

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و  
نوآوریهای ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه  
متعلق به دانشگاه رازی است.



دانشگاه رازی

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک  
گرایش طراحی کاربردی

عنوان

تحلیل ارتعاشات آزاد استوانه FGM به کمک روش بدون المان

استاد راهنما:

دکتر مهرداد فروتن

نگارش:

حمیدرضا ملارضا

تیر ماه ۱۳۸۹

## سپاسگزاری:

خداوند بزرگ را شاکرم که در لحظه لحظه زندگی ام، مرا نه بدین دلیل که شایسته آن بودم، بلکه به سبب کرم و لطف بیکرانیش یاری کرد.  
لحظاتی که با ناامیدی گذران عمر می کردم، چنان نور امیدی بر قلبم تابانید که دیگر مجالی برای اندیشیدن به ناتوانیم نداشتم.  
زبان قاصرم را یارای شکرگزاری او نیست، هرچه دارم از اوست.

## خدایا....شکرت.

از استاد ارجمند جناب آقای دکتر مهرداد فروتن نیز  
که مرا در انجام این پایان نامه یاری نمودند،  
صمیمانه تشکر می نمایم.

حمیدرضا ملارضا

۱۳۸۹

## تقدیم اثر:

این مجموعه هر چند ناچیز را به محضر پدر و مادر بزرگوار و عزیزتر از جانم تقدیم می دارم و بر دستان گرم و پر محبتشان بوسه می نهم.

## چکیده:

روش‌های بدون المان با توجه به مزایایی که نسبت به روش‌های المان محور دارند در سال‌های اخیر جایگاه ویژه‌ای در حوزه‌ی مسائل مکانیک جامدات پیدا کرده‌اند. در این پایان نامه یک روش جدید بدون المان فرم ضعیف، برای تحلیل ارتعاشات آزاد استوانه FGM بکار گرفته شده است. این روش بر پایه‌ی تقریب بدون المان حداقل مربعات متحرک و فرم ضعیف معادله تعادل بنا نهاده شده است. با توجه به استفاده از فرم ضعیف، انتگرال‌گیری با استفاده از شبکه پس‌زمینه و روش گوس انجام می‌گیرد که پایداری بیشتر حل را نتیجه می‌دهد. شرایط مرزی اساسی با استفاده از روش تبدیل اعمال می‌شود. در این روش با استفاده از ماتریس تبدیل توابع شکل تصحیح شده، سپس می‌توان به راحتی روش اجزاء محدود شرایط مرزی را اعمال نمود. استفاده از روش‌های ذکر شده در کنار هم منجر به توسعه روشی جدید، پایدار و قوی برای حل بسیاری از مسائل شده است. فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از روش ارائه شده توافق بسیار خوبی با نتایج حل المان محدود دارد که دلالت بر صحت روش ارائه شده دارد. همچنین در این پایان نامه تأثیر شرایط مرزی مختلف، پارامترهای هندسی و خواص مکانیکی بر روی فرکانس‌های طبیعی بررسی شده است.

۱	فصل اول: مقدمه ای بر مواد هدفمند.....	۱
۱-۱-۱	مقدمه.....	۲
۱-۲-۱	ماهیت مواد هدفمند.....	۲
۱-۳-۱	تاریخچه مواد هدفمند.....	۳
۱-۴-۱	انواع مواد هدفمند.....	۵
۱-۵-۱	روشهای تولید مواد هدفمند.....	۷
۱-۵-۱-۱	روش متالوژی پودر.....	۸
۱-۵-۱-۲	روش پلازما جت.....	۸
۱-۵-۱-۳	روش گریز از مرکز.....	۹
۱-۵-۱-۴	روشهای الکتروفیزیکی.....	۹
۱-۵-۱-۵	نشت بخار مواد، توسط روشهای شیمیایی و فیزیکی.....	۹
۱-۶-۱	کاربردهای مواد هدفمند.....	۱۰
۱-۷-۱	مدلهای ریاضی بیان کننده خواص مکانیکی.....	۱۲
۱-۷-۱-۱	مدل اول: استفاده از رابطه غیر خطی (تابع نمایی).....	۱۲
۱-۷-۱-۲	مدل دوم: استفاده از رابطه غیر خطی (تابع نمایی) متأثر از دما.....	۱۳
۱-۷-۱-۳	مدل سوم: استفاده از تابع نمایی به شکل خاص.....	۱۳
۱-۷-۱-۴	مدل چهارم: استفاده از توابع یک یا چند جمله ای (تابع توانی).....	۱۴
۱-۷-۱-۵	مدل پنجم: استفاده از تابع نمایی با ضرایب ثابت.....	۱۴
۱-۷-۱-۶	مدل ششم: استفاده از مدل مثلثاتی.....	۱۴
۱۶	فصل دوم: مروری بر تحقیقات انجام گرفته پیشین.....	۱۶
۱-۲-۱	مقدمه.....	۱۷
۱-۲-۲	مرور تحقیقات انجام گرفته.....	۱۷
۱-۲-۲-۱	تحلیل سازه‌های از جنس مواد هدفمند تحت بار مکانیکی استاتیکی و حرارتی در حالت پایدار.....	۱۷
۱-۲-۲-۲	تحلیل رفتار گذرای سازه‌های از جنس مواد هدفمند تحت باردینامیکی و حرارتی در حالت گذرا.....	۱۹
۱-۲-۲-۳	تحلیل رفتار ارتعاشی سازه‌های از جنس مواد هدفمند و بررسی گسترش موج در آنها.....	۲۰
۱-۲-۲-۴	تحلیل رفتار ترموالاستیسیته همزمان در سازه‌های از جنس مواد هدفمند و بررسی پایداری پوسته‌های استوانه‌ای از جنس مواد هدفمند.....	۲۳
۲۵	فصل سوم: روش‌های بدون المان.....	۲۵
۱-۳-۱	مقدمه.....	۲۶
۱-۳-۲	مقایسه روش اجزاء محدود با روش‌های بدون المان.....	۲۶
۱-۳-۲-۱	محدودیت‌های روش المان محدود.....	۲۶

