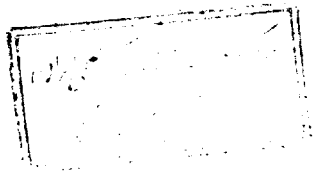


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

٢٥٢٥٢

۱۳۷۸ / ۲ / ۲۰



پایان نامه کارشناسی ارشد

رشته آمار ریاضی

تحت عنوان

«برآورد شبه درست‌نمایی»

مؤلف

نسرین صفای نیکو

سال انتشار

بهمن ۱۳۷۳

۲۵۲۵۲

2426/2



دانشگاه فردوسی "مشهد"
دانشکده علوم
گروه آمار

صورتجلسه دفاع رساله کارشناسی ارشد آمار ریاضی

در تاریخ ۷۳/۱۱/۶ خانم / لعلی نسرین صفای نیکو از رساله کارشناسی ارشد خود
تحت عنوان :

"برآورد شبه درستنمایی"

با بیان خلاصه ای از کار انجام شده و پاسخ به سئوالات داوران دفاع نمودند. د و

این رساله با شماره ۱۹ عادل عالی قبول شد.

۱- استاد راهنما آقای دکتر ناصر رضا ارقامی

۲- اعضاء هیئت داوران ۱- آقای دکتر هروری (استاد مشاور)

۲- آقای دکتر مشکانی (استاد مشاور)

۳- آقای دکتر شاهکار (مدیر گروه)

معاون آموزشی دانشکده

مدیر گروه آمار

تقدیم به پدر و مادر گرامی تر از جانم

نخستین آموزگار انم

آنان که دریای بیکران مهر خود را بیدریغانه بر من ارزانی داشتند

و شمع وجودشان روشنائی بخش کوره راه تاریک زندگیم شد

آنان که سپید موی گشتند که من سپید روی باشم

امید آنکه قطره‌ای از دریای بیکران مهرشان را پاسخگو باشم

قدردانی

از استاد ارجمند جناب آقای دکتر ناصر رضا ارقامی دانشیار محترم گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد و استاد راهنمای رساله بواسطه راهنماییهای مفید ایشان در امر تدوین این پایان نامه همچنین از آقای دکتر سعید هروی استادیار محترم گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد و استاد مشاور اینجانب تشکر و قدردانی می‌شود.

همچنین از آقای دکتر علی مشکانی دانشیار محترم گروه آمار این دانشکده و استاد داور این رساله بواسطه مطالعه دقیق این نوشته بسیار متشکرم.

از آقای رسول اتحاد مسئول محترم کتابخانه این دانشکده بواسطه همکاری صمیمانه در تهیه بعضی از منابع تشکر و قدردانی می‌نمایم.

