۹۸) مدل‌های چندمتغیره‌ی اتورگرسیو آستانه‌ای، ($MSETAR$) را ابزارهای مناسبی برای تحلیل سری‌های زمانی چندمتغیره معرفی کرده‌اند. نایتو سانچز (۲۰۰۵) برای فرایندهای اتورگرسیو آستانه‌ای دو متغیره در حضور داده‌های گم‌شده با فرض وجود ارتباط غیرخطی پویا بین دو سری زمانی از مدل اتورگرسیو آستانه‌ای بهره گرفت و براورد پارامترهای مدل را از دیدگاه بیزی بررسی و کاربرد مدل را روی داده‌های یک ایستگاه هواشناسی نشان داده است. مدل‌های $STAR$ تعمیم یافته‌ی مدل‌های TAR هستند و در ابتدا در شکل یک‌متغیره‌ی خود توسط چَن و تانگ (۱۹۸۶) پیشنهاد شدند و سپس شکل چندمتغیره‌ی آن‌ها توسط لوکنون و همکاران (۱۹۸۸) و تراس‌ویرتا (۱۹۹۴) معرفی شد. در مدل اتورگرسیو آستانه‌ای رژیم‌ها به طور ناگهانی تغییر می‌کنند که ممکن است در بسیاری از مسائل طبیعی نباشد. در حالی که در مدل اتورگرسیو با انتقال هموار رژیم‌ها ملایم و آرام تغییر می‌کنند. ارتباط میان میزان بارندگی روزانه و میزان جریان آب رودخانه که مربوط به مسائل هواشناسی یا آب‌شناسی می‌باشد، غیرخطی است (نایتو سانچز ، ۲۰۰۵). به نظر می‌رسد ارتباط میان میزان بارندگی و میزان جریان آب رودخانه را می‌توان به صورت مناسب‌تری با استفاده از مدل اتورگرسیو آستانه‌ای با انتقال هموار توصیف نمود. لذا در این تحقیق عملکرد دو مدل اتورگرسیو آستانه‌ای و اتورگرسیو با انتقال هموار در یک رویکرد بیزی با استفاده از داده‌های مربوط به یک رودخانه در استان قزوین مورد مقایسه قرار گرفته است.

هدف ما در این تحقیق این است که در یک رویکرد بیزی با استفاده از متغیر برون‌زای بارندگی به عنوان متغیر آستانه و سری زمانی مربوط به جریان رودخانه شیوه‌های براورد پارامترهای دو مدل TAR و $STAR$ را در حضور داده‌های گم‌شده با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی $MCMC$ مورد بررسی قرار داده و در یک آزمایش تجربی عملکرد دو مدل TAR و $STAR$ را با یکدیگر مورد مقایسه قرار دهیم.

این پایان نامه از پنج فصل تشکیل شده است. در فصل اول این پایان‌نامه مقدمه‌ای بر مدل‌های اتورگرسیو آستانه‌ای و انتقال هموار آورده شده است. سپس به معرفی و تعریف نمادها و مفاهیمی که در طول این تحقیق به دفعات مورد استفاده قرار می‌گیرند، پرداخته شده است. در فصل دوم مشخصات مدل‌های TAR و $STAR$ بررسی گردیده و در فصل سوم برآورد داده‌های گم‌شده بررسی شده است. در فصل چهارم براورد پارامترهای دو مدل ارائه شده است. در فصل

پنجم در یک بررسی کاربردی عملکرد دو مدل مقایسه و در مورد نتایج حاصل بحث و سپس نتیجه‌گیری شده است.

۲.۱ مفاهیم اولیه

سیستم

سیستم بخشی از جهان واقعی است که آن را به منظور بحث و بررسی تغییرات مختلفی که تحت شرایط متفاوت ممکن است در آن رخ دهد، از بقیه جهان جدا می‌کنیم.

سیستم پویا

سیستم را می‌توان به دو نوع تقسیم‌بندی نمود که عبارتند از سیستم پویا و سیستم ایستا یا استاتیک. سیستم پویا سیستمی است که واقعاً وجود دارد. از سوی دیگر سیستم ایستا یا استاتیک در واقع برش و یا دیدگاه خاصی از یک سیستم پویا است که برای سادگی در تحلیل با یک یا چند شرط ساده‌ساز، ایستا فرض شده است. در علم سیستم‌ها، منظور از ایستا یعنی این‌که پارامترهای سیستم (یا متغیرهای حالت) با گذر زمان تغییر نمی‌کنند و منظور از پویا سیستم‌هایی است که پارامترهای آن‌ها در گذر زمان دستخوش تحول می‌شوند. نمونه‌ی یک سیستم ایستا را می‌توان یک ساعت فرض کرد. برای نمونه سرعت چرخش عقربه‌های ساعت در طول یک دور گردش بر اثر جاذبه‌ی زمین تغییر بسیار ناچیز و قابل صرفنظری دارند.