۲۸.....	۲-۲-۳- روند تحلیل مسائل به روش‌های بدون المان.....
۳۰.....	۳-۲-۳- مزایای بی‌نیازی روش‌های بدون المان به شبکه بندی.....
۳۱.....	۴-۲-۳- پیوستگی توابع شکل بدون المان.....
۳۲.....	۵-۲-۳- مقایسه روش اجزاء محدود و روش‌های بدون المان از دیدگاه محاسباتی.....
۳۳.....	۶-۲-۳- اعمال شرایط مرزی اساسی.....
۳۴.....	۳-۳- معرفی روش‌های بدون المان.....
۳۵.....	۴-۳- دسته بندی روش‌های بدون المان.....
۳۶.....	۱-۴-۳- دسته‌بندی بر اساس فرمولبندی فرآیند.....
۳۸.....	۲-۴-۳- دسته‌بندی بر اساس شماتیک تابع تقریب.....
۳۹.....	۳-۴-۳- دسته‌بندی بر اساس دامنه حل مسئله.....
۴۱.....	۵-۳- توابع شکل.....
۴۲.....	۱-۵-۳- توابع شکل اجزاء محدود.....
۴۳.....	۲-۵-۳- توابع شکل حداقل مربعات متحرک (MLS).....
۴۵.....	۱-۲-۵-۳- ساخت توابع شکل MLS به روش حداقل سازی مربعات خطای تقریب محلی.....
۴۹.....	۲-۲-۵-۳- مشتقات توابع شکل MLS.....
۵۰.....	۳-۲-۵-۳- خواص توابع شکل MLS.....
۵۲.....	۴-۲-۵-۳- ارزیابی تحلیلی توابع شکل MLS دوبعدی $\mathbf{X} = [x, y]$ و مشتقات آنها نظیر $n = 1$ .....
۵۲.....	۳-۵-۳- انتخاب توابع وزن.....
۵۳.....	۱-۳-۵-۳- اندازه حوزه اثر تابع وزن.....
۵۴.....	۲-۳-۵-۳- فرم‌های ریاضی تابع وزن.....
۵۵.....	۴-۵-۳- وارون پذیری ماتریس ممان.....
۵۷.....	۶-۳- انتگرال گیری در روش‌های بدون المان فرم ضعیف.....
۵۷.....	۱-۶-۳- قواعد انتگرال گیری عددی.....
۵۷.....	۲-۶-۳- دقت انتگرال گیری.....
۵۸.....	۷-۳- ترکیب و یا سوار کردن معادله‌ها.....
۵۹.....	۸-۳- اعمال شرایط مرزی اساسی.....
۶۰.....	۱-۸-۳- روش تبدیل.....
۶۲.....	۱-۱-۸-۳- اعمال شرایط مرزی اساسی به روش اجزاء محدود.....
۶۳.....	۲-۸-۳- شرایط توجیه پذیر بودن استفاده از روش تبدیل.....
۶۳.....	۹-۳- حل دستگاه معادله‌های نهایی.....
۶۳.....	۱۰-۳- جمع بندی.....
۶۵.....	<b>فصل چهارم: فرمولبندی مسئله.....</b>
۶۶.....	۱-۴- مقدمه.....
۶۶.....	۲-۴- بیان مسئله.....