نسرین صفای نیکو

۳۶ (۴-۲) برآورد

فصل سوم: تابع شبه درست‌نمایی تعمیم یافته

۳۹ (۰-۳) مقدمه

۳۹ (۱-۳) تابع انحراف و شبه درست‌نمایی در حالت کلی

۴۱ (۲-۳) تابع شبه درست‌نمایی تعمیم یافته

۴۶ (۰-۳-۳) پارامترهای غیر خطی و تابع شبه درست‌نمایی تعمیم یافته

۴۷ (۳-۳) پارامترهای مجهول در تابع واریانس

۴۹ (۴-۳) پارامتر انحراف نا ثابت

۵۰ (۵-۳) استنباط مربوط به پارامترهای غیر خطی

۵۳ (۶-۳) تعدیل $V(\eta)$

۵۴ (۷-۳) ارتباط شبه درست‌نمایی و تبدیل متغیر پاسخ

۵۶ (۸-۳) مثالها

فصل چهارم: کارایی برآورد شبه درست‌نمایی

۶۴ (۰-۴) مقدمه

۶۴ (۱-۴) کارایی برآورد کمترین مربعات

۶۵ (۲-۴) تعامد در کارایی کمترین مربعات

۶۷ (۳-۴) مثالها

۷۰ (۴-۴) بسط سری اج ورس

صفحه

فهرست

الف	علائم اختصاری
۱	خلاصه رساله
	فصل اول: تابع شبه درست‌نمایی
۳	(۱-۰) مقدمه
۳	(۱-۱) تعریف تابع شبه درست‌نمایی
۴	(۲-۱) خواص تابع شبه درست‌نمایی
۶	(۳-۱) درست‌نمایی و شبه درست‌نمایی در خانواده‌ی نمایی
۹	(۴-۱) برآورد با استفاده از تابع شبه درست‌نمایی
۱۲	(۵-۱) روش گوس نیوتن
۱۵	(۶-۱) مدل‌های خطی تعمیم یافته
۱۷	(۷-۱) مثال
۲۰	(۸-۱) نکات تکمیلی
۲۶	(۹-۱) مثالها
	فصل دوم: قضایای حدی برآورد شبه درست‌نمایی
۳۱	(۰-۲) مقدمه
۳۱	(۱-۲) توزیع مشتق نسبی تابع شبه درست‌نمایی نسبت به پارامترها
۳۳	(۲-۲) توزیع برآورد شبه درست‌نمایی
۳۵	(۳-۲) توزیع مجانبی آماره‌ی نسبت شبه درست‌نمایی

۳۶ (۴-۲) برآورد

فصل سوم: تابع شبه درستنمایی تعمیم یافته

۳۹ (۰-۳) مقدمه

۳۹ (۱-۳) تابع انحراف و شبه درستنمایی درحالت کلی

۴۱ (۲-۳) تابع شبه درستنمایی تعمیم یافته

۴۶ (۰-۳-۳) پارامترهای غیر خطی و تابع شبه درستنمایی تعمیم یافته

۴۷ (۳-۳) پارامترهای مجهول در تابع واریانس

۴۹ (۴-۳) پارامتر انحراف نا ثابت

۵۰ (۵-۳) استنباط مربوط به پارامترهای غیر خطی

۵۳ (۶-۳) تعدیل $V(M)$

۵۴ (۷-۳) ارتباط شبه درستنمایی و تبدیل متغیر پاسخ

۵۶ (۸-۳) مثالها

فصل چهارم: کارایی برآورد شبه درستنمایی

۶۴ (۰-۴) مقدمه

۶۴ (۱-۴) کارایی برآورد کمترین مربعات

۶۵ (۲-۴) تعامد در کارایی کمترین مربعات

۶۷ (۳-۴) مثالها

۷۰ (۴-۴) بسط سری اج ورس

۷۴	(۵-۴) کمترین مربعات در مدل‌های خطی تعمیم یافته
۷۵	(۶-۴) شبه درستمایی در مدل‌های خطی تعمیم یافته
۷۷	(۷-۴) مدل‌هایی با واریانس ثابت
۷۸	(۸-۴) تعامد در کارایی شبه درستمایی
۸۱	(۹-۴) موشکافی در برآورد کمترین مربعات
۸۴	(۱۰-۴) مدل‌هایی با ضریب تغییر ثابت
۸۸	(۱۱-۴) ابرپراکندگی
۹۲	(۱۲-۴) بحث کلی
۹۵	واژه نامه
۹۶	فهرست منابع و ماخذ

۷۴	(۵-۴) کمترین مربعات در مدل‌های خطی تعمیم یافته
۷۵	(۶-۴) شبه درستنمایی در مدل‌های خطی تعمیم یافته
۷۷	(۷-۴) مدل‌هایی با واریانس ثابت
۷۸	(۸-۴) تعامد در کارایی شبه درستنمایی
۸۱	(۹-۴) موشکافی در برآورد کمترین مربعات
۸۴	(۱۰-۴) مدل‌هایی با ضریب تغییر ثابت
۸۸	(۱۱-۴) ابرپراکنندگی
۹۲	(۱۲-۴) بحث کلی
۹۵	واژه نامه
۹۶	فهرست منابع و ماخذ

