بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد (M.Sc.)

گرایش: تحقیق در عملیات

عنوان:

مدل‌های شعاعی و غیرشعاعی و یکپارچه‌سازی آنها در DEA

استاد راهنما:
دکتر قاسم توحیدی

استاد مشاور:
دکتر مسعود صانعی

نگارنده:
زهره صالحی‌نژاد

تابستان ۹۱

تقدیم به:

اساتیدم به پاس سال‌ها تلاش تا درست بیاموزم

و

پدر و مادرم به پاس دلسوزی‌ها تا بیاسایم.

تشکر و قدردانی:

سپاس و تقدیر و تشکر از زحمات بی‌شاعبهٔ جناب آقای دکتر قاسم توحیدی، که در این پایان‌نامه در سمت استاد راهنما در تمامی مراحل همگام بودند و تشکر از جناب آقای دکتر مسعود صانعی به عنوان استاد مشاور و جناب آقای دکتر محسن رستمی مال‌خلیفه که داوری این پایان‌نامه را به عهده گرفتند.

تعهد نامه اصالت پایان نامه کارشناسی ارشد

اینجانب زهره صالحی نژاد دانش آموخته مقطع کارشناسی ارشد نا پیوسته به شماره دانشجویی 88065107800 در رشته ریاضی کاربردی که در تاریخ 11/ 5 /91 از پایان نامه خود تحت عنوان مدل های شعاعی و غیر شعاعی و یکپارچه سازی انها در DEA با کسب نمره 17/25 ودرجه عالی دفاع نموده ام بدینوسیله متعهد می شوم:

1- این پایان نامه حاصل تحقیق وپژوهش انجام شده توسط اینجانب بوده ودر مواردی که از دستاوردهای علمی وپژوهشی دیگران(اعم از پایان نامه، کتاب ، مقاله و.....) استفاده نموده ام، مطابق ضوابط و رویه های موجود، نام منبع مورد استفاده وسایر مشخصات آن را در فهرست ذکر ودرج کرده ام.

2- این پایان نامه قبلاً برای دریافت هیچ مدرک تحصیلی(هم سطح،پایین تر یا بالاتر) در سایر دانشگاه ها ومؤسسات آموزش عالی ارائه نشده است.

3- چنانچه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده و هرگونه بهره برداری اعم از چاپ کتاب، ثبت اختراع و.... از این پایان نامه داشته باشم، از حوزه معاونت پژوهشی واحد مجوزهای مربوطه را اخذ نمایم.

4- چنانچه در هر مقطع زمانی خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن را بپذیرم و واحد دانشگاهی مجاز است با اینجانب مطابق ضوابط ومقررات رفتار نموده ودر صورت ابطال مدرک تحصیلی ام هیچگونه ادعایی نخواهم داشت.

نام ونام خانوادگی: زهره صالحی نژاد

تاریخ وامضاء:

بسمه تعالی

در تاریخ 91/ 5/11

دانشجـــوی کارشناسی ارشد آقای / خانم زهره صالحی نژاد از پایان نامه خود دفـــاع نمـــوده و بـــا نمـــره 17/25 بحـــروف هفده و بیست پنج صدم و بـــا درجـــه عالی مورد تصویـــب قـــرار گرفت.

