دانشگاه تبریز

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

گروه مخابرات

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته
مهندسی برق، گرایش مخابرات - میدان و موج

عنوان

بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی در موجبرهای پلاسمونی غیر خطی

استادان راهنما

دکتر سعید نیک مهر و دکتر شهرام حسین زاده

پژوهشگر

کامران اکبری خرف

شهریور ۱۳۹۰

نام خانوادگی دانشجو: اکبری خرف نام: کامران

عنوان: بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی در موجبرهای پلاسمونی غیر خطی

استادان راهنما: دکتر سعید نیک مهر و دکتر شهرام حسین زاده

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: مهندسی برق گرایش: مخابرات - میدان و موج

دانشگاه: تبریز دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تاریخ فارغ‌التحصیلی: شهریور ۱۳۹۰ تعداد صفحات: ۸۰

واژگان کلیدی: موجبرهای پلاسمونی، معادله موج، غیر خطی، سالیتون، پلاسما، مگنتوپلاسمون

چکیده

در این پایان نامه موجبرهای پلاسمونی که در آن موج در مرز پلاسمون-دی الکتریک منتشر می شود، معرفی شده است و سپس امکان کار آنها در ناحیه غیر خطی مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور پلاسمون خطی و دی الکتریک غیرخطی در نظر گرفته می شود. در نهایت مساله تحلیل موجبر پلاسمونی غیرخطی غیرایزوتروپیک (موجبر مگنتو-پلاسمونی) بیان می گردد.

برای بررسی، ابتدا برای یک موجبر پلاسمونی، با استفاده از رفتار غیرخطی و معادلات ماکسول، معادلات حاکم بر چگونگی انتشار امواج در ساختار بدست آمده و در نهایت اقدام به حل تحلیلی و عددی می گردد. سپس در تحلیل موجبر پلاسمونی غیرخطی، اثرات پراش خطی در نظر گرفته می شود و مشاهده می شود که رفتار مطلوب غیرخطی، اثر نامطلوب پراش خطی را از بین برده و به جواب پایدار سالیتون می رسیم. برای بررسی مساله ابتدا با روش BPM معادله پوش میدان بدست می آید و سپس معادله بدست آمده را با دو روش عددی FD و روش تحلیل فوریه غفوری-شیراز [۱] (که از این روش در مسائل مربوط به سالیتون زمانی استفاده می شد و ما اکنون از آن برای مسائل مربوط به سالیتون فضایی استفاده می کنیم) حل کرده و سپس پاسخ بدست آمده را با نتایج مقاله [۲] مقایسه می کنیم. پس از اینکه قابلیت دو روش فوق بررسی شد از این دو روش برای حل مسائل دیگر استفاده می کنیم. در نهایت به بررسی مسئله جدید موجبر پلاسمونی خطی و غیر خطی غیرایزوتروپیک (موجبر مگنتو-پلاسمونی) می پردازیم. برای این کار ابتدا مساله خطی را در نظر گرفته و توابع ویژه آن را بدست می آوریم و سپس با استفاده از روش BPM معادلات کوپلاژ شده برای پوش های TM و TE میدان را بدست آورده و همانند قبل با

دو روش ذکر شده حل می کنیم.
بعد از بررسی مساله خطی، امکان ایجاد امواج TE و دپلاریزاسیون TM به TE وبالعکس را بررسی می کنیم. مشاهده می شود که تحریک TM مود TE بوجود می آورد. همچنین ورودی در طی حرکت در طول موجبر دچار پراش می شود و مود TE نیز بتدریج بوجود می آید و سپس رفتار نوسانی پیدا می کند. افزودن عبارت غیرخطی باعث پایدار شدن پوش TM می شود. پوش TE نیز همانند قبل بتدریج بوجود می آید اما شکل متفاوتی دارد.

تقدیم به همه آنهایی که

می خواهند بیشتر بدانند

خدایا...

