

به نام خداوند جان و خرد  
کزین برتر اندیشه بر نگذرد



دانشکده برق و کامپیوتر  
گروه مهندسی الکترونیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته برق- الکترونیک

عنوان

طراحی و پیاده سازی شتاب دهنده سخت افزاری روی یک FPGA  
جهت سیستم توموگرافی مقاومت الکتریکی

استاد راهنما

دکتر جواد فرونچی

استاد مشاور

دکتر قادر کریمیان

پژوهشگر

کریم صمدزمینی

کتابخانه دانشگاه شاهرود  
شهر شاهرود

۱۵/ ۱۰/ ۱۳۸۷

بهمن ۱۳۸۶

۹۶۱۵۲

## تشکر و قدردانی

خداوند متعال را سپاسگزارم که در طول دوران زندگی و تحصیل همیشه بنده را یاری نموده تا بتوانم فراز و نشیب های آن را پشت سر بگذارم و همچنان به فضل و رحمت بیکرانش امیدوار باشم. در این مقطع از تحصیل نیز همچون مقاطع قبل عزیزانی بودند که افتخار شاگردی آنان را داشتم و در این بین نقش بی بدیل استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر فرونچی غیر قابل انکار می باشد. ایشان در تمام مقاطع انجام پایان نامه با رهبری فوق العاده خویش که نشان از درایت و آگاهی شان دارد بنده را یاری نمودند.

از مشاوره ارزشمند جناب آقای دکتر کریمیان که در مراحل مختلف راهگشای اینجانب بوده اند تقدیر و تشکر می نمایم.

از جناب آقای دکتر مظفری که زحمت داوری پایان نامه را تقبل نمودند نیز تشکر می نمایم. و در پایان از خداوند منان می خواهم دانشجو بودن را در همه حال نصیب جویندگان واقعی آن فرماید.

نام خانوادگی دانشجو : صمدزمینی	نام : کریم
عنوان پایان نامه: طراحی و پیاده سازی شتاب دهنده سخت افزاری روی یک FPGA جهت سیستم توموگرافی مقاومت الکتریکی	
استاد راهنما : دکتر جواد فرونچی	
استاد مشاور : دکتر قادر کریمیان	
مقطع تحصیلی : کارشناسی ارشد رشته : مهندسی برق گرایش : الکترونیک دانشگاه : تبریز	
دانشکده : مهندسی برق و کامپیوتر تاریخ فارغ التحصیلی : ۱۳۸۶/۱۱/۲۳ تعداد صفحه : ۸۹	
کلید واژه ها: توموگرافی مقاومت الکتریکی، FPGA، شتاب دهنده سخت افزاری، پردازش موازی، روش المان محدود، ماتریس ژاکوبین، خط لوله، روش گوس-سایدل	
چکیده:	
<p>توموگرافی مقاومت الکتریکی ERT کاربردهای زیادی از جمله ژئو فیزیک دارد. در این سیستم تعیین توزیع مقاومت الکتریکی زیر سطح با استفاده از اندازه گیری ولتاژ روی سطح توسط الکترودهای سیستم انجام می گیرد. این عمل با فروبردن الکترودهایی در روی زمین به صورت ماتریسی یا دورچین و تزریق جریان به آنها و دریافت ولتاژهای متناظر از بقیه الکترودها به عنوان داده های ورودی صورت می گیرد.</p> <p>در قسمت بازسازی تصویر از حل عددی معادلات دیفرانسیل مربوطه به روش تفاضل محدود و بهره گیری از الگوریتم حداقل مربعها برای کاهش خطای بین مقادیر اندازه گیری شده و محاسبه شده و در نهایت تصویر توزیع مقاومت الکتریکی به صورت سه بعدی با استفاده از یکی از دو روش گوس- نیوتن و کوشی- نیوتن بدست می آید.</p> <p>مراحل ایجاد تصویر توموگرافی به روش مقاومت الکتریکی چهار بلوک می باشد. مرحله اول شامل تشکیل یک دستگاه معادلات پتانسیل می باشد که ضرایب آن توسط روابط کوپلینگ محاسبه می گردد. قدم بعدی حل دستگاه فوق الذکر و پیدا کردن پتانسیل های مربوطه می باشد. مقادیر این پتانسیل ها بعد از عبور از مرحله ژاکوبین مبنای محاسبه مقاومت الکتریکی ( یا رسانایی الکتریکی ) بلوک هایی است که در نهایت بعد از چندین بار تکرار جهت تصویر سازی از عمق جسم مورد نظر بکار می رود.</p>	

هدف این پایان نامه استفاده از الگوریتم های موازی سازی و پردازش موازی و خط لوله به جهت پیاده کردن یک سیستم بهینه بر روی FPGA به منظور کاهش زمان و افزایش سرعت محاسبات بدون از دست دادن دقت لازم در ایجاد تصویر می باشد.

