



دانشکده فنی مهندسی مکانیک
گروه مهندسی مکانیک

آنالیز مودال دم افقی هواپیما با استفاده از روش آنالیز مودال بر مبنای خروجی (OMA)

استاد راهنما :

دکتر مرتضی صادقی

استاد مشاور:

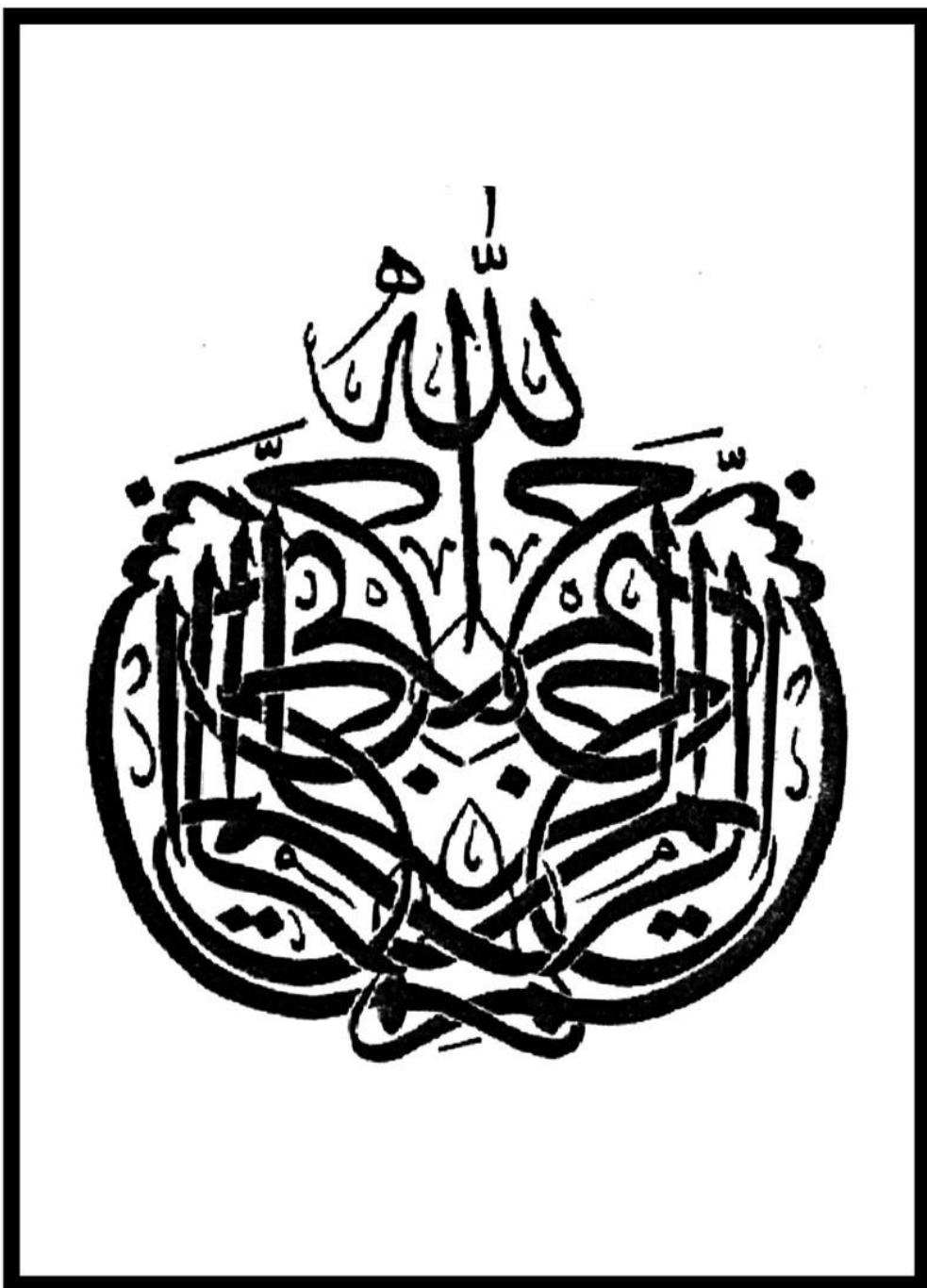
دکتر کمال جهانی

پژوهشگر:

پیمان جلالی

۹۰۹۴۲۲۱۰۷

شهریور ماه ۱۳۹۲



تقدیم به:

خدایم که آفرید

جهان را، انسان را، عقل را، علم را، معرفت را، عشق را

و مادر مهر بانم و پدر عزیزم

دو فرشته‌ای که خورشیدی شدند و از روشنایی شان جان

گرفتم و در نا امیدی‌ها نازم را کشیدند

ولبیزم کردند از شوق ...