حال تصور کنید یک سیستم پویا که رفتار آن بر اثر جزئی‌ترین تغییر در هر یک از پارامترهایش دچار نوسان‌های شدید آن هم به‌صورت دیفرانسیلی شود.

برای مثال آب و هوا و اقلیم یک منطقه‌ی جغرافیایی وضعیتی این‌گونه دارد. کوچکترین نوسان در مقدار یک متغیر آن هم در ارقام چهارم تا ششم اعشار می‌تواند نتیجه‌ی پیش‌بینی آب و هوا را به کلی دگرگون نماید.

روش‌های مونت کارلو

مونت کارلو، نام قمارخانه‌ای در شهر موناکو فرانسه است. علت نام‌گذاری دسته‌ای از الگوریتم‌ها به مونت کارلو، خصوصیت تصادفی و احتمالی بودن آن‌هاست. این الگوریتم‌ها حیطه‌ی بسیار وسیعی از کاربردها را می‌پوشانند. از آن جمله می‌توان به شبیه‌سازی پدیده‌ها در علم فیزیک، شیمی و بیولوژی، محاسبه‌ی انتگرال‌های معین در فضاهای با تعداد ابعاد

زیاد، شبیه‌سازی برخی بازی‌ها، برخی روش‌های بهینه‌سازی، استدلالات آماری و بیزی اشاره کرد (داگپونار، ۲۰۰۷).

الگوریتم‌های مونت کارلو به‌صورت زیر تعریف نشده است:

در یک الگوریتم مونت کارلو، راه حل مسئله به‌صورت امید ریاضی یک متغیر تصادفی مدل می‌شود و سپس با میانگین‌گیری بر روی تعداد نسبتاً زیاد مقادیر تصادفی تولید شده از توزیع آن متغیر تصادفی، این امید ریاضی تخمین زده می‌شود. برای حل مسائل در حالاتی که الگوریتم‌های کلاسیک نمونه‌گیری موجود نیست، عمدتاً از نظریه زنجیر مارکوف استفاده می‌شود. به کمک این نظریه می‌توان از توزیع‌های پیچیده نمونه‌گیری کرد. به کلیه‌ی الگوریتم‌های مونت کارلویی که برای تولید نمونه‌های تصادفی خود از زنجیر مارکوف استفاده می‌کنند، الگوریتم زنجیر مارکوف مونت کارلو یا $MCMC$ گفته می‌شود. از معروف‌ترین الگوریتم‌های مبتنی بر زنجیر مارکوف، الگوریتم نمونه‌گیری گیبز و الگوریتم نمونه‌گیری متروپلیس–هاستینگز می‌باشد. این الگوریتم‌ها کاربردهای وسیعی دارند.

سری‌های زمانی مانا

یک سری زمانی که خواص آن با انتقال زمان تغییر نکند، یک سری زمانی مانا نامیده می‌شود. سری زمانی $\{X_t\}$ را اکیداً مانا گوییم، هرگاه برای هر n و k، بردارهای تصادفی $(X_{t_1}, \cdots, X_{t_n})'$ و $(X_{t_1+k}, \cdots, X_{t_n+k})'$ هم‌توزیع باشند یعنی،

$$F_{X_{t_1},\cdots,X_{t_n}}(x_1, \cdots, x_n) = F_{X_{t_1+k},\cdots,X_{t_n+k}}(x_1, \cdots, x_n), \quad \forall x_1, \cdots, x_n.$$

به عبارت دیگر، توزیع‌های مشترک n–بعدی تحت انتقال زمان ناوردا یا پایا هستند.

فصل ۲

مشخصات مدل‌ها

۱.۲ مشخصات مدل TAR

فرض کنید $\{X_t\}$ و $\{Z_t\}$ دو فرایند تصادفی باشند که اولی خروجی و دومی ورودی سیستم پویای توصیف شده توسط معادله‌ی زیر باشد (مدل TAR)،

$$X_t = a_{\circ}^{(j)} + \sum_{i=1}^{k_j} a_i^{(j)} X_{t-i} + h^{(j)} \varepsilon_t, \qquad (۱.۲)$$

اگر $Z_t \in R_j = (r_{j-1}, r_j]$ به‌ازای برخی مقادیر $j = 1, \cdots, l$ باشد، که در آن $r_{\circ} = -\infty$ و $r_l = \infty$ است. اعداد حقیقی r_j، $j = 1, \cdots, l-1$ مقادیر آستانه‌ی فرایند $\{Z_t\}$ نامیده می‌شوند و آن‌ها l رژیم برای فرایند $\{Z_t\}$ تعریف می‌کنند.

ضرایب $a_i^{(j)}$ و $h^{(j)}$، $j = 1, \cdots, l; i = 0, 1, \cdots, k_j$ اعداد حقیقی هستند و اعداد صحیح نامنفی $k_1, \cdots, k_l$ به‌ترتیب مرتبه‌های اتورگرسیو $\{X_t\}$ را در هر رژیم تعریف می‌کنند. به‌علاوه $\{\varepsilon_t\}$ فرایند نوفه‌ی سفید گاوسی با میانگین صفر و واریانس یک است. نماد $TAR(l; k_1, \cdots, k_l)$ برای نشان دادن مدل اتورگرسیو آستانه‌ای استفاده می‌شود و $l, r_1, \cdots, r_{l-1}$ و $k_1, \cdots, k_l$ پارامترهای ساختاری مدل نامیده می‌شوند.