عملیات سنتز کدهای VHDL برای انجام این پروژه در نرم افزار ISE 8.1 شرکت Xilinx انجام شده است. این طرح روی برد XCLX25 شرکت Memec با تراشه Virtex-4LX25 شرکت Xilinx پیاده سازی گردید. شبیه سازی مدار پیاده سازی شده نیز توسط نرم افزار Modelsim6.0 انجام شده است.

مقدار قطعات استفاده شده حدود ۳۰٪ قطعات موجود بوده و نتیجه شبیه سازی نشان می دهد که زمان فرایند برای یک بار تکرار جهت تصویر سازی ERT و به ازای یک بار تکرار جریان ۱۶۸ میلی ثانیه می باشد.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	مقدمه.....
۴	فصل اول : بررسی منابع.....
۵	۱-۱- توموگرافی مقاومت الکتریکی سه بعدی.....
۵	۱-۲- چیدمان الکترودها در توموگرافی مقاومت الکتریکی سه بعدی.....
۷	۱-۳- ساختار بازسازی تصویر در ERT.....
۱۰	۱-۴- طراحی نرم افزار تصویرساز.....
۱۱	۱-۵- حل مستقیم مسئله (Forward Solver).....
۱۱	۱-۵-۱- مش بندی.....
۱۲	۱-۵-۲- گسسته سازی و حل بوسیله عناصر حجمی.....
۱۳	۱-۶- محاسبه ژاکوبین.....
۱۵	۱-۷- حل مسئله معکوس.....
۱۵	۱-۸- نتایج سه بعدی با مدل و المان مدفون شده T.....
۱۷	۱-۹- مشخصات و قابلیت های FPGA.....
۱۸	۱-۹-۱- CLB و SLICE.....
۲۱	۱-۹-۲- MEMORY.....
۲۶	۱-۹-۳- DSP48.....
۲۹	فصل دوم : مواد و روشها.....
۳۰	۱-۲- مراحل تشکیل تصویر در ERT.....

- ۳۱..... تولید ضرایب کوپلینگ ..... ۲-۲
- ۳۶..... تولید  $dz, dy, dx$  ..... ۱-۲-۲
- ۳۷..... تولید آرایشهای مختلف از  $dz, dy, dx$  ها ..... ۲-۲-۲
- ۳۷..... حافظه ۱ ..... ۳-۲-۲
- ۳۸..... ضرب و جمع کننده ها ..... ۴-۲-۲
- ۳۹..... حافظه ۲ ..... ۵-۲-۲
- ۳۹..... تولید  $r^2$  ..... ۶-۲-۲
- ۴۰..... تولید  $D, D_{exp}$  ..... ۷-۲-۲
- ۴۳..... تقسیم کننده باینری ..... ۸-۲-۲
- ۴۴..... تولید  $C_{diag}$  ..... ۹-۲-۲
- ۴۶..... مرحله حل دستگاه معادلات ..... ۳-۲
- ۴۶..... روشهای حل دستگاه معادلات ..... ۱-۳-۲
- ۴۷..... حل معادله به روش گوس- سایدل ..... ۲-۳-۲
- ۴۸..... پیاده سازی بلوک حل دستگاه معادلات ..... ۳-۳-۲
- ۵۰..... چیدمان حافظه در بلوک حل دستگاه معادلات ..... ۴-۳-۲
- ۵۱..... تولید ماتریس ژاکوبین ..... ۴-۲
- ۵۱..... بیان مسئله ژاکوبین ..... ۱-۴-۲
- ۵۲..... ماتریس ژاکوبین ..... ۲-۴-۲
- ۵۲..... پیاده سازی ژاکوبین ..... ۳-۴-۲
- ۵۵..... طراحی قسمت کنترل ژاکوبین ..... ۴-۴-۲
- ۵۶..... طراحی قسمت گرادیان ..... ۵-۴-۲
- ۵۹..... فصل سوم : نتایج و بحث.....
- ۶۰..... نتایج روشها ..... ۱-۳
- ۶۰..... سیستم اعداد و نرمالیزه کردن داده ها ..... ۱-۱-۳
- ۶۱..... ابزارهای سنتز و تحلیل و شبیه سازی مدارات ..... ۲-۱-۳