امضاء استاد راهنما

فهرست مندرجات

۱ **فصل اول: مروری بر DEA** ۱

۱—۱ مقدمه ۲

۱—۲ ساختن مدل‌ها در DEA با استفاده از تعریف کارایی نسبی ۲

۱—۳ فرم پوششی مدل CCR ۴

۱—۴ فازهای I و II مدل CCR و ادغام دو فاز (مدل CCR_ϵ) ۵

۱—۵ مدل‌های غیرشعاعی ٦

۱—۱.۵ مدل جمعی ٦

۱—۲.۵ مدل SBM ۷

۱—۳.۵ مدل SBM تعدیل‌یافته ۸

۲ **لزوم یکپارچه‌سازی مدل‌های شعاعی و غیرشعاعی** ۰۱

۲—۱ مقدمه ۱۱

۲—۲ نواقص مدل CCR ۱۲

۲—۳ نواقص مدل SBM ۱۲

۳ یکپارچه سازی مدل‌های شعاعی و غیرشعاعی در DEA توسط مدل SBM—متصل ۵۱

۳—۱ مقدمه ۱۶

۳—۲ مدل SBM — متصل ۱۶

۳—۳ تعیین مقادیر l و u ۱۹

۳—۴ مثال عددی ۲۴

۳—۵ بسط مدل SBM— متصل در ماهیت‌های دیگر و بازده به مقیاس متغیر . ۲۶

۳—۶ مدل با ماهیت خروجی ۲۶

۳—۷ ماهیت ترکیبی مدل ۲۷

۳—۸ مدل با بازده به مقیاس متغیر ۲۷

۳—۹ مدل وزن دار شده ۲۸

۳—۱۰ خلاصه مطالب ۲۸

۴ اندازه‌گیری کارایی در DEA براساس اپسیلون **۹۲**

۴—۱ مقدمه ۳۰

۴—۲ اندازه‌گیری کارایی براساس ϵ (EBM) ۳۰

۴—۳ فرم دیگری از EBM ۳۸

۴—۴ چگونه اپسیلون و وزن‌ها را مشخص کنیم؟ ۳۹

۴—۱.۴ محاسبه وزن ۳۹

۴—۲.۴ مقدار ویژه یک ماتریس ۴۰

۴—۳.۴ بردار ویژه یک ماتریس ۴۰

۴—۴.۴ محاسبه وزن به روش بردار ویژه ۴۱

۴—۵.۴ محاسبه ϵ_x ۴۲

۴—٦.۴ یادآوری مباحث آمار ۴۴

۴—۵ منطق EBM پیشنهاد شده ۵۹

۴—٦ مثال تشریحی ۱ . . . . . ٦٦

۴—۷ مثال تشریحی ۲ . . . . . ۷۰

۴—۸ مثال تشریحی ۳ . . . . . ۷۲

۴—۹ بسط مدل EBM در ماهیت‌های دیگر و بازده به مقیاس متغیر ۷۶

۴—۹.۱ EBM با ماهیت خروجی ۷۶

۴—۹.۲ EBM بدون ماهیت (با هر دو ماهیت) ۷۷

۴—۹.۳ EBM با بازده به مقیاس متغیر ۷۸

فهرست اشکال

شکل ۲—۱: مقایسه تصویر براساس مدل CCR و SBM ۱۴

شکل ۳—۱: ناحیه شدنی محدود بین l و u ۲۳

شکل ۳—۲: تصویر DMU ناکارای C با دادن مقادیر l و u ۲۴

شکل ۴—۱: حالت متمرکز ۴۲

شکل ۴—۲: حالت پراکندگی زیاد ۴۳

شکل ۴—۳و۴و۵و۶: نمودارهای پراکنش ۴۶

شکل ۴—۸: حالت $D(a,b) = \frac{1}{2}$ ۵۵

شکل ۴—۹: داده‌های تجربی ۱ ..... ۶۰

شکل ۴—۱۰: داده‌های تجربی ۲ ..... ۶۰

شکل ۴—۱۱: داده‌های تجربی ۳ ..... ۶۱

شکل ۴—۱۲: داده‌های تجربی ۴ ..... ۶۱

شکل ۴—۱۳: داده‌های تجربی ۵ ..... ۶۲

شکل ۴—۱۴: داده‌های تجربی ۶ ..... ۶۲

شکل ۴—۱۵: نمودار پراکنش ۶۳

شکل ۴—۱۶: یک نمودار پراکنش برای اندازه‌های با همبستگی مثبت ۶۴

شکل ۴—۱۷: بیضی ماتریس آفینی ۶۶

شکل ۴—۱۸: شکل قرار گرفتن DMUهای مثال ۱ ..... ۶۷

شکل ۴—۱۹: مقایسه رتبه‌ها ٦٧
شکل ۴—۲۰: شکل قرارگرفتن DMUها در مثال ۲ ..... ۷۰
شکل ۴—۲۱: مقایسه رتبه‌ها (مثال بیمارستان) ۷۳

فهرست جداول

جدول ۲—۱: مثال فرضی ۱۲
جدول ۲—۲: مقدار اسلک براساس مدل SBM ۱۳
جدول ۳—۱: مثال فرضی ۲۱
جدول ۳—۲: مقدار اسلک براساس مدل SBM ۲۱
جدول ۳—۳: مقدار کاهش نسبی ورودی‌ها ۲۲
جدول ۳—۴: مثال عددی با دو ورودی و یک خروجی ۲۴
جدول ۳—۵: نتایج SBM—متصل در ماهیت ورودی ۲۵
جدول ۴—۱: مثال ۱ ..... ۶۷
جدول ۴—۲: مثال ۲ ..... ۷۰
جدول ۴—۳: داده‌های بیمارستان و میزان کارایی ۷۲
جدول ۴—۴: تصویر DMUهای مثال ۳ ..... ۷۳
جدول ۴—۵: θ و اسلک‌ها ۷۵