تشکر و سپاس

به پاس لطف بیکران و رحمت لایزال پرودگار متعال در تمامی مراحل زندگی و تحصیل، خاضعانه، جبهه شکر بر آستان پر عطوفت و کبریایی اش می سایم و با زبانی قاصر ذات اقدسش را به خاطر تمامی نعمت‌های بی‌شمار و ناتمامش شکر می گزارم.

لازم می دانم که از راهنمایی‌ها، دقت نظر و مساعی استاد گرانقدرم **آقای دکتر مرتضی صادقی**، در این پایان نامه و تمامی اساتید عزیزم که در دانشکده مهندسی مکانیک زحمت تعلیم و تربیت را بر دوش داشته و در ایام تحصیل خوشه‌هایی از خرمن علم آنان چیدم، سپاسگزاری نمایم.

همچنین بر خود وظیفه می دانم که از همراهی و مشاوره **آقای دکتر جهانی** برای به ثمر رسیدن این پایان‌نامه مراتب تشکر و قدردانی را بجای آورم.

نام خانوادگی دانشجو : جلالی	نام : پیمان
عنوان پایان نامه : آنالیز مodal دم افقی هواپیما با استفاده از روش آنالیز مodal بر مبنای خروجی (OMA)	استاد راهنما : دکتر مرتضی صادقی
استاد مشاور : دکتر کمال جهانی	مقطع تحصیلی : کارشناسی ارشد گرایش : طراحی کاربردی
دانشگاه : تبریز	دانشکده : فنی مهندسی مکانیک
تاریخ فارغ التحصیلی : شهریور ۱۳۹۲	تعداد صفحه : ۹۴
کلید واژه‌ها : آنالیز مodal، روش تجزیه فرکانسی، دم افقی، چند جمله‌ای کسری گویا	چکیده :
<p>برای یافتن مشخصات دینامیکی سیستم‌های پیچیده روش‌های مختلفی وجود دارد. اولین راه حل دقیق مسئله با استفاده از روش تحلیلی است. اگرچه برای بسیاری از مسائل مهندسی با فرض های ساده شونده جواب‌های جواب‌های صریح ارائه شده ولی معمولاً برای معادلات دشوار و پیچیده حل دقیق و صریحی وجود ندارد. یکی از روش‌های حل، گسسته سازی مدل و حل عددی آن به وسیله اجزای محدود است. روش اجزای محدود یکی از روش‌هایی است که کارایی خود را در مسائل</p>	

مختلف مهندسی نشان داده است و دقت بالای نتایج به دست آمده از این روش در مقایسه با جواب های صریح و حل دقیق مسائل مختلف بیانگر قدرتمند بودن این روش در حل مسائل پیچیده مهندسی و ریاضی است. برای یافتن مشخصات دینامیکی سیستم از یکی از دو روش ارتعاش آزاد و یافتن مقادیر ویژه و دیگری بر اساس تحریک و پاسخ (آنالیز مودال) می‌به اشد. در روش تحریک و پاسخ با استفاده از ورودی سیستم دینامیکی و پاسخ آن، تابع پاسخ فرکانسی و از روی آن فرکانس های طبیعی و مود های ارتعاشی محاسبه می‌شوند. برای بعضی از سازه‌ها امکان تحریک سیستم وجود ندارد و روش نسبتاً جدید برای یافتن مشخصات ارتعاش بر اساس فقط خروجی است. هدف از انجام پروژه حاضر یافتن مشخصات دینامیکی (فرکانس های طبیعی و مود های ارتعاشی) یک سیستم بر اساس فقط خروجی می‌باشد. سیستم مورد نظر در این پروژه دم افقی هوایپیما می‌باشد. تحلیل انجام شده بر روی دم افقی طراحی شده یک هوایپیما از طریق اجزای محدود به سه روش زیر صورت می‌پذیرد:

