بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی عمران

بررسی کمانش الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای دارای شرایط مرزی مختلف و ورق‌های سخت‌کننده طولی به روش نوار محدود

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران- سازه

منصوره شهابی

استاد راهنما
دکتر مجتبی ازهری

۱۳۸۸

سپاس خدای را که به انسان دانایی بخشید و از این جام حیات جرعه ای او را نوشانید تا به دانایی حیات جاودان گیرد و با جهالت بیگانه شود. خداوندا ما را از آنانی قرار ده که در راه به دست آوردن این نعمت می کوشند. آنان که قدم به قدم با توکل به تو و به یاری تو پرده های جهل و تاریکی را کنار می زنند و به نور علم دست می یابند. آنان که همه بودنشان را صرف دانستن کردند و از همه تلاششان، شناخت تو، قرب تو و جهد در راه تو را آرزو داشتند.

صمیمانه ترین سپاس ها را تقدیم می کنم به:

جناب آقای دکتر ازهری، استاد راهنمای ارجمندم که در تمام مراحل انجام این پایان نامه از راهنمایی های ارزنده شان بهره مند بوده ام.

جناب آقای دکتر برومند، مشاور محترم این پایان نامه که با زحمات بی دریغ و تلاش های پیگیرشان مرا در انجام این تحقیق یاری نمودند.

جناب آقای دکتر عبدلی یزدی و جناب آقای دکتر سعادت پور که زحمت بازخوانی و داوری این پایان نامه را پذیرفتند.

از سایر اساتید دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی اصفهان که در طول دوران تحصیل در این دانشکده از محضرشان استفاده نموده ام و ذکر نام همه این عزیزان مقدور نیست نیز سپاسگزارم.

منصوره شهابی

بهار ۸۸

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایـج مطالعات،

ابتکارات و نوآوریهای ناشی از تحقیق موضوع این

پایان‌نامه متعلق به دانشـگاه صنعتی‌اصفهان است.

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

سایبانان آرامش

تکیه گاهان زندگی

زیباترین آفریده های خلقت

دو رشته محبت زندگی که پرستیدن را از ایشان آموختم.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب ..... هشت

چکیده ۱

فصل اول- کلیات و تاریخچه‌ی موضوع

۱-۱ مقدمه ۲

۱-۲ کمانش یا ناپایداری ۴

۱-۳ انواع کمانش ۷

۱-۴ تاریخچه ۹

۱-۵ هدف از تحقیق حاضر ۱۲

۱-۶ محتوای فصول بعدی ۱۲

فصل دوم-انواع پوسته‌ها، فرضیات و تئوری‌های تحلیل آن‌ها

۲-۱ مقدمه ۱۳

۲-۲ تاریخچه‌ی ساختمان‌های پوسته‌ای در ایران ۱۴

۲-۲-۱ طاق‌ها ۱۴

۲-۲-۲ گنبدها ۱۴

۲-۲-۳ قوس‌ها ۱۵

۲-۳ تعاریف اولیه ۱۵

۲-۴ انواع پوسته‌ها ۱۶

۲-۴-۱ سطوح قابل گسترش و غیر قابل گسترش ۱۶

۲-۴-۲ تقسیم‌بندی پوسته‌ها از نقطه نظر منحنی‌های پدیدآورنده‌ی آن‌ها ۱۶

۲-۴-۲-الف - سطوح دورانی ۱۶

۲-۴-۲-ب-سطوح انتقالی ۱۶

۲-۴-۲-ج-سطوح خطی ۱۷

۲-۵ تئوری‌های تحلیل پوسته‌ها ۱۷

۲-۵-۱ تئوری غیرخطی ۱۷

۲-۵-۲ تئوری خطی ۱۷

۲-۵-۲- الف- تئوری خطی غشائی ۱۸

۲-۵-۲-ب-تئوری خطی خمشی ۱۹

۲-۶ فرضیات اساسی در تئوری کلاسیک پوسته‌ها ۱۹

۲-۷ پیشینه‌ی علمی و مروری بر مطالعات انجام شده ۱۹

فصل سوم-روش نوار محدود

۳-۱ مقدمه ۲۳

۳-۲روش‌های مختلف نوار محدود ۲۴

۳-۳ تاریخچه‌ی روش نوار محدود ۲۶

۳-۴ توابع شکل در روش نوارمحدود ۲۸
۳-۴-۱ انتخاب درجات آزادی و توابع شکل ۲۹
۳-۵ تحلیل استاتیکی پوسته‌ها ۳۲
۳-۵-۱ اصل مینیمم انرژی پتانسیل کل ۳۲
۳-۵-۲ فرمول بندی و تحلیل استاتیکی ۳۳
۳-۵-۲-الف- مثال۱ ۳۷
۳-۵-۲-ب- مثال۲ ۳۹
۳-۶ بررسی کمانش پوسته‌ها ۳۹
۳-۶-۱ اصل کار مجازی ۴۰
۳-۶-۲ تحلیل پایداری ۴۰
فصل چهارم-تحلیل کمانش پوسته‌ها
۴-۱ مقدمه ۴۳
۴-۲ ورق تخت ۴۴
۴-۲-۱ ورق تخت دارای تکیه‌گاه‌های عرضی مفصلی ۴۴
۴-۲-۱-الف- ورق تخت تحت بارهای فشاری تک محوره ۴۴
۴-۲-۱-ب- ورق تخت تحت تنش فشاری دو محوره ۴۶
۴-۲-۱-ج- ورق تخت تحت خمش خالص ۴۶
۴-۲-۱-د- مقطع Z شکل ۴۸
۴-۲-۱-ه- ورق تخت دارای سخت‌کننده ۴۹
۴-۲-۲ ورق تخت دارای سایر شرایط در تکیه‌گاه‌های عرضی ۵۰
۴-۳ کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ۵۳
۴-۳-۱ کنترل صحت روش ارائه شده برای پوسته‌ها ۵۳
۴-۳-۲ بررسی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت تنش یکنواخت فشاری ۵۴
۴-۳-۲-الف- تکیه‌گاه‌های محیطی مفصلی ۵۵
۴-۳-۲-ب- تکیه‌گاه‌های محیطی گیردار ۶۵
۴-۳-۲-ج- تکیه‌گاه‌های محیطی گیردار-مفصلی ۶۸
۴-۳-۲-د- تکیه‌گاه‌های محیطی گیردار-هدایت شده ۶۹
۴-۳-۲-ه- بررسی اثر تکیه‌گاه‌ای محیطی بر تنش کمانشی ۷۱
۴-۳-۳ بررسی کمانش مقطع دایره‌ای تحت تنش یکنواخت فشاری ۷۲
۴-۳-۴ بررسی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت تنش تک محوری غیریکنواخت ۷۴
۴-۳-۴-الف- پوسته تحت خمش خالص ۷۵
۴-۳-۴-ب- پوسته تحت بار غیر یکنواخت مثلثی ۷۷
۴-۳-۴-ج- بررسی اثر تکیه‌گاه‌های طولی بر تنش بحرانی کمانش ۷۹
۴-۳-۴-د- بررسی اثر بارگذاری‌های مختلف بر تنش بحرانی کمانش ۷۹