اندیشه‌ام را چنان محکم ساز که به حقیقت و عقلانیت متعهد باشم، و تنها بر پایه فهم و تشخیص خودم از زندگی، زندگی کنم، تا بتوانم از آنچه جامعه و دیگران از من می خواهند فراتر بروم.
خدایا، به من بینشی عطا کن که هیچ وقت خود را با دیگران مقایسه نکنم، بر آنهایي که از من برتر هستند حسد نورزم، و بر آنها که پایین ترند فخر نفروشم، و بر آنچه دارم قناعت کنم و همواره در این اندیشه باشم که از آنچه در حال حاضر هستم، فراتر بروم.
خدایا، به من فهمی عطا کن تا تفاوتهای خود با دیگران را دریابم، و بفهمم که با شخصیت منحصربه فردی که دارم قاعدتاً زندگی منحصربه فردی نیز برای خود خواهم داشت، که از جهاتی مي تواند متفاوت از زندگی دیگران باشد، مهم آن است که به تفاوتهای خودم و تفاوتهای دیگران احترام بگذارم و زندگی ام را منطبق با آن چه هستم، شکل ببخشم.
خدایا، توانایی ِ عشق به دیگري را در وجودم بارور ساز، تا انسان ها را خالصانه دوست بدارم، و بهترین لحظات لذت زندگي ام، لحظاتی باشد که بدون هیچ نوع چشم داشتی، خدمتی به همنوع ام می کنم.
خدایا، مرا از هر نوع نفرت و کینه ای که حوادث تلخ روزگار بر وجودم نهاده است، رها کن، تا با رهایي از نفرت و کینه، بتوانم دیگران را آن طور که هستند، بپذیرم و دوست بدارم.
خدایا، فهم مرا از زندگی آن چنان ژرف ساز تا قوانین آن را دریابم، و بفهمم که در زندگی چیزهایی هست که قابل تغییر نیست، قوانینی هست که از آنها تخطی نمي توان کرد، تا ساده لوحانه نپندارم که هر آنچه می خواهم را مي توانم داشته باشم، و هر آنچه آرزو مي کنم خواهم داشت.
خدایا مگذار که در بند گذشته باقی بمانم، و چنان تعهد و دغدغه ی کشف حقیقت را در درونم شعله ور ساز که هیچگاه بخاطر آنچه در گذشته حقیقت می دانسته ام و آبرو ، حیثیت و شخصیت اجتماعی ام بدان وابسته است، از حقیقت هایی که هم اکنون بدان ها دسترسی می یابم، و ممکن است همه آنچه در گذشته حقیقت می دانسته ام به چالش بکشد و بی اعتبار سازد، محروم نمانم.

امواج زندگی را بپذیر حتی اگر گاهی تو را به عمق دریا ببرد،

آن ماهی آسوده که بر سطح آبها می بینی مرده است!

سپاس‌گزاری...

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را زیور عقل آراست.

در آغاز وظیفه خود می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استادان راهنمای خود، جناب آقای دکتر سعید نیک مهر و جناب آقای دکتر شهرام حسین زاده، صمیمانه تشکر و قدردانی کنم که قطعاً بدون راهنمایی‌های ارزنده ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید.

همچنین لازم می‌دانم از جناب آقای یونس رعدی، همکلاسی عزیز بنده، بخاطر کمک و راهنمایی های دلسوزانه در مورد استفاده از LATEX و جناب آقای محسن شیخی، دوست عزیزم تشکر کنم و برای ایشان موفقیت های روز افزون از خداوند متعال خواستارم.

در پایان، بوسه می‌زنم بر دستان خداوندگاران مهر و مهربانی، پدر و مادر عزیزم و بعد از خدا، ستایش می‌کنم وجود مقدس‌شان را و تشکر می‌کنم از برادر و خواهر عزیزم به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان، که در این سردترین روزگاران، بهترین پشتیبان من بودند.

کامران اکبری خرف

شهریور ۱۳۹۰

فهرست مطالب

لیست تصاویر

فصل ۱
معرفی و تعاریف مقدماتی

۱.۱ مقدمه

با پیشرفت فن آوری کوچک کردن مدارها، مدارهای الکترونیکی دیگر پاسخگوی نیاز بشر نیست و بشر به دنبال جایگزینی برای آن می‌باشد. یکی از این جایگزین ها مدارهای مجتمع نوری است. در این مدارهای مجتمع نوری جای سیمهای فلزی را موجبر های نانو متری و یا آرایه‌های اتمی از اتم های فلزی خواهد گرفت. ساخت این موجبر های نانو متری با ظهور بلورهای فوتونیکی امکان پذیر شده است. آرایه‌های اتمی از اتم های فلزی نیز با فن آوری پلاسمونیک امکان پذیر می‌گردد.
پلاسمون ها امواج سطحی هستند که در مرز بین فلز و دی الکتریک تحریک می شوند. این امواج با کوپلاژ امواج الکترومغناطیسی به الکترونها در سطح های هادی به وجود می آیند. ابعاد کم موجبر های پلاسمونی دلیل توجه محققان به این نوع از موجبرها می باشند. شبیه سازی ها و آزمایشهای عملی نشان داده است که دستیابی به موجبر در ابعاد خیلی کوچکتر از طول موج امکان پذیر است. با این وجود تلفات موجبرهای پلاسمونی خیلی زیاد است و این امر مانع ایجاد سیستم های تمام پلاسمونی می شود. ابعاد کم موجبر ها، احتمال کار موجبر در ناحیه غیر خطی را افزایش می دهد. با توجه به آن که با استفاده از سالیتن ها امکان دستیابی به سیستم های کم تلف امکان پذیر است، برای فرکانس کاری بزرگتر از فرکانس تصادم الکترون ها می توان از تلفات پلاسمون ها صرف نظر کرد. همچنین امکان توازن بین اثرات غیر خطی و اثرات پراش مورد بررسی قرار می گیرد.