۶۷.....	۴-۲-۱- فرمولبندی فرم ضعیف برای یک مسئله متقارن محوری و معادله‌های اساسی
۶۸.....	۴-۲-۲- فرمولبندی بدون المان
۷۲.....	۴-۳-۳- الگوریتم حل مسئله
۷۲.....	۴-۳-۱- مرحله پیش پردازش
۷۲.....	۴-۳-۱-۱- تعیین ورودی های مسئله
۷۳.....	۴-۳-۱-۲- گره بندی
۷۴.....	۴-۳-۱-۳- تعیین مختصات رئوس سلول‌های پس زمینه
۷۴.....	۴-۳-۱-۴- تعیین مختصات، وزن و جاکوبین نقاط گوس
۷۵.....	۴-۳-۱-۵- محاسبه توابع شکل و مشتقاتشان در نقاط گوس
۷۶.....	۴-۳-۱-۶- محاسبه ماتریس تبدیل
۷۶.....	۴-۳-۲- مرحله حل
۷۷.....	۴-۳-۱- محاسبه ماتریس جرم و ماتریس سفتی
۷۷.....	۴-۳-۲- تصحیح ماتریس جرم و ماتریس سفتی و اعمال شرایط مرزی
۷۸.....	۴-۳-۳- مرحله پس پردازش
۷۸.....	۴-۴- جمع بندی
۷۹.....	<b>فصل پنجم: نتیجه گیری</b>
۸۰.....	۵-۱- مقدمه
۸۰.....	۵-۲- مقایسه نتایج و بررسی اثر پارامترهای مختلف
۸۰.....	۵-۲-۱- دقت، همگرایی و قدرت روش بدون المان
۸۱.....	۵-۲-۲- بررسی ارتعاشات استوانه های توپر و توخالی ایزوتروپیک
۸۲.....	۵-۲-۳- بررسی ارتعاشات استوانه های توپر و توخالی از جنس مواد هدفمند
۸۷.....	۵-۲-۳-۱- استوانه توخالی FGM با شرط تکیه گاهی گیردار-گیردار
۹۲.....	۵-۲-۳-۲- استوانه توخالی FGM با شرط تکیه گاهی آزاد-گیردار
۹۶.....	۵-۲-۳-۳- استوانه توخالی FGM با شرط تکیه گاهی آزاد-آزاد
۱۰۰.....	۵-۲-۴- بررسی و مقایسه مقدار پنج پارامتر فرکانس اول برای استوانه توپر ایزوتروپیک
۱۰۳.....	۵-۳- نتیجه گیری
۱۰۴.....	۵-۴- پیشنهادهایی برای ادامه کار حاضر
۱۰۵.....	<b>مراجع</b>

## فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۶	شکل (۱-۱) - مثالهایی از انواع مختلف مواد هدفمند.....
۷	شکل (۲-۱) - استوانه از جنس مواد هدفمند لایه لایه‌ای.....
۸	شکل (۳-۱) - شماتیک روش تولید ماده با استفاده از متالورژی پودر.....
۸	شکل (۴-۱) - شماتیک روش پلاسمای جهت تولید ماده هدفمند.....
۹	شکل (۵-۱) - شماتیک روش گریز از مرکز.....
۱۰	شکل (۶-۱) - شماتیک روش نشت بخار مواد، توسط روش‌های شیمیایی و فیزیکی.....
۱۲	شکل (۷-۱) - یک استوانه ساخته شده از مواد هدفمند.....
۱۳	شکل (۸-۱) - تغییرات کسر حجمی فلز در طول ضخامت استوانه با تغییر تابع نمایی.....
۱۵	شکل (۹-۱) - تغییرات کسر حجمی مواد هدفمند با $\frac{Z}{F_0}$ بر اساس روابط (۱-۶-۲) و (۳-۶-۱).....
۲۹	شکل (۱-۳) - مقایسه روند تحلیل مسائل به روش اجزاء محدود و روش‌های بدون المان.....
۲۹	شکل (۲-۳) - جدا سازی حوزه مسئله و مرزهای آن.....
۳۰	شکل (۳-۳) - اتصال گره‌ها به یکدیگر.....
۳۰	شکل (۴-۳) - شبکه بندی سیلندر موتور اتومبیل به کمک نرم افزارهای اجزاء محدود.....
۳۱	شکل (۵-۳) - تغییر شکل زیاد المان‌ها در تحلیل فرآیند کشش عمیق جام به روش اجزاء محدود.....
۳۲	شکل (۶-۳) - تابع شکل مطلق (جهانی) دو بعدی.....
۳۳	شکل (۷-۳) - محاسبه تقریب در نقطه.....
۴۳	شکل (۸-۳) - تابع شکل مطلق (جهانی) گره ۱ ام نظیر المان‌های مثلث خطی در روش اجزاء محدود.....
۴۴	شکل (۹-۳) - تقریب حداقل مربعات استاندارد نظیر بردار پایه خطی.....
۴۵	شکل (۱۰-۳) - تقریب حداقل مربعات متحرک نظیر بردار پایه خطی و توابع وزن.....
۴۶	شکل (۱۱-۳) - تقریب محلی تابع یک بعدی حول نقطه دلخواه و ثابت.....
۴۷	شکل (۱۲-۳) - خطای تقریب محلی یک بعدی.....
۴۸	شکل (۱۳-۳) - حرکت نقطه به نقطه تابع وزن و ساخت تقریب MLS.....
۵۱	شکل (۱۴-۳) - توابع شکل MLS و مشتقات آنها نظیر بردار پایه خطی.....
۵۳	شکل (۱۵-۳) - شکل‌های مستطیلی و دایره ای حوزه اثر و فرم ضرب تانسوری (مستطیلی) تابع وزن.....
۵۸	شکل (۱۶-۳) - الگوریتم تشکیل ماتریس سفتی کل به روش اجزاء محدود.....
۵۸	شکل (۱۷-۳) - الگوریتم تشکیل ماتریس سفتی کل به روش‌های بدون المان.....
۶۰	شکل (۱۸-۳) - مقادیر گره ای مجازی و حقیقی در تقریب های بدون المان.....
۶۱	شکل (۱۹-۳) - توابع شکل نظیر بردار پایه خطی اصلاح نشده و اصلاح شده.....
۶۶	شکل (۱-۴) - نمایی از حوزه حل مسئله برای یک استوانه توخالی در حالت متقارن محوری.....
۷۳	شکل (۲-۴) - الگوریتم مرحله پیش پردازش.....
۷۴	شکل (۳-۴) - نقاط گوس مرتبه ۴ داخل سلول مربعی در دستگاه مختصات طبیعی.....
۷۶	شکل (۴-۴) - الگوریتم مرحله حل.....
۸۳	شکل (۱-۵) - چگونگی تغییر مدول یانگ در راستای شعاعی.....