۴-۳-۵ بررسی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت تنش‌های دو محوره..... ۸۲
۴-۳-۶ کمانش پانل متشکل از پوسته‌های استوانه‌ای..... ۸۷
۴-۳-۷ کمانش پانل متشکل از پوسته‌های استوانه‌ای و ورق‌های تخت..... ۸۸
۴-۳-۸ کمانش پانل با مقطع عرضی گلابی شکل..... ۸۹
۴-۳-۹ کمانش موضعی پوسته‌های دارای سخت کننده..... ۹۰
فصل پنجم-نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۵-۱ مقدمه..... ۹۵
۵-۲ نتیجه‌گیری..... ۹۶
۵-۳ پیشنهادات..... ۹۷
فهرست منابع و مراجع..... ۹۸
چکیده‌ی انگلیسی..... ۱۰۴

چکیده

پوسته‌ها سازه‌هایی هستند که هندسه‌ی آن‌ها از سطحی با انحنای یک یا دو جانبه تشکیل شده است. بررسی پوسته‌ها اساساً مسأله‌ای چند جانبه می‌باشد. از نقطه نظر مهندسی سازه‌های پوسته‌ای در زمره‌ی سازه‌های اقتصادی و دارای تکامل فرمی بالا به شمار می‌روند. با گسترش علم و استفاده از مواد با تنش‌های جاری شدن بسیار بالا، محققان سعی در تولید پوسته‌هایی با نسبت هرچه کوچکتر ضخامت به شعاع دارند. کاربرد پوسته‌های بسیار نازک در حالتی که تحت تنش‌های محوری فشاری قرار می‌گیرند، موجب می‌گردد در بسیاری موارد، معیار پایداری بر معیار مقاومت حاکم شود و بدین سبب تعیین بار بحرانی کمانش پوسته‌ها مهم و ضروری است.

در مطالعه‌ی حاضر کمانش پوسته‌های استوانه‌ای و نیز تحلیل استاتیکی این سازه‌ها با استفاده از روش نوار محدود بررسی شده است. کمانش پوسته با شرایط مرزی مختلف در راستای طولی و محیطی مورد مطالعه قرار گرفته است. پوسته تحت اثر انواع بارگذاری شامل تنش یکنواخت فشاری، بارگذاری مثلثی و خمش خالص قرار داده شده و نمودارهای متنوعی ارائه گردیده است. اثر تکیه‌گاه‌های محیطی و طولی، انحنای پوسته و انواع بارگذاری بر تنش بحرانی کمانش بررسی شده است.همچنین به بررسی پوسته تحت تنش‌های دو محوره پرداخته شده و در این حالت نیز نمودارهای طراحی رسم شده است. صحت روش برای ورق‌های تخت مورد بررسی قرار گرفته و کمانش سازه‌های متشکل از ورق‌های تخت و پوسته‌ها تحلیل شده است. همچنین به بررسی اثر تقویت‌کننده‌های طولی در افزایش تنش بحرانی کمانش پوسته‌ها پرداخته شده است.

کلمات کلیدی: کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، روش نوار محدود، تقویت‌کننده‌های طولی.

فصل اول
کلیات و تاریخچه‌ی موضوع

۱-۱ مقدمه

ورق‌ها و پوسته‌ها که از اجزای جدا نشدنی صنایع امروز محسوب می‌شوند، سازه‌هایی هستند که شکل اولیه‌شان به ترتیب تخت یا خمیده بوده و ضخامت آن‌ها بسیار کوچک‌تر از دو بعد دیگر است. استفاده از این سازه‌ها به عنوان اجزای مناسب جهت انتقال بار در بسیاری از شاخه‌های مهندسی، همواره مورد توجه بوده است. مزیت بسیار مهم ورق‌ها امکان شکل‌دهی آسان آن‌ها به اشکال گوناگون می‌باشد که این امر باعث صرفه‌جویی در هزینه‌های ساخت می‌شود. بر همین اساس ورق‌ها و سازه‌های متشکل از آن‌ها، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده و در سال‌های اخیر شاهد کاربردهای گسترده‌تر و چشمگیرتری از این سازه‌ها می‌باشیم. مأنوس‌ترین مثال‌ها برای ورق‌ها و پوسته‌ها عبارتند از: روی میزها، پوشش یا دریچه‌ی سوراخ منهول‌ها، پانل‌های جانبی و دیسک‌های توربین. همچنین استفاده از این سازه‌ها در صنایع کشتی‌سازی، صنایع هوا فضا، ساخت برج‌های خنک‌کننده و مخازن نگهداری گازها و مایعات، به طور گسترده‌ای رواج دارد. بال‌ها و قسمت‌های اعظم بدنه‌ی هواپیما، همچنین بدنه و عرشه‌ی کشتی از ورق‌های نازک منحنی شکل ساخته می‌شوند که معمولاً جهت افزایش سختی، در آن‌ها از ورق‌های سخت‌کننده استفاده می‌گردد.