- ۱- بر اساس مسئله مقدار ویژه
- ۲- بر اساس ورودی و خروجی
- ۳- بر اساس فقط خروجی

نتایج به دست آمده از سه روش فوق با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

فهرست اعلام

ضریب میرایی	ζ
ماتریس واحد	I
تابع پاسخ فرکانسی	$H(w)$
نیروی تحریک	$F(t)$
فرکانس چرخشی	f
فرکانس نمونه برداری	f_s
ماتریس جرم	$[M]$
ماتریس سختی	$[K]$
زمان	t
جرم	m
بردار دخالت مود	γ_k
بردار شکل مود	ϕ_k
بردار تکین	U_i
ماتریس مقادیر تکین	S_i
k امین باقیمانده چگالی توان خروجی	A_k
ماتریس طیف چگالی توان ورودی	G_{yy}

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱ مقدمه.....

بخش اول (پیشینه پژوهشی)

۶ پیشینه ی پژوهشی

بخش دوم (مواد و روش ها)

فصل اول

۱۵ آنالیز مodal تئوری

۱۵ ۱-۱-۲) آنالیز مodal چیست؟

۱۶ ۲-۱-۲) تئوری آنالیز مodal.

فصل دوم

۲۴ آنالیز مodal بر مبنای مقادیر ویژه

۲۵ ۲-۲-۱) روش اجزاء محدود

۳۶ ۲-۲-۲) حل معادلات اجزاء محدود در گرهها

فصل سوم

تحلیل آنالیز مودال بر مبنای (ورودی - خروجی)..... ۴۱

فصل چهارم

تحلیل آنالیز مودال بر مبنای - فقط خروجی..... ۴۶

بخش سوم (نتایج و بحث)

فصل پنجم

آنالیز مودال عددی دم افقی هواپیما..... ۵۲

۳-۵-۱) انتخاب نرم افزار مناسب برای تحلیل مودال..... ۵۲

۳-۵-۲) تهییه مدل المان محدود دم افقی..... ۵۵

۳-۵-۳) شبیه سازی فرآیند آنالیز مودال دم افقی..... ۵۹

فصل ششم

آنالیز مودال بر مبنای ورودی - خروجی..... ۶۷

۳-۶-۱) تحریک سیستم در تست مودال..... ۶۷

۳-۶-۲) تنظیم پارامترهای داده برداری در آزمایش عملی..... ۷۰

۳-۶-۳) بررسی اثر نویز..... ۷۳

۴-۶-۳) معرفی نرم افزار آنالیز مودال ۷۲

فصل هفتم

۱-۷-۳) محاسبه فرکانس های طبیعی ۷۸

۲-۷-۳) محاسبه شکل مود ها ۸۱

۳-۷-۳) محاسبه ضرایب میرایی ۸۷

پیشنهاد و کارهای آینده ۹۲

فهرست منابع و مراجع ۹۳

یکی از راه هایی که به وسیله آن می توان خصوصیات مکانیکی و صنعتی اجزاء ماشین را تحقیق کرد تست ارتعاشی آن است. با استفاده از نتایج آزمایشگاهی تست ارتعاشات می توان درستی مدل های تئوری مانند اجزاء محدود را بررسی کرد و حتی آن ها را تا حدود زیادی بهبود بخشدید. نتایج حاصل از اندازه گیری ارتعاشات اجزاء

ماشین نیز استفاده های متعددی دارند مانند پیش بینی رفتار ارتعاشی قطعه در شرایط کاری، محاسبه نیروهای وارد بر قطعه در هنگام کار، اصلاح کردن رفتار ارتعاشی قطعه با تغییر ابعاد؛ جنس قطعه و غیره. معمولاً دو

دارد:	روش	مختلف	در	اندازه	گیری	وجود	ارتتعاشات	دارد
-------	-----	-------	----	--------	------	------	-----------	------

الف) اندازه گیری دامنه و فرکانس ارتعاشاتی که به اجزاء ماشین در هنگام کار تحمیل می شود. (اندازه گیری پاسخ)