- شکل (۲-۵) - چگونگی تغییر دانسیته در راستای شعاعی ..... ۸۳
- شکل (۳-۵) - چگونگی تغییر ضریب پواسون در راستای شعاعی ..... ۸۴
- شکل (۴-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (گیردار-گیردار) ..... ۸۵
- شکل (۵-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-گیردار) ..... ۸۵
- شکل (۶-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-آزاد) ..... ۸۶
- شکل (۷-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توخالی SUS304 (گیردار-گیردار) ..... ۸۹
- شکل (۸-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (گیردار-گیردار)،  $n=0.1$  ..... ۸۹
- شکل (۹-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (گیردار-گیردار)،  $n=1$  ..... ۹۰
- شکل (۱۰-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (گیردار-گیردار)،  $n=10$  ..... ۹۰
- شکل (۱۱-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (گیردار-گیردار)،  $n=100$  ..... ۹۱
- شکل (۱۲-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توخالی SiC (گیردار-گیردار) ..... ۹۱
- شکل (۱۳-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توخالی SUS304 (آزاد-گیردار) ..... ۹۳
- شکل (۱۴-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-گیردار)،  $n=0.1$  ..... ۹۴
- شکل (۱۵-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-گیردار)،  $n=1$  ..... ۹۴
- شکل (۱۶-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-گیردار)،  $n=10$  ..... ۹۵
- شکل (۱۷-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-گیردار)،  $n=100$  ..... ۹۵
- شکل (۱۸-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توخالی SiC (آزاد-گیردار) ..... ۹۶
- شکل (۱۹-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توخالی SUS304 (آزاد-آزاد) ..... ۹۷
- شکل (۲۰-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-آزاد)،  $n=0.1$  ..... ۹۸
- شکل (۲۱-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-آزاد)،  $n=1$  ..... ۹۸
- شکل (۲۲-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-آزاد)،  $n=10$  ..... ۹۹
- شکل (۲۳-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر FGM (آزاد-آزاد)،  $n=100$  ..... ۹۹
- شکل (۲۴-۵) - پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توخالی SiC (آزاد-آزاد) ..... ۱۰۰
- شکل (۲۵-۵) - پنج پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر SUS304 (گیردار-گیردار) ..... ۱۰۱
- شکل (۲۶-۵) - پنج پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر SUS304 (آزاد-گیردار) ..... ۱۰۱
- شکل (۲۷-۵) - پنج پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات آزاد استوانه توپر SUS304 (آزاد-آزاد) ..... ۱۰۲