با توجه به کاربرد وسیع این سازه‌ها، بررسی رفتار آن‌ها تحت شرایط مختلف بارگذاری، تکیه‌گاهی و مرزی همواره مورد توجه مهندسین سازه قرار داشته تا بتوان از حداکثر ظرفیت آن‌ها استفاده نمود. به دلیل پیچیدگی‌های حاکم بر رفتار ورق، لازم است سازه به شکل ساده‌تری مدل‌سازی شود به گونه‌ای که در این مدل مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر رفتار آن در نظر گرفته شده باشد. این پارامترها در مسائل مربوط به ورق شامل هندسه‌ی سازه، تکیه‌گاه‌های آن، رفتار ماده‌ی به‌کار برده شده در ورق و همچنین نوع بارها و چگونگی اعمال آن‌ها به ورق می‌باشد. در یک تحلیل دقیق، ورق به‌صورت یک سازه‌ی سه بعدی مدل‌سازی و تحلیل می‌گردد. این امر منجر به مسائل طولانی و بسیار سخت ریاضی می‌شود و حتی در صورتی که به حصول پاسخ بینجامد، هزینه‌ی زیادی در بر خواهد داشت، که خود مانعی بر سر راه استفاده از این روش است. در نتیجه توسعه‌ی روش‌های منطقی‌تر و اقتصادی‌تر برای تحلیل ورق‌ها ضروری می‌باشد. جهت رفع موانع یاد شده می‌توان ورق‌ها را با توجه به مشخصات مکانیکی مواد تشکیل‌دهنده ، به دو دسته‌ی ایزوتروپیک و ارتوتروپیک تقسیم نمود.

همچنین ورق‌ها را با توجه به رفتارهای سازه‌ای متفاوتی که از خود نشان می‌دهند، به سه دسته : صفحات ضخیم[1]، صفحات نازک [2]و غشاءها[3] تقسیم بندی می‌کنند. نازک بودن ورق یک امر نسبی است، به طوری که نمی‌توان معیار دقیقی برای نسبت ابعاد تعیین کرد. بر طبق ملاکی که اغلب به منظور محاسبات فنی در تعریف یک ورق نازک استفاده می‌شود، باید نسبت بعد کوچک‌تر ورق به ضخامت آن بزرگ‌تر از ۲۰ باشد[۱]. در صفحات نازک تغییر شکل‌های برشی از تغییر شکل‌های خمشی بسیار کوچک‌تر است و باتوجه به دقت مورد نیاز در تحلیل می‌توان از آن‌ها صرف نظر کرد. در صفحات ضخیم تغییر شکل‌های برشی از نظر اندازه با تغییر شکل‌های خمشی قابل مقایسه بوده و باید در نظر گرفته شود. غشاء نیز صفحه‌ای نازک است به طوری که مقاومت خمشی آن به سمت صفر میل می‌کند و بار جانبی عمدتاً به‌صورت غشایی (نیروهای داخل صفحه) تحمل می‌گردد [۲].

از سوی دیگر تئوری‌های حاکم بر رفتار ورق را نیز با توجه به رابطه‌ی حاکم بین تنش وکرنش می‌توان دسته‌بندی نمود. تئوری‌های الاستیک خطی مبتنی بر وجود یک رابطه خطی بین تنش و کرنش هستند (قانون هوک)، در حالی که در تئوری‌های الاستیک غیرخطی، پلاستیک و ویسکوالاستیک، روابط پیچیده‌تری بین تنش و کرنش حاکم است.

با توجه به تمرکز موضوع این پایان‌نامه بر مسأله کمانش ورق‌ها، در ادامه‌ی این فصل به بررسی اجمالی این پدیده پرداخته شده است.

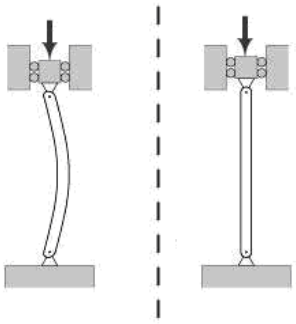
---

[1] Thick plates
[2] Thin plates
[3] Shells

۱-۲ کمانش یا ناپایداری

پدیده‌ی کمانش و مفهوم آن با بررسی رفتار ستون‌های باریک تحت تنش‌های فشاری مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

هنگامی که یک ستون باریک تحت نیروی‌های فشاری محوری قرار می‌گیرد، تا زمانی که بار روی چنین عضوی نسبتاً کم است، افزایش بار فقط به کوتاه شدن محوری قطعه منجر می‌شود. شکل۱-۱-الف. با افزایش نیرو، به محض رسیدن آن به مقدار مشخصی، سازه دچار تغییر شکل‌های بزرگ شده و در آستانه‌ی از دست دادن قدرت باربری قرار می‌گیرد و اصطلاحاً گفته می‌شود که عضو کمانش می‌کند، شکل۱-۱-ب.