ب) بررسی خصوصیات ارتعاشی اجزاء ماشین به روش تحریک با نیرویی شناخته شده. (اندازه گیری نیرو و پاسخ) در اندازه گیری نوع اول ارتعاشات قطعه در هنگام کار بررسی می شود مانند اندازه گیری ارتعاشات پرۀ توربین هنگام کار کردن توربین یا اندازه گیری ارتعاشات بدنه یک ماشین هنگام حرکت در یک جاده ناهموار. تحت این شرایط، قطعه ممکن است تحت تأثیر تحریک هایی از منابع مختلف قرار گیرد و با توجه به این که در این روش به اندازه گیری نیروها نمی پردازیم، ماهیت و نتایج نیروهای وارد (که عامل اصلی ایجاد ارتعاش هستند) به دست نمی آیند؛ بنابراین اطلاعات به دست آمده اطلاعات محدودی از خصوصیات ارتعاشی قطعه را در اختیار ما قرار می دهد البته عوامل ایجاد ارتعاشات و میزان اثر هر یک تا حد زیادی قابل شناسایی است. اندازه گیری نوع دوم که کامل تر است در آن قطعه تحت تأثیر تحریک کنترل شده ای (که نوع آن ساده و شناخته شده است) قرار می گیرد. در چنین آزمایشی هم پاسخ و هم تحریک بررسی می شوند تا خصوصیات کلی قطعه بدست آید و بتوانیم از رفتار قطعه، یک مدل ریاضی بسازیم. به چنین آزمایشی عموماً « تست مodal » می گویند.

در سال های اخیر، روش جدیدی در کاربرد آنالیز مodal ظهر کرده است. این روش operational modal analysis به نظر می رسد صنعت در این خصوص بر روی output only modal analysis یا به دوران جدیدی ایستاده است که به کاربردهای جدید به منظور فعالیت های حرفه ای در حوزه صوت و ارتعاشات می پردازد.

آنالیز مodal سنتی EMA از ورودی (تحریک) و خروجی (پاسخ) به منظور تخمین پارامترهای مodal استفاده می کند. این پارامترها شامل، فرکانس های مodal، نسبت های دمپینگ، شکل مودها و فاکتورهای مشارکت پذیری مodal می باشند. در هر حال آنالیز مodal سنتی برخی محدودیت هایی دارد:

- ۱- در آنالیز مodal سنتی EMA معمولاً از تحریک مصنوعی به منظور اندازه گیری توابع پاسخ فرکانسی (FRFs) یا توابع پاسخ ضربه (IRFs) استفاده می شود. بسیار مشکل یا حتی غیرممکن می باشد که این توابع را در فضای تست یا در سازه های بزرگ محاسبه نمود.
- ۲- آنالیز مodal سنتی به محیط آزمایشگاه محدود می شود. در هر حال در بسیاری از کاربردهای صنعتی، شرایط عملی واقعی به وضوح متفاوت از شرایطی است که در آزمایشگاه وجود دارد.
- ۳- اغلب در آزمایشگاه یک ترکیب به جای سیستم کامل تست می شود، و شرایط مرزی می بایست به شکل قابل قبولی شبیه سازی شود.
- ۴- غیرخطی بودن بسیاری از سیستمها و سختی ایجاد تحریک چنین سیتمهایی.

در روزهای نخستین که محققین کار خود را در حوزه آنالیز مodal آغاز کردند، ایده OMA و اینکه چگونه می توان در مواردی که ورودی ها دقیقاً شناخته شده نیستند، اطلاعات مodal را به دست آورد، در کلیه تفکرات وجود داشت. محققان از این مسئله آگاهی یافته اند و بسیاری از مقالات قدیمی با این نمونه ها سروکار داشتند. بحث ها در خصوص ورودی ها شروع شد و این نتیجه حاصل شد که با دانستن ورودی ها دیگر نیاز به تخمین آن ها نیست. در ادامه محققان در مورد SISO و MIMO (یک ورودی یک خروجی، یک ورودی چند

خروجی و چند ورودی چند خروجی) بحث کردند. در این فرآیند OMA به جز در موارد اندکی که با سازه های بزرگ سروکار داشتند، مورد فراموشی واقع شد. از آغاز دهه ۱۹۷۰ تا اواخر دهه ۱۹۹۰ برخی پیشرفت‌ها در زمینه OMA اتفاق افتاد، اما در کاربرد با شکست مواجه شد؛ اما اینکه دلیل این شکست چه بود، شاید به این دلیل که صنعت دچار فقدان تجهیزات قابل قبول بود.