## فهرست جدول‌ها

شماره جدول	صفحه
جدول (۱-۳) - طبقه بندی روش‌های بدون المان.....	۴۰
جدول (۲-۳) - شیوه‌های مختلف فرمولبندی روش‌های بدون المان.....	۴۱
جدول (۱-۵) - همگرایی و مقایسه پنج پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات تقارن محوری یک استوانه توپر ایزوتروپیک آزاد ( $L/r_0 = 4$ ).....	۸۱
جدول (۲-۵) - پنج پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات تقارن محوری یک استوانه توپر ایزوتروپیک آزاد-گیردار و مقایسه با [۵۴] و [۵۵] برای نسبت طول به شعاع خارجی متفاوت.....	۸۲
جدول (۳-۵) - پنج پارامتر فرکانس اول برای ارتعاشات تقارن محوری استوانه توپر و توخالی ایزوتروپیک گیردار-گیردار و مقایسه با [۵۴] برای نسبت طول به شعاع خارجی متفاوت.....	۸۲
جدول (۴-۵) - خواص اجزا FGM.....	۸۳
جدول (۵-۵) - مقادیر پنج پارامتر فرکانس اول برای استوانه ایزوتروپیک SUS304 به ازای شرایط مرزی مختلف و ( $r_0/r_i = 2, L/r_0 = 3$ ).....	۸۳
جدول (۶-۵) - مقادیر پنج پارامتر فرکانس اول برای استوانه FGM آزاد-گیردار با سطح داخلی سیلیکون کاربید و سطح خارجی فولاد ضد زنگ، به ازای تغییرات ثابت کسر حجمی ( $r_0/r_i = 2, L/r_0 = 3$ ).....	۸۷
جدول (۷-۵) - مقادیر پنج پارامتر فرکانس اول برای استوانه FGM آزاد-گیردار با سطح داخلی فولاد ضد زنگ و سطح خارجی سیلیکون کاربید، به ازای تغییرات ثابت کسر حجمی ( $r_0/r_i = 2, L/r_0 = 3$ ).....	۸۷

## علامت‌های اختصاری

علامت

مفهوم

<b>A</b> .....	ماتریس ضرایب .....
<b>A<sub>i</sub></b> .....	بردار دامنه ارتعاشات .....
<b>B</b> .....	ماتریس رابطه بین بردار تغییر مکان و بردار کرنش .....
<b>C</b> .....	ثابت .....
<b>D</b> .....	ماتریس رابطه بین بردار کرنش و بردار تنش .....
<b>E</b> .....	مدول یانگ .....
<b>F</b> .....	بردار نیروهای سطحی .....
<b>G</b> .....	مدول برشی .....
<b>G<sub>c</sub></b> .....	مدول برشی سرامیک .....
<b>J<sub>1</sub></b> .....	جاکوبین نگاشت سلول اولیه به سلول انتگرال گیری گوس .....
<b>J<sub>2</sub></b> .....	جاکوبین نگاشت سلول جاری به سلول اولیه .....
<b>[k]</b> .....	ماتریس سفتی .....
<b>[k']</b> .....	ماتریس سفتی اصلاح شده .....
<b>L</b> .....	طول استوانه .....
<b>[M]</b> .....	ماتریس جرم .....
<b>[M']</b> .....	ماتریس جرم اصلاح شده .....
<b>M</b> .....	ماتریس ممان .....
<b>N</b> .....	بردار توابع شکل اجزاء محدود .....
<b>N</b> .....	تعداد کل گره‌ها .....
<b>P</b> .....	بردار توابع پایه .....
<b>P<sub>m</sub></b> .....	خواص مکانیکی فلز .....
<b>P<sub>c</sub></b> .....	خواص مکانیکی سرامیک .....
<b>R<sub>1</sub>, r<sub>i</sub></b> .....	شعاع داخلی استوانه .....
<b>R<sub>2</sub>, r<sub>o</sub></b> .....	شعاع خارجی استوانه .....
<b>[T]</b> .....	ماتریس تبدیل .....
<b>T</b> .....	دمای مواد (سرامیک و فلز) .....
<b>U</b> .....	میدان تغییر مکان حقیقی .....
<b>V<sub>m</sub>, V<sub>f1</sub></b> .....	کسر حجمی فلز .....
<b>V<sub>c</sub>, V<sub>f2</sub></b> .....	کسر حجمی سرامیک .....
<b>d</b> .....	بُعد .....
<b>d<sub>max</sub></b> .....	پارامتر اتساع .....
<b>{f}</b> .....	بردار نیرو .....