- ۶۱..... ۳-۱-۳- سنتز بلوک ضرایب کوپلینگ
- ۶۳..... ۳-۱-۴- سنتز بلوک تولید و حل دستگاه FORWARD SOLVER
- ۶۶..... ۳-۱-۵- نتایج شبیه سازی و سنتز بلوک ژاکوبین
- ۶۸..... ۳-۱-۶- نتایج کل شتاب دهنده سخت افزاری
- ۷۰..... ۳-۲- نتیجه گیری و پیشنهادات
- ۷۰..... ۳-۲-۱- نتیجه گیری ها
- ۷۱..... ۳-۲-۲- پیشنهادات
- ۷۳..... منابع و مراجع
- ۷۶..... ضمیمه A
- ۷۸..... ضمیمه B
- ۸۵..... ضمیمه C
- ۸۹..... چکیده انگلیسی



## فهرست شکل ها

شکل	صفحه
شکل (۱-۱). آرایه قطب-قطب به فرم دورچین	۶
شکل (۲-۱). بلوک بندی مدل برای سیستم ۱۶ الکترودی دو بعدی	۷
شکل (۳-۱). فلوجارت باز سازی تصویر در توموگرافی مقاومت الکتریکی	۹
شکل (۴-۱). مش بندی مدل	۱۱
شکل (۵-۱). ماتریس ژاکوبین مدل همگن	۱۵
شکل (۶-۱). مدل شبیه سازی شده T	۱۶
شکل (۷-۱). تصویر بازسازی شده مدل T	۱۶
شکل (۸-۱). FPGA شرکت Xilinx	۱۷
شکل (۹-۱). عناصر حافظه در FPGA	۱۹
شکل (۱۰-۱). بلوک CLB در FPGA	۲۰
شکل (۱۱-۱). دیاگرام زمانی عملکرد Slice ها	۲۰
شکل (۱۲-۱). دیاگرام زمانی Distributed RAM	۲۱
شکل (۱۳-۱). بلوک حافظه در FPGA	۲۲
شکل (۱۴-۱). ساختار بلوک حافظه در FPGA	۲۳
شکل (۱۵-۱). دو بلوک حافظه موازی	۲۳
شکل (۱۶-۱). بلوک حافظه به صورت FIFO	۲۴
شکل (۱۷-۱). دیاگرام زمانی عملکرد حافظه در مد اول	۲۵
شکل (۱۸-۱). دیاگرام زمانی عملکرد حافظه در مد دوم	۲۵
شکل (۱۹-۱). بلوک DSP48	۲۶
شکل (۲۰-۱). کنترل بلوک DSP48	۲۷

- شکل (۱-۲۱). دیاگرام زمانی بلوک DSP48 ..... ۲۷
- شکل (۲-۱). مراحل ایجاد تصویر به روش ERT ..... ۳۱
- شکل (۲-۲). نحوه قرار گرفتن ضرایب در داخل ماتریس ..... ۳۳
- شکل (۲-۳). بلوک دیاگرام تولید ضرایب کوپلینگ ..... ۳۵
- شکل (۲-۴). دیاگرام داخلی بخش ضرب و جمع کننده ها ..... ۳۸
- شکل (۲-۵). دیاگرام داخلی تولید  $I^2$  ..... ۴۰
- شکل (۲-۶). دیاگرام داخلی تولید D ..... ۴۱
- شکل (۲-۷). دیاگرام تولید  $D_{exp}$  ..... ۴۲
- شکل (۲-۸). نمودار تقسیم کننده باینری ۴ بیتی ..... ۴۴
- شکل (۲-۹). دیاگرام تولید  $C_{diag}$  ..... ۴۵
- شکل (۲-۱۰). دیاگرام حل معادلات پتانسیل به روش گوس سایدل ..... ۴۹
- شکل (۲-۱۱). دیاگرام تولید ضرایب ژاکوبین ..... ۵۳
- شکل (۲-۱۲). بلوکی با مقاومت ویژه  $\rho$  ..... ۵۴
- شکل (۲-۱۳). دیاگرام داخلی قسمت گرادیان ..... ۵۷
- شکل (۳-۱). نتایج شبیه سازی بلوک تولید ضرایب کوپلینگ ..... ۶۳
- شکل (۳-۲). نتایج شبیه سازی سخت افزار آنالیزر الکترواستاتیکی ..... ۶۴
- شکل (۳-۳). نتایج نرم افزار Modelsim6.0 برای چند مجهول نمونه ..... ۶۵
- شکل (۳-۴). درصد اختلاف نسبی بین نتایج FPGA و MATLAB برای بلوک آنالیزر الکترواستاتیکی ..... ۶۶
- شکل (۳-۵). نتایج شبیه سازی بلوک ژاکوبین ..... ۶۷
- شکل (۳-۶). خطای نسبی برای کل بازه مکانی ژاکوبین ..... ۶۸