۷۴	(۵-۴) کمترین مربعات در مدل‌های خطی تعمیم یافته
۷۵	(۶-۴) شبه درستنمایی در مدل‌های خطی تعمیم یافته
۷۷	(۷-۴) مدل‌هایی با واریانس ثابت
۷۸	(۸-۴) تعامد در کارایی شبه درستنمایی
۸۱	(۹-۴) موشکافی در برآورد کمترین مربعات
۸۴	(۱۰-۴) مدل‌هایی با ضریب تغییر ثابت
۸۸	(۱۱-۴) ابرپراکنندگی
۹۲	(۱۲-۴) بحث کلی
۹۵	واژه نامه
۹۶	فهرست منابع و ماخذ

علائم اختصاری

Q	تابع شبه درست‌نمایی
Q ⁺	تابع شبه درست‌نمایی تعمیم یافته
L	تابع درست‌نمایی
I	تابع لگاریتم درست‌نمایی
S	مجموع
M	تابع مولد گشتاور
K	تابع کومولانت

خلاصه:

میدانیم اگر توزیع مشاهدات معلوم باشد برای برآورد پارامترها از روش درستنمایی ماکزیم استفاده می‌کردیم یا اگر مشاهدات دارای خطایی با میانگین صفر و واریانس ثابت باشند روش کمترین مربعات مورد استفاده قرار می‌گرفت. که این امر برای مدل‌های خطی دقیق و برای مدل‌های غیر خطی به طور تقریبی است. حتی اگر مشاهدات به طور نرمال توزیع نشده باشند و فقط دارای واریانس ثابت باشند برآوردهای فوق باز هم مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این فصل موقعیت کلی تری مورد بحث قرار گرفته است. یعنی زمانیکه ارتباطی بین واریانس و میانگین مشاهدات موجود باشد. با در نظر گرفتن این حالت و در برن^(۱) در سال ۱۹۷۴ تابعی به نام شبه درستنمایی تعریف کرد، تا جهت برآورد کردن پارامترها به همان روش استفاده از تابع درستنمایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حالیکه واریانس ثابت است روش فوق به روش کمترین مربعات منجر شده و در بعضی از حالات تشخیص تابع درستنمایی را میسر می‌سازد.

فصل اوّل

تابع شبه درست‌نمایی

(۱-۰) مقدمه:

فصل حاضر مربوط به برازش الگوهای رگرسیون خطی یا غیر خطی می‌شود. مخصوصاً درحالتی که واریانس مشاهدات مشخص یا برابر یا نسبت آنها به امید ریاضی مشخص یا برابر باشد. این فصل حاوی مطالب زیر است: ابتدا به تعریف تابع شبه درستنمایی پرداخته و به دنبال آن به بررسی خواص این تابع می‌پردازیم، سپس این تابع را در خانواده‌نمایی مورد بحث قرار می‌دهیم و در انتها روش گوس نیوتن را برای محاسبه برآورد کمترین مربعات غیر خطی و بعنوان یک روش برای محاسبه برآورد شبه درستنمایی ماکزیم می‌آوریم و این فصل را با مثالی خاتمه می‌دهیم.

لازم به ذکر است که این مسأله را از نقطه نظری هارتیگان^(۱) در سال ۱۹۶۹ مورد بحث قرار داده است.

(۱-۱) تعریف تابع شبه درستنمایی

فرض کنید $Z = 1/2/.../n$ متغیرهای تصادفی مستقل با امید ریاضی μ_i و واریانس σ_i^2 باشند (در حالت کلی می‌توان فرض کرد از: $\sigma^2 = \text{var}(Z) \propto \mu^2$ که تابعی معلوم و μ ها، میانگین Z_i خود تابعی از پارامترهای μ_1, \dots, μ_m باشند. تابع لگاریتم شبه درستنمایی را به $(Q(Z_i))$ نمایش داده و مشتق آن را نسبت به μ به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$(1-1-1)$$

می‌توان Q را مستقیماً به شکل زیر بیان کرد.

$$(2-1-1)$$