$\{f'\}$	بردار نیرو اصلاح شده
$h$	ضخامت استوانه
$n$	ثابت کسر حجمی
$nq$	مرتبه گوس هر سلول
$r$	شعاع استوانه
$u$	بردار تغییر مکان مجازی
$u_r$	تغییر مکان شعاعی
$u_z$	تغییر مکان طولی
$\ddot{u}$	بردار شتاب

$\gamma_{rz}$ .....	کرنش برشی
$\delta_{ij}$ .....	دلتا کرونیگر
$\varepsilon$ .....	کرنش
$\varepsilon_r$ .....	کرنش شعاعی
$\varepsilon_\theta$ .....	کرنش جانبی
$\varepsilon_z$ .....	کرنش طولی
$\xi, \eta$ .....	محورهای دستگاه مختصات طبیعی
$\nu$ .....	ضریب پواسون
$\rho$ .....	چگالی
$\rho_c$ .....	چگالی سرامیک
$\rho_x, \rho_y$ .....	شعاع‌های حوزه اثر مستطیلی
$\sigma$ .....	تنش
$\sigma_r$ .....	تنش شعاعی
$\sigma_\theta$ .....	تنش جانبی
$\sigma_z$ .....	تنش طولی
$\sigma_{rz}$ .....	تنش برشی
$\omega_i$ .....	فرکانس طبیعی
$\Gamma$ .....	قسمتی از مرز مسئله
$\Phi$ .....	بردار توابع شکل بدون المان
$\hat{\Phi}$ .....	بردار توابع شکل اصلاح شده بدون المان
$\Omega$ .....	حوزه تحت بررسی
$\Omega$ .....	پارامتر فرکانس

# فصل اول

مقدمه ای بر مواد هدفمند



## ۱-۱- مقدمه

همگام با رشد سریع علوم و تکنولوژی در دهه‌های اخیر، نیاز به مواد جدیدی که مهندسان را در طراحی و ساخت سازه‌های مهندسی یاری کند به شدت در جای جای صنعت احساس می‌شود. موادی که در زمینه‌های مختلف مهندسی قابل استفاده بوده و با بهبود خواص مورد نظر، مشخصه‌های بهتری را در عمل نتیجه دهند. به طور مثال، بسیاری از سازه‌ها و قطعات همچون سازه‌های هوایی، فضایی، مخازن تحت فشار در نیروگاه‌های هسته‌ای و موتورهای احتراق داخلی تحت نیروهای مکانیکی مختلف و نیروهای حرارتی با گرادینهای بالا قرار دارند. از این رو در اینگونه سازه‌ها بایستی از موادی استفاده نمود که هم در برابر بارهای حرارتی با گرادینهای بالا مقاوم باشند و هم در برابر بارهای مکانیکی استحکام لازم را از خود نشان دهند و در عین حال یکپارچگی مکانیکی خود را نیز حفظ کنند [۱].

از سوی دیگر این نکته نیز مشخص گردیده است که تغییر ناگهانی در ترکیب و خواص مواد در یک جزء تمرکزهای تنش موضعی شدیدی را بوجود می‌آورد. اگر در این اجزاء تغییر در ترکیب و خواص مواد از یک ماده تا ماده دیگر بصورت تدریجی ایجاد گردد، این تمرکز تنشها به میزان زیادی کاهش می‌یابند. ملاحظات فوق در دهه‌های اخیر منجر به پیدایش نسل جدیدی از مواد به نام مواد هدفمند یا FGM<sup>۱</sup> شده است که تا حد زیادی خواسته‌های مطلوب مهندسان طراح را برآورده می‌سازد. مواد هدفمند که در اصل، اولین بار به منظور مواد مقاوم در برابر بارهای حرارتی با گرادین بالا طراحی شدند، موادی غیر همگن ولی ایزوتروپیک<sup>۲</sup> هستند که خواص آنها از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند. به طور مثال مقاومت به سایش، مدول الاستیسیته، ضریب هدایت حرارتی، چگالی و سختی در این دسته از مواد بطور پیوسته و تدریجی تغییر می‌کنند. چنین تغییرات پیوسته‌ای مشکلات مربوط به تغییرات ناگهانی در سطح تماس بین دو ماده متفاوت را که در مورد مواد مرکب وجود داشت، مرتفع می‌سازد.

## ۱-۲- ماهیت مواد هدفمند

مواد هدفمند یا FGM، نسل جدیدی از مواد مهندسی هستند که جزئیات ریز ساختاری ماده بصورت پیوسته و تدریجی (با استفاده از تغییر در خواص، اندازه و شکل متفاوت تقویت کننده‌ها به همراه تغییر در

---

1-Functionally Graded Materials  
2-Isotropic

نقش فازهای تقویت کننده و ماتریس) از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند. نتیجه، ریزساختاری است که تغییرات پیوسته یا مجزایی در خواص مکانیکی و حرارتی ماده در مقیاس میکروسکوپی ایجاد می‌کند.