## فهرست جداول

صفحه	جدول
۱۷.....	جدول (۱-۱). مشخصات ساختاری خانواده Virtex4.....
۲۱.....	جدول (۲-۱). محتویات CLB خانواده Virtex4.....
۶۲.....	جدول (۱-۳). استفاده از منابع سخت افزاری FPGA برای بلوک تولید ضرایب کوپلینگ.....
۶۴.....	جدول (۲-۳). خلاصه سخت افزار استفاده شده روی FPGA بلوک آنالیزر الکترواستاتیکی.....
۶۵.....	جدول (۳-۳). مقایسه نتایج MATLAB7.1 و Modelsim6.0.....
جدول (۴-۳). مقایسه مقدار عددی بدست آمده از بلوک ژاکوبین برای یک بازه محدود مکانی بین	
۶۷.....	MATLAB و FPGA.....
۶۸.....	جدول (۵-۳). قطعات موجود و استفاده شده FPGA بلوک ژاکوبین.....
۶۹.....	جدول (۶-۳). نتایج سنترکل شتاب دهنده سخت افزاری.....

هدف توموگرافی مقاومت الکتریکی<sup>۱</sup> تعیین توزیع مقاومت ویژه الکتریکی زیر سطح زمین با استفاده از اندازه گیری های روی سطح زمین می باشد. از روی این اندازه گیریها مقاومت ویژه زیر سطح تخمین زده می شود. مقاومت ویژه زمین با تغییر پارامترهای زمین مثل مواد معدنی، رطوبت، درجه اشباع آب در سنگها تغییر می نمایند. از توموگرافی مقاومت الکتریکی برای اکتشاف آب، معدن یابی، اکتشاف نفت، تحقیقات زمین شناسی، کاربردهای پزشکی و ... استفاده می شود. بدلیل اینکه ساختارهای زمین شناسی در طبیعت سه بعدی است باید از پیمایش مقاومت سه بعدی برای تفسیر یک مدل سه بعدی استفاده شود و در حال حاضر پیمایش سه بعدی به دو دلیل موضوع تحقیقات فعالی می باشد:

۱- توسعه مقاومت سنج های چند کاناله که سرعت نمونه برداری را افزایش داده اند.

۲- توسعه میکرو کامپیوترهای با سرعت بالا.

بازسازی تصویر با فروردن الکترودهایی در روی زمین به صورت ماتریسی یا دورچین و تزریق جریان به آنها و دریافت ولتاژهای متناظر از بقیه الکترودها به عنوان داده های ورودی صورت می گیرد و با استفاده از اندازه گیری ولتاژ روی سطح زمین تصویر زیر سطح زمین بدست می آید. به این ترتیب که با استفاده از داده های بدست آمده از روی سطح و شبیه سازی مدل مشابه با ناحیه مورد پیمایش، در کامپیوتر سعی در مینیمم نمودن تفاضل بین داده اندازه گیری شده و حساب شده از مدل می نماییم و از این طریق به پارامترهای مجهول یعنی مقاومت ویژه الکتریکی سه بعدی زیر زمین دست می یابیم.