در حوالی سال ۲۰۰۰ میلادی شرکت های نرمافزاری مختلف شروع به توسعه ابزارهای مختلف برای OMA کردند و کم کم به نقطه ای رسید که اکنون OMA به یک تکنولوژی قابل قبول تبدیل شده است. اکنون کنفرانس های فراوانی وجود دارند که منحصرًا به این موضوع پرداخته اند و نرمافزارهای گوناگونی در این زمینه وجود دارد. از جمله مزیت های OMA را می‌توان چنین نام برد:

۱- ارزان است و با سرعت زیادی انجام می گیرد؛ زیرا به تجهیزات پیچیده تحریک و شرایط مرزی شبیه سازی شده نیاز ندارد.

۲- مشخصه های دینامیکی سیستم کامل به جای ترکیب در نقاط بیشتری به دست می آید.

۳- مشخصه های مدل تحت بارگذاری واقعی در تحریکات با باند تصادفی پهن خطی خواهد بود.

۴- تمامی و یا بخشی از نقاط می تواند به عنوان مرجع استفاده شود؛ بنابراین الگوریتم مورد استفاده برای OMA می‌باشد از نوع MIMO باشد. در نتیجه مودهای نزدیک هم یا حتی مودهای تکراری به راحتی تشخیص داده می شوند که برای سازه های واقعی مختلط مناسب می باشد.

۵- OMA نه تنها برای طراحی دینامیکی، کنترل سازه استفاده می شود بلکه برای health VIBRATION-BASED و damage detection monitoring و

۶- سازه های بزرگ نظیر پل و ساختمان ها می توانند توسط نیروی باد، بار ترافیکی و امواج صوتی تحریک شوند و در سیتمهای مکانیکی نظیر خودروها تحریک میتواند، بارگذاری آیرودینامیکی، تحریک تجهیزات خود سیستم، ارتعاشات ناشی از جاده و ریل باشد. OMA از این نیروها برای تحریک سازه استفاده میکند، و به کمک متوسط گیری و یا فیلترینگ سعی در حذف نویزهای محیطی می کند.

۷- OMA خصوصیات مodal سیستم را در حین کار به دست می آورد. حتی اگر سیتم را بتوان در شرایط آزمایشگاه قرارداد و EMA را بر روی آن ایجاد کرد باز هم نمی توان حتی با تحریک هوشمندانه تحریکی همراه با اغتشاش، سطح و نوع تحریکات موجود در محل کار ایجاد کرد.

۸- بیشتر سیستمها از خود خواص غیرخطی نشان می دهند، بنابراین خصوصیات Modal به دست آمده از روش EMA نمیتواند ارتباط دقیقی با آن خصوصیات در محیط کاری داشته باشد. بنابراین آنها را خصوصیات Modal کاری می نامند، که دارای اهمیت بسیاری می باشد.

پیشرفت های مهم OMA در موضوعات زیر حاصل شده است.

۱- OMA در حوزه زمان، روش های NExT-type

۲- OMA در حوزه زمان، روش های ARMA-type

۳- OMA در حوزه زمان، روش های Stochastic Realization-based

۴- OMA در حوزه زمان، روش های Stochastic Subspace-based

۵- OMA در حوزه فرکانس، روش های FDD-Type

بخش اول

پیشینه پژوهشی

پیشینه ی پژوهشی:

در حالت کلی آنالیز مodal یک سازه به منظور تعیین ماهیت دینامیکی و دست یافتن به خواص ارتعاشی سیستم نظیر فرکانس های طبیعی، مدهای ارتعاشی و ضرایب میرایی انجام می شود. اولین تست های انجام شده به سال ۱۹۴۰ برمی گردد، در این سال برای اولین بار سازه‌ی یک هواپیما مورد آزمایش مodal قرار گرفت و پاسخ ارتعاش آن به دست آمد. [۱] هرچند که در سال‌های بعد و به خصوص بین سال‌های ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۵ آنالیز مodal سازه‌های مختلف به صورت پراکنده در نقاط مختلف جهان انجام شد. [۲] لیکن به دلیل حجم زیاد محاسبات مورد نیاز، این روش چندان مورد استفاده قرار نگرفت. [۳] در سال ۱۹۶۵ کولی الگوریتمی را جهت محاسبه سریع‌تر سری‌های فوریه ارائه کرد. [۴] و سپس در سال ۱۹۶۷ هندرسون کار وی را تعمیم بخشید. [۵,۶] اما نقطه‌ی عطف عمدۀ در این روش که باعث پیشرفت سریع و همه‌گیر شدن آنالیز مodal شده در سال ۱۹۷۰ با پیشرفت ریاضیات در زمینه‌ی سری‌های فوریه روش‌های FFT و DFT به وجود آمد. [۷]

این روش‌ها که به ترتیب تبدیل سریع فوریه و تبدیل گستته فوریه نامیده می‌شوند، سرعت و دقّت انجام آنالیز های مodal را بسیار بالا برند و حجم محاسبات فراوانی را که مشکل عمدۀ روش‌های مodal بود کاسته، و محاسبه سری‌های ریاضی را به صورت کد نویسی شده و کار پسند در آورند. [۷]

از آن پس آنالیز مodal به عنوان یک روش سودمند و کارا و تقریباً به عنوان یک علم مجزا مورد توجه قرار گرفت. در سال ۱۹۷۳ اولین تخمین‌های طیف، توسط شارپ ارائه شد. [۹] و سپس در سال ۱۹۷۶ ابراهیم علاوه بر انجام یک آزمایش عملی مفصل، روشی را در خصوص تعیین خصوصیات پارامتری و دینامیکی سازه از روی پاسخ ارتعاش آن در حوزه‌ی زمان ارائه کرد. [۱۰,۱۱] گاه‌آن در مجتمع علمی تنها این مرحله از کار را آنالیز Modal می‌نامند. [۸] سپس در ۱۹۸۰ زاگول روش ابراهیم را در حوزه‌ی فرکانس تعمیم بخشید. [۱۲]

در ۱۹۸۳ گید کاربرد توابع وزنی فوریه را در آنالیز Modal ارائه کرد و در همان سال سیلووا کار وی را ادامه داد و کامل کرد. [۱۳,۱۴,۱۵] تحول و جهش بعدی در تست‌های Modal در سال ۱۹۸۴ بوسیله‌ی اوینز رخ داد. [۱۶] وی تمامی آزمایش‌ها و روش‌های قبلی آنالیز Modal در زمینه تئوری و عملی را جمع آوری نموده و اولین منبع

جامع آنالیز مودال را منتشر کرد که منبع درسی بسیاری از دانشگاه های جهان گرفت و آنالیز مودال را به عنوان یک درس رسمی وارد مجامع علمی کرد.

پس از این سال آنالیز مودال در شاخه های مختلف و متعددی ادامه یافت و پیشرفت کرد که هر کس با توجه به نیاز و مسئله مورد مطالعه خود یکی از این روش ها را انتخاب و گسترش داد.

مرواری بر تاریخچه کار آنالیز مودال بر مبنای خروجی

۱ - روش **OMA in Time Domain, NExT-type procedures**

تکنیک تحریک طبیعی (NEXT) اولین بار توسط James در سال ۱۹۹۲ نشان داده شد. در این روش تابع کورولیشن (COR) که از پاسخ تصادفی با تحریک محیطی یک سازه بدست آمده است به عنوان مجموع سینوسی مستهلک شده می تواند نوشتہ شود. [۱۷]

بنابراین در تکنیک های EMA حوزه ای زمان در سیستم های mimo به جای تابع پاسخ ضربه (IRF) می توان از COR برای محاسبه پارامترهای مودال سیستم استفاده شود این واقعاً زمینه ای خوبی را برای توسعه و استفاده تکنیک های EMA در آنالیز مودال محیطی ایجاد می کند.

روش های OMA بر اساس روش NEXT شامل دو مرحله مهم است: اول به دست آوردن تابع پاسخ زمانی (TRF) و دومی شامل شناسایی پارامترهای مودال توسط یک روش رایج در TD است. به منظور به دست آوردن TRF در OMA دو روش پیشنهاد می شود:

۱ - استفاده از COR

۲ - استفاده از تابع زمانی که از تکنیک کاهش تصادفی (RD) به دست آمده است.