مواد هدفمند با استفاده از خاصیت ذاتی خود به روشهایی که در ادامه برشمرده می‌شوند، مشخصه‌های مکانیکی و ترمومکانیکی یک جزء را بهبود می‌بخشند:

- مقدار تنش‌های حرارتی می‌تواند کمینه گردد و نواحی که در آنها تنش‌ها به مقدار ماکزیمم خود می‌رسند به میزان قابل قبولی کنترل می‌شوند.
- شروع تسلیم و شکست برای یک بارگذاری ترمومکانیکی می‌تواند به تأخیر بیفتد.
- تمرکز تنش‌های شدید و نقاط تکین در مقاطع بین لبه‌های آزاد و سطوح تماس بین وجهی از بین می‌روند.
- مقاومت باندهای واسط بین جامدات غیرهمگن مانند فلز با سرامیک، با تغییر خواص به صورت پیوسته یا لایه لایه‌ای از یک سطح تا سطح دیگر، در مقایسه با مقاومت بین جامدات غیر پیوسته بطور مثال در مواد مرکب، افزایش می‌یابد.
- نرخ رشد ترک می‌تواند با انتخاب مناسب گرادیان خواص، کاهش یابد.
- نشست یک پوشش شکننده ضخیم (نوعاً بیشتر از ۱ میلی‌متر) بر روی یک زیرلایه نرم و داکتیل توسط تغییر مواد بصورت پیوسته یا لایه لایه قابل انجام خواهد بود.
- گرادیان ترکیب در لایه‌های سطحی می‌تواند میدانهای تکین ناشی از بریدگی و فرورفتگیهای نوک تیز را از بین برده و مشخصه‌های تغییرشکل پلاستیک اطراف فرورفتگیها را بهبود بخشد.

### ۱-۳- تاریخچه مواد هدفمند

با وجود اینکه تاریخچه ظهور و پیدایش مواد هدفمند یا FGM به دهه‌های اخیر برمی‌گردد، ولی نمونه‌هایی از این مواد در طبیعت یافت می‌شوند. به عنوان مثال می‌توان به ساقه درخت بامبو یا ساختار دندان اشاره کرد که خواص در آنها بصورت تدریجی و پیوسته تغییر می‌کند. باستان شناسان در کشور ژاپن شمشیرهای فولادی را کشف کرده‌اند که سختی آنها از نوک تا میانه شمشیر بصورت تدریجی تغییر می‌کرده است [۲]، در نتیجه می‌توان بگونه‌ای ادعا کرد که این مواد، مواد نوظهوری نیستند.

ایده عمومی گرادیانهای ساختاری اولین بار برای کامپوزیتها و مواد پلیمری در سال ۱۹۷۲ مطرح شد. در آن زمان دو دانشمند به نامهای دوئیز<sup>۱</sup> و بور<sup>۲</sup> [۳] ایده اولیه ترکیب دو فاز مختلف را با تغییر در نحوه آرایش و ترتیب هر کدام از فازها در هر لایه به منظور بهبود خواص مکانیکی مطرح کردند. ایده آنها عموماً مربوط

---

1-Duwez  
2-Bever

به ضعف مواد مرکب در بسیاری از کاربردها بود که گوتزل<sup>۱</sup> در دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ با تحقیقات ارزشمند و گسترده‌ای که بر روی مواد مرکب انجام داده بود، این ضعفها را مشخص کرده بود.

نیاز به ساخت موادی که بتوانند گرادینهای شدید دما را تحمل کنند انگیزه اولیه ساخت مواد هدفمند یا FGM را در ذهن محققان ایجاد کرد. این نیاز در ابتدا در صنایع هوافضا بیشتر از بخشهای دیگر صنعت به چشم می‌خورد. دانشمندان علم مواد در ژاپن در مرکز تحقیقات هوافضایی در شهر سندایی<sup>۲</sup> اولین پیشگامان طراحی و ساخت چنین موادی بودند.

در سال ۱۹۸۴ برای اولین بار در کشور ژاپن واژه FGM به عنوان یک مفهوم فرمولبندی شده و یک جهش تحقیقاتی بین المللی در علم مواد و مهندسی، بر این دسته از مواد نهاده و از آن پس عصر جدیدی در تحقیقات گسترده بر روی این مواد گشوده شد. در آن سال در ژاپن یک گروه دولتی پیش بینی کرد که درگیری شدید ژاپن در تحقیقات فضایی و رشد روزافزون این تحقیقات، نشان دهنده وابستگی شدید صنعت فضایی این کشور به تولید چنین موادی است. در آن زمان چند تن از دانشمندان ژاپنی تحقیقات خود را روی پروژه سفینه فضایی آغاز کردند. تحقیقات آنها نشان داد که اجزای سازه‌های بکار رفته در بدنه این سفینه فضایی، تحت بارهای بسیار شدید دمایی قرار می‌گیرند و بنابراین در ترکیب و گرادینانی کردن ریزساختارهای سازه‌های بدنه بایستی به دو نکته مهم و اساسی توجه نمود:

- نکته اول این که بایستی بهترین استفاده کلی از مواد موجود و قابل دسترس، در ساخت این اجزاء مقاوم به دماهای بالا صورت پذیرد.