مراحل ایجاد تصویر توموگرافی به روش مقاومت الکتریکی چهار بلوک می باشد. مرحله اول شامل تشکیل یک دستگاه معادلات پتانسیل می باشد که ضرایب آن توسط روابط کوپلینگ محاسبه می گردد. قدم بعدی حل دستگاه فوق الذکر و پیدا کردن پتانسیل های مربوطه می باشد. مقادیر این پتانسیل ها بعد از عبور از مرحله ژاکوبین مبنای محاسبه مقاومت الکتریکی (یا رسانایی الکتریکی) بلوک هایی است که در نهایت بعد از چندین بار تکرار جهت تصویر سازی از عمق جسم مورد نظر بکار می رود.

<sup>۱</sup> ERT

راههای زیادی برای کاهش زمان محاسبه تصویر سازی در ERT وجود دارد که استفاده از روش پردازش موازی<sup>۲</sup> و خط لوله<sup>۳</sup> روی FPGA در این پایان نامه بکار گرفته شد. در سالهای اخیر کار بر روی پیاده سازی شتاب دهنده سخت افزاری<sup>۴</sup> مبتنی بر FPGA موضوع تحقیقات فعالی می باشد. اصولاً تنوع و قابلیت های FPGA علی الخصوص انواع جدید آن که دارای فرکانس پالس ساعت 600MHz بوده و دارای تعداد بلوک های محاسباتی DSP و حافظه های BRAM قابل توجهی نیز می باشند باعث گردیده طراحی و تولید مدارات با تعداد متوسط و همچنین در مرحله نمونه سازی بسیار مورد توجه قرار گیرد.

ساختارهایی که با پردازش تعداد زیادی داده سروکار داریم بسیار مستعد پیاده سازی بصورت خط لوله می باشند. همینطور اکثر فرایندهای فیزیکی که به جای حل تحلیلی مجبور هستیم به سراغ حل عددی معادلات دیفرانسیل، انتگرال و .. برویم، امکان موازی سازی مناسبی را فراهم می نمایند. همیشه در فرایند موازی سازی و خط لوله، پیدا کردن نقطه بهینه بین افزایش سخت افزار جهت تعداد المان های خط لوله و مسیر های موازی و همچنین زمان انجام محاسبات، چالش اصلی می باشد.

این پایان نامه در ادامه پایان نامه آقای حمید سلطانی انجام و سرعت انجام محاسبات بین نرم افزارهای محاسباتی همچون MATLAB با عملکرد FPGA بررسی گردیده است. نتایج سنتز و شبیه سازی هر بلوک از ERT بصورت مجزا مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت دیاگرام های کل شتاب دهنده سخت افزاری که شامل همه بلوک های پیاده سازی شده می باشد، نشان می دهد سرعت انجام محاسبات در روش موازی و خط لوله به طرز چشمگیری افزایش پیدا کرده است.

چهار مقاله به شرح زیر از پایان نامه مذکور حاصل گردید:

۱- مقاله تحت عنوان "A Hardware Accelerator for Electrical Resistance Tomography System" که برای کنفرانس WCIPT 5 سال ۲۰۰۷ در کشور نروژ پذیرفته شد.

۲- مقاله تحت عنوان "طراحی و پیاده سازی یک آنالیزالکترواستاتیکی بر روی یک FPGA" برای سیزدهمین کنفرانس بین المللی کامپیوتر انجمن کامپیوتر ایران csicc2008، که توسط دانشگاه صنعتی شریف در اسفند ۸۶ در جزیره کیش برگزار میگردد، پذیرفته شد.

<sup>2</sup> Parallel processing

<sup>3</sup> Pipeline

<sup>4</sup> Hardware accelator

۳- مقاله تحت عنوان "طراحی و پیاده سازی سخت افزار ایجاد ماتریس ژاکوبین روی یک FPGA" برای شانزدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران ICEE که در اردیبهشت ۸۷ در دانشگاه تربیت مدرس برگزار می گردد، رایه گردید.

۴- مقاله تحت عنوان "Reconfigurable Computing Platform for Real-Time Image Reconstruction in 3-D Electrical Resistance Tomography" برای مجله Measurement , Science and Technology که یک مجله ISI می باشد، رایه گردید.