تکنیک RD که یک روش میانگین در قطعه زمانی یک پاسخ زمانی تصادفی است توسط cole در سال ۱۹۷۳ نشان داده شد. [۱۸] هرچند برای اولین بار در سال ۱۹۷۷ توسط ابراهیم در آنالیز مودال استفاده شد و او ادعا می کرد که نتایج RD ارتعاش آزاد سیستم می باشد. [۱۹] بعدها واندیور در سال ۱۹۸۲ نشان داد که ادعای ابراهیم اشتباه بوده و اثبات کرد که نتایج RD به دست آمده COR می باشد. [۲۰]

با استفاده از روش RD می توانیم COR را از داده های پاسخ تصادفی سازه بدست آوریم و آن را برای شناسایی پارامترهای مودال در OMA بر اساس روش NEXT استفاده کنیم.

این دیدگاه مبنایی برای محققان مختلف به منظور توسعه و نشان دادن تکنیک هایشان در دانش OMA شد.

برینکر در سال ۱۹۹۱ از روش RD برای تخمین توابع CCOR (cross correlation) و auto correlation (ACOR) استفاده کرد و سپس سه روش مختلف برای شناسایی پارامترهای مودال را بررسی کرد برینکر همچنین سرعت و دقیقیت تکنیک RD را با تکنیک FFT مقایسه کرد. بر طبق این نتایج RD ۱۰۰ برابر سریع تر از FFT بوده است. [۲۱,۲۲] در تخمین ACOR، RD نسبت به FFT دقیق تر بوده است. هر چند روش های FFT در تخمین CCOR دقیق تر هستند. در روش تحلیل مودال بر اساس RD اگر هر دو و CCOR استفاده شوند سطح نویز بالایی در CCOR باعث خطا در پارامترهای مودال خواهند شد.

اگر فقط ACOR استفاده شود در این صورت اطلاعات فاز را از دست خواهیم داد بنابراین شکل مود را نمی توانیم شناسایی کنیم. برای حل این مشکل ابراهیم و همکارانش در سال ۱۹۹۷ بردار تحریک RD (VRD) را پیشنهاد دادند. در این تکنیک شرایط برای انتخاب نقطه ای آغاز بخش های زمانی توسط یک بردار تعریف می شود. این تکنیک باعث می شود داده های فاز نگه داشته شود. [۲۳]

در همان سال آزمون و همکاران (۱۹۷۷) کاربرد تکنیک VRD توسط شبیه سازی سیستم چهار درجه ای آزادی و همچنین آزمایش تجربی یک مدل پل را بررسی کردند. همچنین برینکر و آزمون در سال ۱۹۹۷ تخمین

با استفاده از RD و FFT را مطالعه و مقایسه کردند. او نتیجه گرفت که FRF از RD افت و سطح نویز کمتر و سرعت عمل بیشتری دارد. [۲۴] آزمون و برینکر در سال ۱۹۸۸ یک تکنیک برای محاسبه واریانس، تخمین دقیق و صحیح گام زمانی برای RD در آنالیز مودال را پیشنهاد دادند. [۲۵] به علاوه آنها مطرح کردند که چطور RD را برای OMA و محاسبه پارامترهای مودال صحیح در RD استفاده کنند. (آزمون و همکاران [۲۶,۲۷] شن و همکاران در سال ۲۰۰۲ بعد از بررسی علمی روش NEXT یک روش برای شناسایی پارامترهای مودال در حوزه‌ی فرکانس با استفاده از COR و روش‌های آنالیز مودال معمول در حوزه‌ی زمان پیشنهاد دادند. [۲۸] آنها از تابع چگالی طیفی توان متقطع (CPSD) به جای FRF حوزه‌ی فرکانس تکنیک پیشنهاد دادند. (FDPR) چندین مرجع استفاده کردند و قابلیت استفاده از CCOR در FDPR با انجام آزمایش‌های تجربی بر روی مدل یک هوایپیما نشان دادند.