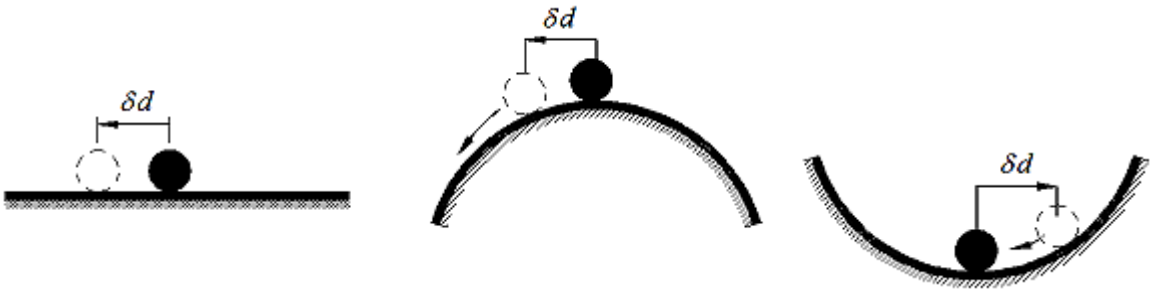


(ب) (الف)

شکل ۱-۱ : (الف) ستون قبل از کمانش، (ب) ستون کمانش یافته

اعضای کششی و ستون‌های کوتاه زمانی از کار می‌افتند که تنش در عضو به تنش حد تسلیم مصالح برسد. در نتیجه با معین بودن تنش حد تسلیم، تعیین ظرفیت باربری عضو امری نسبتاً آسان خواهد بود. اما کمانش که یک مسأله‌ی نسبتاً پیچیده است در نتیجه‌ی رسیدن تنش‌های وارده به یک مقاومت معین و قابل پیش بینی مصالح اتفاق نمی‌افتد، بلکه این پدیده به عوامل مختلفی از جمله ابعاد عضو، نوع تکیه‌گاه‌ها و خواص مصالح عضو بستگی دارد. جهت روشن شدن علت ایجاد کمانش در سازه‌ها مجدداً ستون باریک تحت فشار در نظر گرفته می‌شود. ستون زمانی که تحت اثر بار کوتاه می‌شود در واقع محل اثر بار را پایین می‌آورد. تمایل هر وزنی در پایین بردن موقعیت خود یک قانون ابتدایی طبیعت است. قانون دیگر این است که وقتی برای وقوع پدیده راه‌های مختلفی وجود داشته باشد آسان‌ترین مسیر برای وقوع آن انتخاب می‌شود. ستون زیر بارهای نسبتاً کم پدیده‌ی کوتاه شدن و زیر بارهای نسبتاً زیاد پدیده‌ی خم شدن را آسان‌تر می‌یابد. به بیان دیگر وقتی بار به مقدار کمانش خود می‌رسد ستون برای پایین بردن بار خم شدن را نسبت به کوتاه شدن آسان‌تر می‌یابد[۳].

مفهوم پایداری را می‌توان با در نظر گرفتن حالات مختلف تعادل یک گلوله‌ی صلب در موقعیت‌های مختلف نیز بیان کرد، شکل۱-۲. گرچه گلوله در هر یک از موقعیت‌های نشان داده شده (گلوله‌های سیاه رنگ)، در حال تعادل است، ولی یک بررسی دقیق وجود اختلافات مهم بین سه حالت را آشکار می سازد. اگر گلوله در حالت (الف)، از محل تعادل اولیه ی خود به اندازه‌ی δd جابجا شود، بعد از حذف نیروی جابجا کننده، به محل اولیه‌ی خود باز خواهد گشت. تعادل جسمی که بدین ترتیب صورت می‌گیرد، یک تعادل پایدار نامیده می‌شود. در حالت (ب)، وقتی گلوله کمی از موقعیت سکون خود جابجا شود به حالت اولیه‌ی خود باز نمی‌گردد بلکه از محل تعادل اولیه‌ی خود دور می شود. تعادل گلوله در این حالت ناپایدار نامیده می‌شود. حالت (ج)، نوع دیگری از حالت تعادل را نشان می‌دهد. در این‌جا گلوله بعد از جابجایی مختصرِ δd، نه به جای اولیه‌ی خود باز می‌گردد و نه به دور شدن ادامه می‌دهد و در جایی که بار جابجا کننده منتقل کرده است باقی می‌ماند. این نوع تعادل را تعادل خنثی گویند[۳].



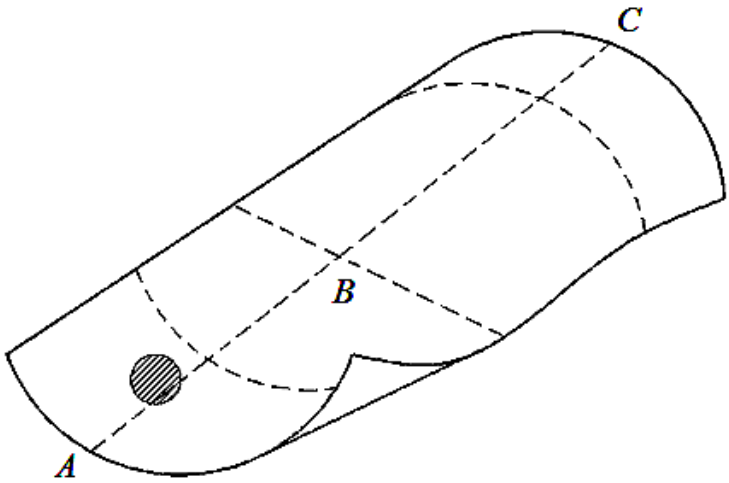
(ج) (ب) (الف)

شکل ۱-۲ : حالات مختلف تعادل گوی

در شکل ۱-۳ گلوله در هر نقطه از امتداد خط ABC در حال تعادل است. گلوله در ناحیه‌ی بین نقاط A و B تعادل پایدار و در ناحیه‌ی بین B و C تعادل ناپایدار دارد. در نقطه‌ی B ، نقطه‌ی انتقال بین دو ناحیه ،گلوله در حالت تعادل خنثی قرار دارد[۳].