چکیده

در DEA، به طور کلی، محاسبه کارایی به دو روش شعاعی و غیر شعاعی اندازه‌گیری می‌شود. در این پایان‌نامه، بعد از بیان مختصری از DEA، اولین مدل شعاعی و اولین مدل غیرشعاعی مطرح و نواقص آن‌ها بیان می‌شود. با توجه به اینکه یکی از نقص‌های مهم مدل SBM، تناسب نداشتن ورودی‌ها و اسلک‌ها می‌باشد، در فصل سوم، مدلی به نام مدل SBM-متصل معرفی می‌شود که اسلک‌ها را در یک بازه مشخص محدود می‌کند تا اسلک‌های حاصل از حل مدل، با ورودی‌های اولیه تناسب داشته باشند و در نتیجه مشکل مدل SBM به وجود نیاید.

با توجه به خاصیت مدل‌های شعاعی و غیرشعاعی، نتیجه می‌شود که در حالت‌هایی که DMU ها در PPS به صورت کاملاً پراکنده واقع شده‌اند، مدل SBM مناسب است و در حالت‌هایی که DMU ها در PPS به صورت متمرکز واقع شده‌اند، مدل CCR مناسب می‌باشد و در این حالت‌های خاص، مدل‌های CCR وSBM نواقص ذکر شده مربوطه را ندارند. با توجه به این نتایج، در فصل چهارم، مدلی به نام مدل EBM معرفی می‌شود که در هر بررسی، ابتدا میزان پراکندگی DMU ها سنجیده می‌شود. بدین منظور از شاخص ناسازگاری استفاده می‌شود که مقدار آن بین صفر و یک است. وقتی مقدار ناسازگاری برابر یک باشد، مدل EBM تبدیل به مدل SBM می‌شود و وقتی مقدار ناسازگاری برابر صفر شود، مدل تبدیل به مدل CCR می‌شود و چنانچه شاخص ناسازگاری مقداری بین صفر و یک داشته باشد، مقدار کارایی بر اساس این مدل مقداری خواهد بود که از مقدار کارایی مدل CCR کمتر واز مقدار کارایی مدل SBM بیشتر است.

۱

فصل اول: مروری بر DEA

۱—۱ مقدمه

امروزه استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها [۱] (DEA) با سرعت زیادی در حال گسترش بوده و در ارزیابی سازمان‌ها و صنایع مختلف مانند صنعت بانکداری، پست، بیمارستان‌ها، مراکز آموزشی، نیروگاه‌ها و مواردی نظیر آن استفاده می‌شود. توسعه‌های زیادی از جنبه تئوری و کاربردی در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها اتفاق افتاده که شناخت جوانب مختلف،آن را برای بکارگیری دقیق‌تر اجتناب‌ناپذیر می کند.استفاده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف سازمان‌ها را در شاخص‌های مختلف تعیین کرده و با ارائه میزان مطلوبیت آنها، خط مشی سازمان را به سوی ارتقای کارایی و بهروری مشخص می‌کند. در ادامه مختصری از DEA بیان می‌شود [۱] و [۹].

۱—۲ ساختن مدل‌ها در DEA با استفاده از تعریف کارایی نسبی

n واحد تصمیم گیرنده [۲] $(j = ۱, \cdots, n)$ DMU_j با بردار ورودی $x_j = (x_{۱j}, \cdots, x_{mj})$ و بردار خروجی $y_j = (y_{۱j}, \cdots, y_{sj})$ را در نظر بگیرید. در حالت کلی $u = (u_۱, \cdots, u_s)$ و

[۱] Data Envelopment Analysis

[۲] Decision Making Unit

$v = (v_1, \cdots, v_m)$، هزینه‌هایا قیمت‌ها هستند که مقدارشان معلوم است. در این صورت به عبارت

$$e_j = \frac{u_1\ y_{1j} + \cdots + u_s\ y_{sj}}{v_1\ x_{1j} + \cdots + v_m\ x_mj}$$

کارایی اقتصادی گویند که به دنبال آن می‌توان کارایی نسبی را به دست آورد.