- نکته دوم این که بایستی به نحوی از تمرکز تنشهای ایجاد شده در اثر ناپیوستگی‌های موجود که عموماً در مواد مرکب چند لایه‌ای ایجاد می‌شوند، جلوگیری به عمل آید.

نتایج این یافته‌ها موجب تشکیل سازمانی متشکل از دانشمندان علوم مختلف در سال ۱۹۸۷ (سه سال بعد از طرح اولین ایده‌های ساخت مواد FG) در کشور ژاپن شد که به ویژه روی اجزایی کار می‌کردند که هنگام رویارویی یک سطح آن با محیط بسیار گرم، سطح دیگر سرد بماند.

فعالتهای دیگر سازمان، شامل فرآیندهای ساخت، طراحی و ارزیابی سیستمهای کامپوزیتی غیر آلی مختلفی بود که قابلیت گرادین شدن بوسیله فلز و سرامیک را داشتند. به طور مثال تحقیقات انجام گرفته بر روی بدنه شاتلهای فضایی نشان می‌داد که دمای سطوح خارجی در هنگام ورود به جو تا حدود ۲۰۰۰ درجه کلوین در یک محیط اکسید کننده می‌رسید، در نتیجه مواد سرامیکی برای این محیطها انتخاب شدند. در نزدیک سطوح سرد با دمای پایین‌تر، حدود ۱۰۰۰ درجه کلوین، مواد قوی با چقرمگی بالا و با هدایت حرارتی خوب انتخاب شدند. بین دو سطح ساختارهای کامپوزیتی با ماتریس کربن یا فلز و با نرخ درجه

---

1-Gotzel  
2-Sendai

بندی محاسبه شده سرامیک-ماتریس (کربن یا فلز) توسط یکی از فرآیندهای متالورژی پودر، نشت بخار فیزیکی یا شیمیایی، اسپری پلاسما و ترکیب احتراقی دمای بالای خود انتشار تولید شدند.

به محض اتمام کار در سال ۱۹۹۱، برنامه دیگری در سال ۱۹۹۳ بر روی سیستمهای تبدیل انرژی شروع به کار کرد. دومین برنامه بطور اصلی و هدفدار مواد FGM را نشانه گرفته بود و هدف آن تبدیل بهینه انرژی حرارتی به الکتریسیته با استفاده از مواد ترموالکتریک یا ترموایونیک بود.

خارج از ژاپن، تحقیق بر روی مواد هدفمند به سرعت گسترش یافت، به طور مثال محققان در اواخر دهه ۸۰ و اوایل دهه ۹۰ در چند کشور همچون آلمان، سوئیس، آمریکا، چین و روسیه، تحقیقات گسترده‌ای را بر روی اینگونه مواد آغاز کردند [۴].

در آلمان یک برنامه شش ساله دولتی در سال ۱۹۹۵ شروع به کار کرد که تعداد زیادی آزمایشگاه در اختیار داشت. این برنامه در چهار گروه تحقیقاتی اصلی سازماندهی شده بود که روی

(۱) مسیرها و فرآیندهای شامل ذوب (ریخته‌گری، تصفیه و نفوذ، رشد کریستالی)

(۲) فرآیندهای پودری

(۳) پوششها و مدلسازی ترمودینامیکی

(۴) مواد هدفمند در بیوپزشکی

تمرکز داشتند.

کاربردهای دیگر مواد هدفمند در سالهای اخیر به سرعت در حال گسترش‌اند. به عنوان مثال تحقیقات در مورد اتصال فلز و سرامیک، اندام مصنوعی انسان، اجزاء موتورهای انفجاری، وسایل مغناطیسی، ابزارهای برشی، ساختارهای اطفاء حریق، کامپوزیتهای مقاوم به ضربه و پوششهای محافظه پیشرانه موشک با استفاده از این مواد، در حال انجام است.

#### ۱-۴- انواع مواد هدفمند

بر طبق تعریف مواد هدفمند، این نکته واضح است که این مواد از ترکیب دو یا چند جزء تشکیل می‌شوند. شکل (۱-۱) مثالهایی از انواع مختلف مواد هدفمند را نشان می‌دهد. در ساده‌ترین نوع FGMها، دو جزء ماده مختلف با هم ترکیب می‌شوند به نحوی که خواص ماده از یک سطح تا سطح دیگر تغییر می‌کند. این تغییر می‌تواند به صورت پیوسته و ملایم شکل (۱-۱a)، یا به صورت غیرپیوسته بطور مثال بصورت لایه لایه‌ای شکل (۱-۱b) باشد.