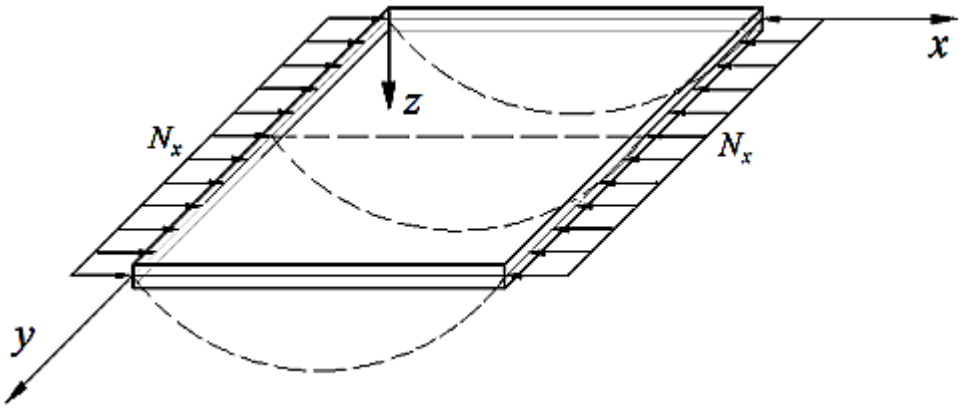
همان گونه که اشاره شد یک ستون در اثر بار معین کمانش می‌کند، زیرا شکل مستقیم ستون تحت اثر این بار تغییر می‌کند. بنابراین رفتار ستون شباهت زیادی به رفتار گلوله در شکل ۱-۳ دارد. شکل مستقیم ستون در بارهای کم پایدار ولی در بارهای زیاد ناپایدار است. اگر فرض کنیم در ستون ضمن انتقال از حالت تعادل پایدار به حالت تعادل ناپایدار یک حالت تعادل خنثی وجود داشته باشد، مشابه آن چه در شکل ۱-۳ نشان داده شده است، باری که تحت اثر آن شکل مستقیم ستون از حالت پایداری خارج می شود، باری است که در آن حالت تعادل خنثی پدید می آید. این بار بار بحرانی نامیده می شود[۳].

بنابر آن چه گفته شد سازه در گذر از تعادل پایدار به تعادل ناپایدار همواره حالت تعادل خنثی را تجربه می‌کند و کلیه فرمول‌بندی‌های ریاضی برای تحلیل کمانش الاستیک خطی سازه ها، بر پایه‌ی این نکته‌ی مهم استوار است.



شکل ۱-۳: سطح پایداری

کمانش ورق‌ها در حالت کلی مشابه کمانش ستون‌ها است. در صورتی که ورق تحت نیروهای فشاری یا برشی داخل صفحه قرارگیرد، مادامی که نیروها در حد کمی باقی بمانند ورق دچار تغییر شکل‌های خارج از صفحه نخواهد شد (w=0)، در این شرایط ورق در حالت تعادل پایدار است. با افزایش نیروها و به محض رسیدن به بار بحرانی، الگوی تغییر شکل ورق تغییر کرده و تغییر شکل خارج صفحه پدیدار می‌شود. در چنین شرایطی گفته می‌شود ورق کمانش کرده و از تعادل پایدار به حالت ناپایدار رسیده است.



شکل ۱-۴: چگونگی کمانش ورق تحت نیروهای فشاری محوری

البته باید توجه نمود که بررسی و تحلیل رفتار کمانشی ورق‌ها به آسانی ستون‌ها نیست. تجزیه و تحلیل اعضای یک بعدی نسبتاً ساده است، زیرا فرض بر این است که خمش فقط در یک صفحه انجام می گیرد. از دیدگاه ریاضی تفاوت اصلی بین ستون و صفحه این است که کمیت‌هایی نظیر تغییر شکل جانبی و لنگرخمشی که در ستون‌ها تابع یک متغیر مستقل هستند، درصفحات نازک تابعی از دو متغیر مستقل می‌باشند. در نتیجه، رفتار یک صفحه به وسیله‌ی معادلات دیفرانسیل جزئی (پاره‌ای) و رفتار ستون‌ها توسط معادلات دیفرانسیل معمولی مشخص می‌شود. تفاوت دیگر بین ستون و صفحه با مقایسه ی کمانش این دو آشکار خواهد شد. برای یک ستون، کمانش، توانایی عضو را برای تحمل بار محوری اضافی خاتمه می‌دهد. بنابراین بار بحرانی مقارن با انهدام عضو خواهد بود. اما این موضوع در مورد صفحات صادق نیست. صفحات با توجه به دو بعدی بودنشان قابلیت توزیع بار را به‌صورت پیچیده‌تری دارند و حتی قادرند بارهای بیشتر از بار بحرانی را نیز تحمل کنند بنابراین بار بحرانی یک صفحه باعث انهدام آن نخواهد شد. قدرت پس از کمانش[1] ورق‌ها همواره مورد توجه محققان بوده است که تحلیل آن به علت ماهیت غیر خطی مسأله، پیچیده می‌باشد.

۱-۳ انواع کمانش

به عنوان یک تقسیم‌بندی کلی مقاطع تحت بارهای فشاری ممکن است دچار دو نوع کمانش شوند:

1. **کمانش کلی**
2. **کمانش جزئی**

در کمانش کلی، کل طول عضو دچار کمانش خواهد شد. این نوع کمانش که بیشتر در ستون‌ها رخ می‌دهد، به شرایط مرزی انتهایی دو سر ستون بسیار حساس است. در این کمانش معمولاً مود کمانش عضو سینوسی- کسینوسی می باشد.

در کمانش جزئی کل عضو دچار کمانش نمی‌شود بلکه ورق‌های تشکیل دهنده ی مقطع، به تنهایی دچار کمانش خواهند شد. برای مثال در یک عضو با مقطع I-شکل امکان پدید آمدن کمانش در بال آن تحت تنش‌های خمشی وجود دارد. زیرا در این حالت بال تحت تنش‌های فشاری قرار گرفته و همانند یک ورق که یک لبه آن آزاد و لبه‌ی دیگر آن شرایط ما بین مفصلی و گیردار دارد عمل کرده و دچار کمانش می‌شود.

در دسته بندی دیگر کمانش اعضای فشاری با توجه به شکل کمانش یافته‌ی سازه به سه گروه تقسیم می‌شود[۴].