با استفاده از u و v کارایی نسبی[3] DMU_o را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$RE_o = \frac{\frac{uy_o}{vx_o}}{\max\{\frac{uy_j}{vx_j}, \quad j = 1, \cdots, n\}}.$$

تا اینجا برای بدست آوردن کارایی از مدل زیر معروف به مدل TDT [4] استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & RE_o = \max \frac{\frac{uy_o}{vx_o}}{\max\{\frac{uy_j}{vx_j}, \quad j = 1, \cdots, n\}} \\ s.t. \quad & u \geq 0, \qquad v \geq 0. \end{aligned} \tag{1—1}$$

با قرار دادن $\max\{\frac{uy_j}{vx_j}, \quad j = 1, \cdots, n\} = \frac{1}{t}$ و سپس $tu = u_{new}$ و $tv = v_{new}$ مدل فوق به صورت زیر حاصل می‌شود که مدل کسری[5] نام دارد:

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{uy_o}{vx_o} \\ s.t. \quad & \frac{uy_j}{vx_j} \leq 1, \qquad j = 1, \cdots, n \\ & u \geq 0, \qquad v \geq 0. \end{aligned} \tag{1—2}$$

[3] Relative efficiency

[4] Thompson, Dharmapala and Thrall

[5] Fractional

اکنون مدل کسری را به مدل خطی تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \max \quad & uy_o \\ s.t. \quad & uy_j - vx_j \leq ۰, \qquad j = ۱, \cdots, n \\ & vx_o = ۱ \\ & u \geq ۰, \qquad v \geq ۰ . \end{aligned} \tag{۱—۳}$$

این مدل توسط چارلز، کوپر و رودز ابداع شد و معروف به مدل مضربی CCR [۶] است. [۸]

۱—۳ فرم پوششی مدل CCR

فرض کنید ماتریس‌های ورودی و خروجی به ترتیب به وسیله $X = [x_{ij}] \in R^{m \times n}$ و $Y = [y_{rj}] \in R^{s \times n}$ نشان داده می‌شود. و همچنین فرض کنید $X > ۰$ و $Y > ۰$. مدل CCR در ماهیت ورودی کارایی θ^* از $DMU_o(x_o, y_o)$ را با حل کردن برنامه خطی زیر ارزشیابی می‌کند.

$$\begin{aligned} & \theta^* = min \ \ \theta \\ s.t. \quad & \theta x_o = X\lambda + s^- \\ & y_o \leq Y\lambda \\ & \lambda \geq ۰, \quad s^- \geq ۰. \end{aligned} \tag{۱—۴}$$

[۶] Charnes, Cooper and Rhodes

که λ نشان دهنده بردار چگال و s^- دلالت بر اسلک غیرشعاعی دارد. این مدل، در دو فاز مسئله را حل می‌کند. در فاز اول θ^* محاسبه می‌شود و در فاز دوم مشخص می‌شود، DMU کارای مطلق است یا کارای نسبی.

۱—۴ فازهای I و II مدل CCR و ادغام دو فاز (مدل CCR_ϵ)

در مدل CCR، مسئله می‌بایست در دو فاز حل شود. فازI برای محاسبه کارایی، و فاز II برای تشخیص ضعیف یا قوی بودن DMUهای کارا بکار می‌رود.

فاز I)

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ s.t. \quad & \theta x_o = X\lambda + s^- \\ & y_o = Y\lambda - s^+ \\ & \lambda \geq ۰, \quad s^- \geq ۰, \quad s^+ \geq ۰. \end{aligned} \tag{۱—۵}$$

فاز II)

$$\begin{aligned} \max \quad & ۱s_i^- + ۱s_r^+ \\ s.t. \quad & \theta^* x_o = X\lambda + s^- \\ & y_o = Y\lambda - s^+ \\ & \lambda \geq ۰, \quad s^- \geq ۰, \quad s^+ \geq ۰. \end{aligned} \tag{۱—۶}$$

با ادغام فازهای I و II، مدل CCR، به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta - \epsilon(۱ s_i^- + ۱ s_r^+) \\ s.t. \quad & \theta x_o = X\lambda + s^- \\ & y_o = Y\lambda - s^+ \\ & \lambda \geq ۰, \quad s^- \geq ۰, \quad s^+ \geq ۰. \end{aligned} \tag{۱—۷}$$

۱—۵ مدل‌های غیرشعاعی

۱—۵.۱ مدل جمعی

ایراد مدل‌های شعاعی که تاکنون مورد بررسی قرار دادیم یعنی BCC، CCR، CCR-BCC و BCC-CCR، این است که جهت تشخیص کارای ضعیف یا قوی و یا ناکارا بودن باید دو فاز حل شود. چه در ماهیت ورودی، چه در ماهیت خروجی و چه در ماهیت ترکیبی.

درمدل‌های عرضه شده، چه در ماهیت ورودی و چه در ماهیت خروجی، انقباض ورودی‌ها و انبساط همه خروجی‌ها به یک نسبت صورت می‌گرفت، اینک مدلی بیان می‌شود که هم ماهیت ورودی دارد و هم ماهیت خروجی و شعاعی نمی‌باشد. این مدل، مدل جمعی[۱] نام دارد.

[۱] Additive