با توسعه RD، کاربرد این تکنیک به روش‌های آنالیز مودال دیگر در حوزه‌ی فرکانس بسط داده شد. رودریگز و برینکر در سال ۲۰۰۱ یک روش برای محاسبه تابع چگالی طیفی از تبدیل تابع RD به جای تابع زمان ارائه کردند. [۲۹] با این روش سطح نویز به دلیل میانگین‌گیری و همچنین میزان افت به دلیل گام زمانی کافی در RD کاهش می‌یابد. آنها ایده شان را به وسیله‌ی تست در یک مدل آزمایشی بررسی کردند. بالاخره، رودریگز و برینکر در سال ۲۰۰۵ با مقالات مختلف همه‌ی روش‌ها در حوزه‌ی زمانی و فرکانس را مقایسه کردند او همچنین کاربرد RD در OMA را به طور کامل توضیح می‌دهد. [۳۰]

۲- روش OMA in Time Domain, Stochastic Subspace-based Procedures

یکی از روش‌های شناسایی مودال در حوزه‌ی زمان که در OMA توسعه یافته و مورد استفاده قرار گرفته است روش مبتنی بر زیر فضای تصادفی می‌باشد. در سال ۱۹۹۰ در زمینه سیستم‌ها و مهندسی کنترل، روش جدید subspace-base برای شناسایی فضای حالت سیستم‌ها که به طور مستقیم از داده‌های اندازه‌گیری شده

استفاده می کنند پیشنهاد شد. بر اساس این روش در سال ۱۹۹۳، روش شناسایی زیر فضای تصادفی *ssi* ارائه

شده که اندازه‌گیری پاسخ تصادفی سازه‌ها استفاده می‌شود. (وان اورچی و دی مور ۱۹۹۶) [۳۱، ۳۲]

پیتر و همکاران در سال ۱۹۹۵ بعد از توصیف روش *ssi* رابطه‌ی بین ارتعاش مدل و مدل تصادفی یک سیستم را توضیح داده و این رابطه به عنوان یک ابزار برای تجزیه و تحلیل مودال یک سازه تحت نیروهای طبیعی استفاده کردند. [۳۳] برینکر و همکاران در سال ۲۰۰۳ این روش را برای آزمایش یک صفحه که موتور الکتریکی بر روی آن ثابت شده است استفاده کردند و نتایج را با تکنیک *FDD* در حوزه‌ی فرکانس مقایسه کردند. [۳۴] به دلیل پیچیدگی ریاضی برینکر و اندرسون در سال ۲۰۰۶ تلاش کرند تا روش *ssi* به صورت ساده‌تر توضیح دهند. آن‌ها بیان کردند که بیش تر مراحل در این روش به نسبت روش‌های دیگر در حوزه‌ی زمان ساده‌تر هستند.

[۳۵]

ژیانگ و دن در سال ۲۰۰۵ یک تکنیک جدید پردازش سیگنال غیر ساکن سیگنال‌ها را پیشنهاد کردند که تجزیه مود تجربی (*EMD*) نامیده می‌شود و بر اساس این تکنیک آن‌ها یک تکنیک جدید *ssi* بر اساس *EMD* در آنالیز مودال محیطی بیان کردند. [۳۶] در این تکنیک برای اولین بار آن‌ها داده‌های اندازه‌گیری شده برای تابع پاسخ مودال را به *EMD* انتقال دادند سپس روش *ssi* را برای استخراج پارامترهای مدل اعمال کردند با تکمیل تحقیقات ژیانگ، هوان در سال ۲۰۰۶ روش‌هایی بر اساس زیر فضا را برای استخراج سری‌های زمانی مختصات مودال توضیح داد. [۳۷] او ادعا کرد که این روش محدودیت‌های روش‌های قبلی که در آن تعداد مختصات مودال با تعداد سنسورهای محدود می‌شوند را ندارد.

۳- روش **OMA in Frequency Domain, FDD-type Procedures**

یک روش *OMA* در حوزه‌ی فرکانس می‌باشد. روش‌های *OMA* در حوزه‌ی فرکانس بر اساس ارتباط ساده مابین ورودی و خروجی چگالی طیفی قدرت (*PSD*) یک فرآیند تصادفی می‌باشد. (باندت و پیرسول سال ۱۹۸۶). [۳۸] ساده‌ترین روش در حوزه‌ی فرکانس روش پیک پیکینگ می‌باشد که در آن فرکانس‌های طبیعی