۱. **کمانش موضعی**[2]: در این نوع کمانش خطوط اتصال بین قطعات ورق‌ها، بعد از کمانش کاملاً مستقیم باقی

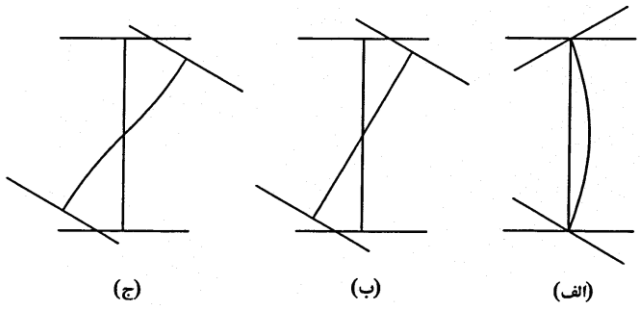
---

[1] Post Buckling
[2] Local Buckling

می‌مانند، در حالی که خود قطعات ورق کمانش کرده وتغییر شکل می‌دهند، یعنی مقطع بعد از کمانش شکل خود را از دست می‌دهد.

۲. **کمانش جانبی**[1]**:** در این کمانش مقطع مورد نظر هیچ‌گونه تغییر شکلی نداده و فقط کل سطح مقطع دارای حرکت جانبی است و مانند یک جسم صلب حول مرکز خود دوران می‌کند. در واقع کمانش جانبی هنگامی اتفاق می افتد که یک عضو سازه‌ای بدون مهار جانبی کافی، حول محور قوی‌تر تحت خمش قرار گیرد در این حالت عضو در خارج از صفحه بارگذاری به دلیل تغییر مکان جانبی و پیچشی و بدون تغییر شکل مقطع عرضی، کمانش می‌کند.

۳. **کمانش تغییر شکلی**[2]**:** می‌توان این نوع کمانش را ترکیبی از کمانش موضعی و جانبی دانست که در آن ضمن این‌که مقطع مورد نظر تغییر شکل می‌دهد، مقدار قابل ملاحظه‌ای نیز تغییر مکان جانبی خواهد داشت.



شکل ۱-۵ : شکل (الف) کمانش موضعی (ب) کمانش جانبی (ج)کمانش تغییر شکلی

رفتار ورق‌ها در مود کمانش موضعی بیان‌گر این مطلب است که جابه‌جایی‌های درون صفحه تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر تنش‌های کمانشی ندارد، بنابراین برای بررسی کمانش موضعی تنها کافی است جابه‌جایی خارج از صفحه در نظر گرفته شود. این در حالی است که در مورد کمانش جانبی جابه‌جایی خارج از صفحه اثر چندانی بر تنش‌های کمانشی ندارد، در صورتی که در بررسی کمانش تغییر شکلی باید هم تغییر شکل‌های داخل و هم خارج صفحه را در نظر گرفت[۵].

از دیدگاه دیگر، کمانش را بر اساس رفتار ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی ورق به دو دسته کمانش الاستیک و غیرالاستیک تقسیم‌بندی می‌کنند. در کمانش الاستیک، ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی ورق از قانون هوک پیروی می‌کند و تنش بحرانی از تنش تسلیم ماده کمتر می‌باشد. در کمانش غیر الاستیک تنش بحرانی از تنش تسلیم ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی ورق فراتر رفته و مدول الاستیسیته مطابق با تنش موجود در ورق تغییر می‌کند در این حالت مسأله‌ی کمانش

[1] Overal Buckling
[2] Distortional Buckling

باید با به‌کارگیری معادلات حاکم بر رفتار ماده‌ی مورد نظر بررسی شده و از مدول الاستیسیته‌ی مناسب در ناحیه بعد از تسلیم استفاده شود.

از آنجایی که نخستین گام در بررسی هر پدیده آگاهی از سیر تکاملی و مجموعه تلاش‌های انجام شده در آن زمینه می‌باشد، در بخش بعد نگاهی کلی به تاریخچه‌ی ورق خواهیم داشت.

۱-۴ تاریخچه

نخستین بار اویلر در سال ۱۷۴۴ توانست کمانش یک ستون، تحت بار محوری را با استفاده از روش تعادل خنثی تحلیل نموده و مودهای کمانش و ضرائب کمانش تحت این مودها را استخراج نماید [۲].
کانسیدره و انگستر در سال ۱۸۸۹ اولین تئوری اصلاحی را برای کار اویلر مطرح کردند و از آن پس تحقیقات زیادی برروی کمانش اعضای فشاری انجام گرفت.

فن کارمان کمانش غیر الاستیک ستون‌ها را بررسی نمود و مدلی برای چرخه هیسترزیس و تغییر شکل پلاستیک تیرها ارائه داد. کویتر تئوری خطی کمانش پس از نقطه‌ی دوگانگی را پایه‌گذاری کرد. بودیانسکی و همکارانش رفتار غیر خطی سازه‌ها را در ناحیه‌ی الاستیک توسعه دادند. انگسر و شانلی کمانش غیر الاستیک ستون‌ها را مطرح کردند و انگسر و تیموشنکو کمانش برشی_خمشی ستون‌ها را بررسی نمودند. از دیگر پیشگامان بررسی کمانش سازه‌ها در مسائل گوناگون می‌توان به موارد زیر اشاره کرد[۶]:

- کمانش پیچشی جانبی تیرها توسط پرانتل، واگز و تراهیر
- کمانش قاب‌ها توسط جیمز، دیزلی و چاندلر

اویلر در سال ۱۷۶۶ اولین فرمول‌بندی ریاضی را برای حل مسأله‌ی ارتعاش آزاد پوسته‌ها ارائه نمود. وی در آزمایش‌های خود از دو مجموعه رشته‌های کشیده شده و عمود بر هم استفاده کرد. پس از آن کلادنی، تحقیقاتی پیرامون مسأله‌ی ارتعاش آزاد ورق‌ها آغاز کرد و آزمایش‌های متعددی انجام داد. او مودهای مختلف ارتعاش آزاد ورق‌ها را کشف کرد و فرکانس‌های مربوط به هر یک از آن‌ها را بدست آورد[۷].