فصل اول

بررسی منابع

(پایه های نظری و پیشینه پژوهش)

## ۱-۱- توموگرافی مقاومت الکتریکی سه بعدی

قانون فیزیکی اساسی استفاده شده در توموگرافی مقاومت الکتریکی (ERT) شکل برداری قانون اهم برای چگالی جریان الکتریکی در زمین می باشد. این معادله در شکل برداری در یک حجم پیوسته عبارتست از:

$$\vec{J} = \sigma(x, y, z) \vec{E} \quad (1-1)$$

که در آن  $\sigma$  رسانایی حجمی و  $J$  چگالی جریان و  $E$  شدت میدان الکتریکی می باشد. در عمل پیمایش های ژئوفیزیکی بجای رسانایی  $\sigma$  از  $\rho(x, y, z) = 1/\sigma(x, y, z)$  بطور معمول استفاده می شود. از طرفی اندازه گیریهای ما مبتنی بر بدست آوردن مقدار ولتاژ روی سطح می باشد. رابطه بین پتانسیل الکتریکی و شدت میدان الکتریکی بوسیله رابطه زیر داده می شود:

$$E = -\nabla V \quad (2-1)$$

از ترکیب معادلات (1-1) و (2-1) معادله زیر بدست می آید:

$$\vec{J} = -\sigma(x, y, z) \nabla V \quad (3-1)$$

حال اگر منبع جریان روی سطح و در نقطه  $(x_s, y_s, z_s)$  قرار داشته باشد قانون پیوستگی جریان از رابطه زیر بدست می آید:

$$\nabla \cdot J = I \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (4-1)$$

که  $\delta$  تابع دلتای دیراک می باشد. بنابر این معادله (3-1) را دوباره می توان بازنویسی کرد

$$\nabla \cdot [-\sigma(x, y, z) \nabla V(x, y, z)] = I \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (5-1)$$

این معادله اساسی می باشد که توزیع ولتاژ در زمین را به واسطه منبع جریان نقطه ای و در نظر گرفتن  $\sigma(x, y, z)$  بدست می دهد و روشهایی برای حل این معادله وجود دارد. مسئله بدست آوردن توزیع ولتاژ از روی معادله (5-1) مدل نمودن مستقیم مسئله نامیده می شود [۲].

## ۲-۱- چیدمان الکترودها در توموگرافی مقاومت الکتریکی سه بعدی

برای بدست آوردن هر داده در هر مرحله اندازه گیری چهار الکترودها را از بین الکترودهای فرورده شده در زمین انتخاب و از یک زوج آنها جریان به زمین تزریق و از زوج دیگر اختلاف ولتاژ ایجاد شده را اندازه گیری می نمایم. برای توموگرافی سه بعدی اغلب از آرایه های قطب-قطب<sup>۵</sup>، قطب-

<sup>5</sup> Pole-Pole

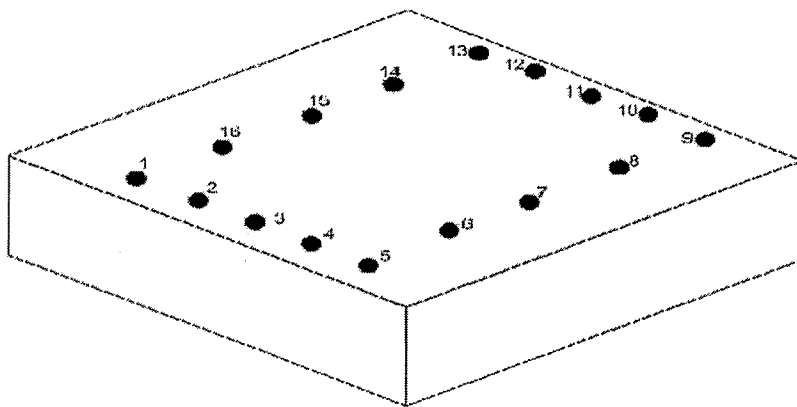


دوقطبی<sup>۶</sup>، دوقطبی-دوقطبی<sup>۷</sup> استفاده می شود که هر کدام مزایا و معایب خاص خود را دارند. آرایه مورد استفاده در این کار قطب-قطب می باشد.

آرایه انتخاب شده قطب-قطب در عمل دارای دو الکتروستات است. دو الکتروستات دیگر، الکتروستات دور دست<sup>۸</sup> هستند که در فاصله تقریباً بیست برابر دو الکتروستات اصلی قرار می گیرند. این آرایه در پیمایشهای که در فواصل کوچک اسکن می کنند، خصوصاً برای سیستمهای سه بعدی استفاده می شود [۳].