مدل‌های TAR در حالتی که متغیر آستانه‌ای متغیر با تاخیر به‌صورت $Z_t = X_{t-d}$ به‌ازای برخی مقادیر صحیح مثبت d، است توسط تانگ (۱۹۷۸)، تانگ و لیم (۱۹۸۰) معرفی شده‌اند. این نوع از مدل‌ها به مدل اتورگرسیو آستانه‌ای خودجنبشی ($SETAR$) معروف هستند و در حال حاضر مطالب بسیاری در مورد تحلیل این مدل‌ها تحت این فرض که

تعداد رژیم‌ها و مرتبه‌های اتورگرسیو $k_1, \cdots, k_l$ معلوم است، وجود دارد. در این تحقیق فرض می‌شود که متغیر آستانه‌ی $\{Z_t\}$ برون‌زا است به این معنی که هیچ بازخوردی از $\{X_t\}$ به سمت آن وجود ندارد و رفتار تصادفی $\{Z_t\}$ توسط زنجیر مارکوف مرتبه pام همگن با توزیع اولیه‌ی $F_1(z, \boldsymbol{\theta}_z)$ و توزیع هسته‌ی $F(z_t \mid z_{t-1}, \cdots, z_{t-p}, \boldsymbol{\theta}_z)$ توصیف می‌شود که $\boldsymbol{\theta}_z$ بردار پارامتر مربوط به زنجیر مارکوف در یک فضای عددی مناسب است. به‌علاوه فرض می‌شود که این توزیع‌ها از دیدگاه اندازه‌ی لبگ دارای چگالی هستند. یعنی تابع توزیع اولیه‌ی F_1 و تابع توزیع هسته‌ی F دارای انتگرال لبگ بوده و $f_1(z, \boldsymbol{\theta}_z)$ و $f(z_t \mid z_{t-1}, \cdots, z_{t-p}, \boldsymbol{\theta}_z)$ به‌ترتیب تابع چگالی اولیه و تابع چگالی هسته‌ی توزیع‌های بالا هستند. البته تمام خواص زنجیر $\{Z_t\}$ می‌تواند از زنجیر مارکوف مرتبه‌ی اول همگن چندمتغیره‌ی $\{\mathbf{Z_t}\}$ نتیجه‌گیری شود که در آن $\mathbf{Z_t} = (Z_t, \cdots, Z_{t-p+1})'$ برای تمام $t > p-1$. هم‌چنین فرض می‌شود که زنجیر مارکوف p-بعدی $\{\mathbf{Z_t}\}$ توزیع مانا یا پایا دارد و $f_p(.)$ و $f_p(. \mid .)$ به‌ترتیب مانایی و چگالی‌های هسته‌ی انتقال را تعریف می‌کنند. توزیع مانا در این‌جا مسیرهای نمونه‌ای از $\{Z_t\}$ که در دراز مدت ایستا هستند را نشان می‌دهد.

به‌علاوه مدل TAR خواص و ویژگی‌های زیر را دارد.

۱. مدل TAR یک ارتباط غیرخطی میان متغیرهای X و Z توصیف می‌کند که به هیچ‌وجه نمی‌توان از قبل مطمئن شد که ارتباط قطعه‌خطی است همان‌طور که در مدل $SETAR$ رخ می‌دهد. با توجه به فرایندهای تصادفی مرتبط آن‌چه موجود است، یک سیستم پویای بدون بازخورد با فرایند ورودی $\{Z_t\}$ و خروجی $\{X_t\}$ می‌باشد. بین X_t و مجموعه متغیرهای $X_{t-1}, \cdots, X_{t-k}$ و Z_t به‌صورت قطعه‌ای ارتباط خطی وجود دارد که در آن $k = max\{k_1, \cdots, k_l\}$ است.

۲. هم‌چنین با این نوع از مدل می‌توان انواع معینی از ناهمگنی در $\{X_t\}$ را توضیح داد، چون یک مسیر خاص از آن ممکن است انفجارهایی در مقادیر بزرگ را نشان دهد. در این روش مدل TAR جایگزینی برای مدل‌های معروف مانند مدل‌های $GARCH$ می‌باشد.

۳. مدل TAR شکل دیگری از مدل تغییر رژیم همیلتون (۱۹۹۴) است، به این معنی که می‌توان بیش از دو رژیم تحت زنجیرهای مارکوف نامعلوم داشت که در این‌جا برای فرایند $\{Z_t\}$ نشان داده می‌شود، یا این‌که می‌توان یک فرم فضای حالت کلی داشت (مِین و توایدی، ۱۹۹۳).