اولین معادله دیفرانسیل ورق ها در سال ۱۸۱۱ توسط ریاضی‌دانی به نام سوفی ژرمن ارائه شد که به دلیل اشتباهات محاسباتی شکل صحیحی نداشت.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \lambda^2 \left(\frac{\partial^6 z}{\partial^4 x \, \partial^2 y} + \frac{\partial^6 z}{\partial^2 x \, \partial^4 y} \right) = 0 \qquad (۱-۱)$$

در این رابطه z تغییر مکان هندسی سطح میانی ورق در حال ارتعاش و t معرف زمان است. λ^2 ضریب ثابتی است که در برگیرنده‌ی مشخصات فیزیکی ورق است. در این مقاله تعریف مشخصی برای این ضریب ارائه نشده بود. لاگرانژ

و پواسون تلاش‌های نافرجامی جهت اصلاح رابطه فوق انجام دادند[۷].

سرانجام ناویر در سال ۱۸۲۳ توانست اولین معادله‌ی دیفرانسیل صحیح ورق‌ها را تحت بار گسترده‌ی $P_z(x,y)$ ارائه دهد. وی در به‌دست آوردن این رابطه از فرضیات برنولی برای تیرها و روابط دو بعدی تنش-کرنش استفاده کرد.

$$D(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4})=P_z(x,y) \quad (۲-۱)$$

در این رابطه D صلبیت خمشی ورق و w تغییر مکان میان صفحه است[۷].

ناویر معادله‌ی فوق را برای یک ورق مستطیلی روی تکیه‌گاه‌های ساده با استفاده از سری فوریه‌ی مضاعف حل کرد. اما راه حل وی به این دلیل که به محاسبات پیچیده و همگرایی کند منجر می شد، چندان مناسب به نظر نمی‌رسید. لوی شیوه‌ی بهتری که همان استفاده از سری منفرد فوریه بود را ابداع نمود[۱].

با حل شدن مسأله‌ی خمش، تحلیل و بررسی حالت‌های مختلف بارگذاری صفحات، بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفت. یکی از این حالات بارگذاری که کاربرد عملی بیشتری نیز داشت، حل مسأله‌ی کمانش یا بارگذاری داخل صفحه بود. سنت ونانت در سال ۱۸۸۳ معادله دیفرانسیل کمانش صفحه مستطیلی تحت اثر بارهای جانبی و بارهای واقع در صفحه میانی و نیز بارهای حجمی (بارهای وارده بر واحد حجم صفحه) را به‌دست آورد. برای نخستین بار برایان در سال ۱۸۹۱ با استفاده از سری سینوسی مضاعف فوریه، مسأله‌ی کمانش یک صفحه مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده تحت اثر نیروهای فشاری تک محوری را حل نمود که نخستین راه حل مسأله‌ی کمانش صفحات قلمداد می‌شود.

تیموشنکو در سال ۱۹۰۷ بر اساس روش برایان به حل کمانش ورق‌های مستطیلی با شرایط مرزی مختلف پرداخت. ریزنر در سال ۱۹۰۹ مستقل از تیموشنکو یک ورق مستطیلی تحت بار فشاری محوری با لبه‌های گیردار یا با یک لبه‌ی گیردار و یک لبه‌ی آزاد را تحلیل نمود[۵].

تا آن زمان تمامی مسائل صفحات با روش‌های تحلیلی یعنی با استفاده از سری‌های فوریه مورد بررسی قرار می‌گرفت و جواب دقیق معادله دیفرانسیل به‌دست آورده می‌شد. با بیشتر شدن کاربرد صفحات در صنعت، مسائل متنوعی در پایداری و خمش صفحات به‌وجود آمد که صفحات با بارگذاری و شرایط مرزی گوناگون نظیر لبه‌های آزاد، گیردار، لبه‌های به‌طور نسبی مقاوم در برابر دوران و یا صفحات با اشکال هندسی مختلف نمونه‌ای از آن موارد می‌باشد. از آن‌جا که حل کلیه‌ی مسائل ورق‌ها به روش‌های تحلیلی دقیق امکان پذیر نبود، محققان به تدریج به روش‌های تقریبی از جمله روش انرژی تیموشنکو [۸]، روش ریلی_ریتز و روش گالرکین [۹] روی آوردند.

با ورود رایانه‌ها به عرصه‌ی محاسبات مهندسی، رشد بسیار سریع و کاهش همزمان قیمت آن‌ها روش‌های عددی به ابزار اساسی تحلیل سازه‌ها تبدیل گشتند و به عنوان روش‌های سریع، دقیق، کم هزینه و کارا منجر به تحول

بنیادی در تحلیل سازه‌ها از جمله حل پایداری ورق‌ها گردیدند. این روش‌ها همواره در حال توسعه بوده‌اند و در این مسیر روش‌های متعددی توسط محققین ابداع گشته است. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به روش تفاضل‌های محدود[1]، المان‌های محدود[2] و روش نوارهای محدود[3] اشاره نمود. این روش‌ها درنهایت نیاز به حل یک دستگاه معادلات جبری خطی دارند. چنین محاسباتی معمولاً توسط رایانه‌های با سرعت بالا و با استفاده از روش‌های ماتریسی صورت می‌پذیرد.