در این نوع آرایه هر الکتروستات به نوبت برای الکتروستات جریان مورد استفاده قرار می گیرد و ولتاژ در بقیه الکتروستاتها اندازه گیری می شوند توجه داریم که بخاطر عمل متقابل، می توان ولتاژ الکتروستاتی با شماره های بالاتر از الکتروستات جریان را اندازه گیری نمود [۴].

شکل (۱-۱) یک ترکیب دورچین از ۱۶ الکتروستات را به روش قطب-قطب نمایش می دهد. برای راحتی الکتروستاتها با فاصله واحد از یکدیگر در جهت X و Y قرار میگیرند.



شکل (۱-۱). آرایه قطب-قطب به فرم دورچین

برای چنین آرایشی تعداد اندازه گیری  $n_{\max}$ ، با تعداد  $n_e$  الکتروستات برابر است با:

$$n_{\max} = \frac{n_e(n_e - 1)}{2} \quad (n_e = 16, \quad n_{\max} = 120) \quad (1-1)$$

برای شبکه های کمتر از  $12 \times 12$  الکتروستات قطب-قطب در مقایسه با آرایه های دیگر در واقع تعداد بیشتری اندازه گیری مستقل دارد و یک پوشش داده افقی بهتری در مقایسه با آرایه های

<sup>6</sup> Pole-Dipole

<sup>7</sup> Dipole-Dipole

<sup>8</sup> Remote

دیگر فراهم می نماید [۳]. این یک آرایه مطلوب برای تصویربرداری با فاصله کوچک بین الکترودها (کمتر از ۵ متر) می باشد.

آرایه دور چین دارای مزایای زیر می باشد:

۱- تصویر برداری از زیر سطوحی که امکان کار گذاری الکترودها در روی سطح آن امکان پذیر نمی باشد.

۲- کاهش بسیار زیاد تعداد اندازه گیری ها که بطور نسبتا زیادی سرعت را هم در قسمت اندازه گیری و هم در قسمت نرم افزار تصویرسازی، کاهش میدهد.

### ۳-۱- ساختار بازسازی تصویر در ERT

در این پروژه با استفاده از اندازه گیری ولتاژ روی سطح زمین تصویر زیر سطح زمین بدست می آید. به این ترتیب که به استفاده از داده های بدست آمده از روی سطح و شبیه سازی مدل مشابه با ناحیه مورد پیمایش، در کامپیوتر سعی در مینیمم نمودن تفاضل بین داده اندازه گیری شده و حساب شده از مدل می نماییم و از این طریق به پارامترهای مجهول یعنی مقاومت ویژه الکتریکی سه بعدی زیر زمین دست می یابیم.

فرض می کنیم مدل استفاده شده در پروسه معکوس سازی داده به تصویر، شامل یک تعداد از بلوک های مربعی با مقاومت ویژه ثابت مطابق شکل (۲-۱) می باشد.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13			
P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24	P25	P26			
	P27	P28	P29	P30	P31	P32	P33	P34	P35	P36	P37				
		P38	P39	P40	P41	P42	P43	P44	P45	P46					
			P47	P48	P49	P50	P51	P52	P53						

شکل (۲-۱). بلوک بندی مدل برای سیستم ۱۶ الکترودی دو بعدی

حال مقاومت ویژه های صحیح هر بلوک را می توان با توجه به داده های اندازه گیری شده از روش حداقل مربع ها<sup>9</sup> بدست آورد. اساس این روش مینیمم کردن خطای بین داده اندازه گیری شده و پاسخ محاسبه شده از مدل می باشد. نهایتاً معادله حداقل مربع ها بصورت زیر بدست می آید [5].

$$\Delta \rho = (J^T J + \lambda C^T C)^{-1} J^T \Delta V \quad (7-1)$$

که در آن  $J$  ماتریس ژاکوبین،  $\lambda$  ضریب میرایی،  $\Delta V$  ماتریس تفاضل بین داده اندازه گیری شده و محاسبه شده می باشد و  $\Delta \rho$  ماتریس تصحیح پارامترهای مدل می باشد که ما بدنبال آن هستیم. پروسه بازسازی تصویر به قسمت های زیر تقسیم می شود:

۱- محاسبه داده ولتاژ از حل عددی معادله (۱-۵) که از روش تفاضل محدود در این پروژه استفاده شده است [۶].