روش تفاضل‌های محدود تا مدتی نسبتاً طولانی، یگانه روش موجود برای حل عددی معادلات دیفرانسیل به‌شمار می‌رفت. اما کاربرد این روش به مسائلی محدود می‌شد که امکان تولید یک شبکه‌ی منظم از نقاط گره‌ای در دامنه‌ی آن‌ها وجود داشت و این امر در مسائل عملی که اغلب دارای هندسه‌ی نامنظم و پیچیده می‌باشند دشوار و در برخی موارد غیر ممکن بود. به منظور غلبه بر مشکل اخیر و دست‌یابی به روش‌هایی با انعطاف‌پذیری بیشتر، توجه محققین به توسعه‌ی روش‌هایی هم‌چون روش اجزاء محدود و نوار محدود معطوف گردید.

روش اجزاء محدود اولین بار توسط ترنر و همکارانش در سال ۱۹۵۶ معرفی گردید. لازم به ذکر است این روش در سال ۱۹۴۳ توسط ریاضی‌دانی به نام کورانت ابداع شده بود ولی در آن زمان به دلیل عدم ارائه‌ی روابط مناسب توسط ریاضی‌دانان و مهندسان ناشناخته ماند[۷]. روش اجزاء محدود توسط بسیاری از محققین از جمله گالاکر و پادلوگ ، والاس، مارتین، کاپر و هارتز و گالاکر و پرزمینسکی جهت تحلیل پایداری ورق‌ها به‌کار گرفته شد. به نحوی که تا اواخر دهه‌ی شصت میلادی روش اجزاء محدود برای کمانش کاملاً فرموله شده بود. محققان بعدی روش اجزاء محدود برای آنالیز کمانش ورق‌ها گالاگر [۱۰]، پرزمینیسکی [۱۱] و زینکویچ و همکارانش[۱۲] بوده‌اند.

روش عددی نوارهای محدود برای اولین بار توسط چونگ برای تحلیل خمش صفحات مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده ابداع شد[۱۳]. از این روش جهت تحلیل سازه‌هایی با هندسه‌ی نسبتاً ساده استفاده می‌شود. در این روش سازه به تعدادی نوار تقسیم می‌شود. در جهتّ طولیِ نوارها، تابع جابجایی با توابع مثلثاتی تخمین زده می‌شود. در جهت عرضی هم معمولاً از توابع چندجمله‌ای استفاده می‌شود. این توابع معمولاً به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که بتوانند حداقل مشتقات مورد نیاز را ارضا کنند. کاهش تعداد درجات آزادی و در نتیجه افزایش سرعت تحلیل، مهم‌ترین مزیت این روش نسبت به روش اجزاء محدود است. با توجه به این‌که در این پایان نامه از روش نوار محدود در تحلیل ورق استفاده شده در فصول بعد به‌صورت مبسوط به آن پرداخته خواهد شد.

---

[1] Finite Difference Method
[2] Finite Element Method
[3] Finite Strip Method

۱-۵ هدف از تحقیق حاضر

استفاده‌ی روز افزون ورق‌ها و به ویژه ورق‌های منحنی شکل در صنایعی هم‌چون هوا فضا محققان را به بسط و تحلیل این‌گونه سازه‌ها سوق داده است. باتوجه به این‌که سازه‌های منحنی به لحاظ شکل هندسی بار را بیشتر به‌صورت محوری انتقال می‌دهند، کمانش یکی از مسائل مهم در این نوع سازه‌ها می‌باشد و یکی از نیازهای اساسی در مرحله‌ی طراحی دانستن تنشی است که در آن کمانش رخ می دهد. با گسترش علم و استفاده از مواد با تنش‌های جاری شدن بسیار بالا، محققان سعی در تولید ورق‌هایی با نسبت هرچه کوچکتر ضخامت به شعاع دارند. کاربرد این گونه ورق‌ها که موجب کاهش وزن کل سازه می‌گردد اگرچه از نظر اقتصادی مقرون به صرفه می‌باشد ولی موجب کاهش تنش‌های کمانشی می‌گردد از این رو استفاده از سخت‌کننده‌های طولی به عنوان راه حلی مناسب جهت افزایش تنش کمانشی و رفع مشکل فوق همواره مورد توجه دانشمندان بوده است.

بر اساس آن‌چه مطرح شد، در این تحقیق کمانش الاستیک ورق‌های منحنی شکل مورد بررسی قرار گرفته است. این بررسی با استفاده از روش نوارهای محدود که یکی از کارآمدترین روش‌های عددی در تحلیل کمانش ورق ها است انجام شده است.

۱-۶ محتوای فصول بعدی

در فصل دوم به معرفی انواع پوسته‌ها، تاریخچه‌ی ایجاد و تئوری‌های تحلیل آن‌ها پرداخته شده است.

در فصل سوم به بررسی روش نوار محدود و تاریخچه‌ی آن پرداخته شده، توابع شکل در راستای محیطی و نیز توابع مثلثاتی برای شرایط مرزی مختلف ارائه گردیده، ماتریس‌های سختی، پایداری و نیرویی المان‌های منحنی با استفاده از این روش به‌دست آمده، همچنین به تحلیل استاتیکی پوسته‌ها پرداخته شده و مسائلی جهت کنترل روش در تحلیل استاتیکی ارائه شده است.

با به کارگیری آن چه از فصل سوم به‌دست آمده، در فصل چهارم پایداری سازه‌های متشکل از ورق‌های تخت و منحنی دارای شرایط مرزی مختلف در راستای طولی و محیطی و تحت انواع بارگذاری، تنش فشاری، تنش خمشی و بارگذاری مثلثی تحلیل شده ، اثر تکیه‌گاه‌های طولی و محیطی و انواع مختلف بارگذاری در تنش بحرانی بررسی گردیده و نمودارهای مختلفی در این زمینه ارائه شده است. در ادامه به تحلیل پوسته تحت تنش‌های دو محوره پرداخته شده و برای حالات مختلف بارگذاری نمودارهای طراحی رسم شده است. همچنین به بررسی اثر افزایش انحنا و نیز اثر استفاده از تقویت‌کننده‌های طولی در تنش کمانش بحرانی پوسته پرداخته شده است.

فصل پنجم به جمع بندی، نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهادات اختصاص داده شده است.