۲- محاسبه ماتریس ژاکوبین که شامل مشتق های جزئی می باشد.

۳- حل معادلات خطی بدست آمده از (۷-۱).

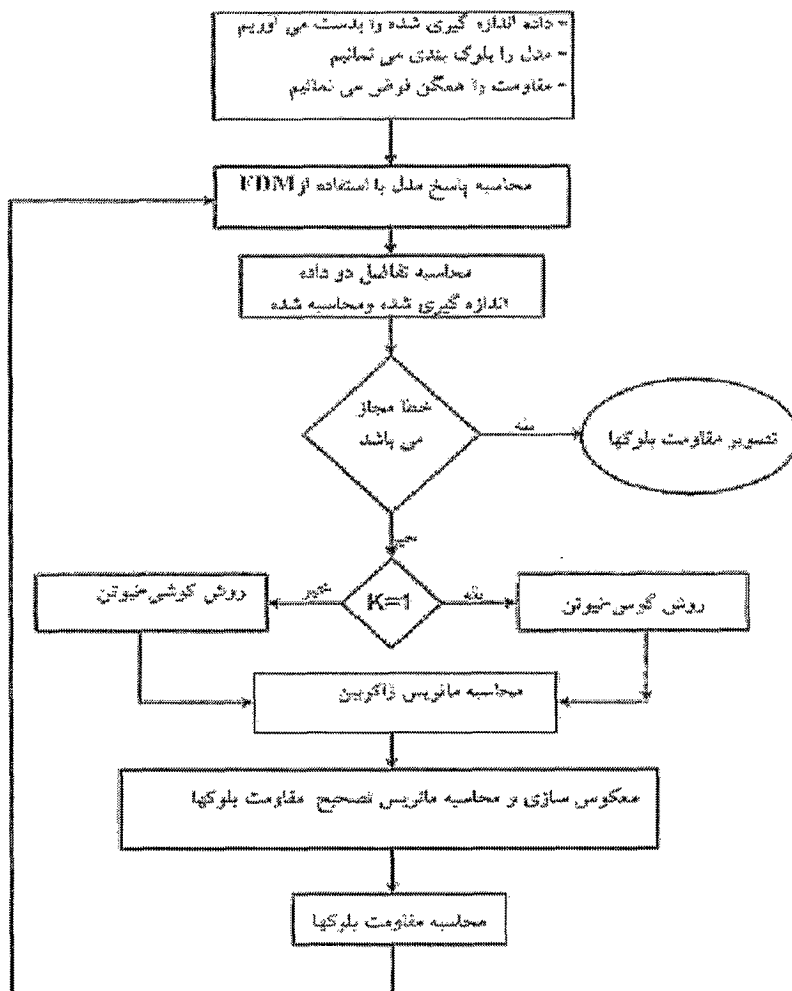
دو قسمت اول مراحل وقت گیر مسئله می باشد. برای بدست آوردن ماتریس ژاکوبین با در نظر گرفتن معادله (۱-۳) تغییر ولتاژ ایجاد شده بر اثر تغییر در مقاومت ویژه زیر سطحی بلوک فرضی عبارتست از:

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \int \int \int J \cdot J' dx dy dz, \quad (8-1)$$

که در آن  $J$  به ترتیب چگالی جریان در بلوک می باشد زمانی که جریان از محل مورد نظر تزریق شده و  $J'$  حالتی است که الکترودهای جریان و ولتاژ تعویض شده باشند.

الگوریتم کلی بدست آوردن تصویر در ERT مطابق شکل (۱-۳) به ترتیب زیر است:

<sup>9</sup> Least square



شکل (۳-۱). فلوجارت باز سازی تصویر در توموگرافی مقاومت الکتریکی

- ۱- یک حدس اولیه برای پارامترهای مدل (مقاومت ویژه ظاهری) که معمولاً در شروع محیط را همگن با مقدار  $\rho_0$  در نظر می گیریم.
- ۲- محاسبه پاسخ مستقیم مدل<sup>۱۰</sup> یعنی  $F(\rho_0)$ .
- ۳- محاسبه ماتریس ژاکوبین.
- ۴- بدست آوردن ماتریس  $\Delta\rho_0$  با معکوس نمودن معادله (۷-۱).

<sup>10</sup> Forward Solver