۲.۱ تعاریف

بطور کلی نوع امواج الکترومغناطیسی توسط محیطی که موج در آن انتشار می یابد مشخص می شود. امواج خطی امواجی هستند که در محیط های با ساختار خطی انتشار می یابند و از نظر ریاضی معادله موج حاکم بر

این ساختارها معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی خطي [۱] است. امواج غیر خطی نیز امواجی هستند که در محیط های با ساختار غیر خطی انتشار می یابند و از نظر ریاضی معادله موج حاکم بر این ساختارها معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی غیر خطی [۲] است. بنابراین در برخورد با مسائل الکترومغناطیسی واجب است که در ابتدا بتوانیم محیط را بطور کامل شناسایی کنیم. این شناسایی به ما کمک می کند تا بتوانیم مسئله الکترومغناطیسی را درک کرده و رهیافت صححیح بررسی آن را انتخاب کنیم که در این بخش به تعاریف مربوطه می پردازیم.

۱.۲.۱ معادله موج

برای بررسی و تحلیل امواج در داخل یک ساختار باید بتوانیم معادله موج را در آن محیط بنویسیم و در نهایت حل کنیم. معادله موج در حالت کلی از روابط ماکسول بدست می آید. برای اینکه بتوانیم به یک معادله موج مناسب برای تعیین موج انتشاری در محیط دست پیدا کنیم باید به روابط ساختاری محیط دسترسی داشته باشیم. با شناسایی محیط از دیدگاه الکترومغناطیسی و تعیین روابط ساختاری، نوع معادله موج مشخص شده و سپس برای حل باید شرایط کرانه ای مناسب را نیز اتخاذ کنیم. معادله موج در حالت کلی در حوزه زمان و فرکانس بترتیب به صورت زیر می باشد:

$$
\begin{gathered}
\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial^2 \bar{D}}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 (\varepsilon \bar{E})}{\partial t^2} \\
\nabla \times \nabla \times \bar{E} = \omega^2 \mu \varepsilon \bar{E}
\end{gathered}
\tag{۱.۱}
$$

بنابراین بطور کلی برای تحلیل ریاضیاتی ساختار به سه چیز نیاز داریم: معادلات ماکسول، روابط ساختاری، شرایط کرانه ای.

۲.۲.۱ ساختار های الکترومغناطیسی

ساختار الکترومغناطیسی یک ماده بطور کلی نوع ماده را از دیدگاه امواج الکترومغناطیسی تعیین می کند که با توجه به روابط ساختاری می توانیم به این مهم برسیم. برای ارائه مباحث این بخش از مرجع [۳] استفاده می کنیم.

روابط ساختاری:

روابط ساختاری از توصیف خواص ماکروسکوپی یک ماده در مجاورت بلافاصله از یک نقطه مشخص میدان بدست می آید. بطور کلی فرض می کنیم که در هر نقطه از یک محیط بتوان بردار $\bar{D}$ و $\bar{H}$ را بصورت توابعی

[۱] LPDE
[۲] NLPDE

از $\bar{E}$ و $\bar{B}$ نشان داد:

$$\begin{array}{l}\bar{D} = F_1(\bar{E}, \bar{B}) \\ \bar{H} = F_2(\bar{E}, \bar{B})\end{array} \qquad (۲.۱)$$

وابستگی تابعی این میدانها از خواص ماکروسکوپی فیزیکی ماده بدست می آید.

خواص مواد در یک میدان الکترومغناطیسی بوسیله چگالی دوقطبی های الکتریکی $\bar{P}$ و مغناطیسی $\bar{M}$ تعیین می شود. این پلاریزاسیون ها ممکن است از تراکنش میدان خارجی از یک منبع دیگر نشئت گیرد و یا ممکن است ذاتاً دائم و مستقل از میدانهای خارجی باشد. پلاریزاسیون های دائمی با $\bar{P}_0$ و $\bar{M}_0$ مشخص می شوند. در حالت کلی مواد شامل ۵ دسته متداول زیر می باشند:

۱. محیط ساده (خطی و ایزوتروپیک):

به محیطی محیط ساده گویند که اولاً خطی باشد بعبارت دیگر $\bar{D}$ تابعی خطی از $\bar{E}$ و $\bar{H}$ تابعی خطی از $\bar{B}$ باشد و ثانیاً ایزوتروپیک باشد یعنی $\bar{D}$ موازی $\bar{E}$ و $\bar{H}$ موازی $\bar{B}$ باشد. بنابراین در محیط ساده داریم:

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}, \bar{H} = \frac{1}{\mu}\bar{B} \qquad (۳.۱)$$

پارامترهای μ و ε که خواص ماکروسکوپی الکترومغناطیسی محیط را نشان می دهد بترتیب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی محیط هستند. برای محیط ایزوتروپیک غیرهمگن μ و ε توابعی از موقعیت مکانی خواهند بود. برای فضای آزاد:

$$\begin{array}{c}\varepsilon = \varepsilon_0, \mu = \mu_0 \\ \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}(Fm^{-1}), \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}(Hm^{-1})\end{array} \qquad (۴.۱)$$

رابطه بین بردارهای میدان و بردارهای پلاریزاسیون نیز بصورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{array}{l}\bar{P} + \bar{P}_0 = D - \varepsilon_0\bar{E} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\bar{E} = \chi_e \varepsilon_0 \bar{E}, \\ \bar{M} + \bar{M}_0 = \frac{1}{\mu_0}\bar{B} - \bar{H} = (\frac{\mu}{\mu_0} - 1)\bar{H} = \chi_m \bar{H},\end{array} \qquad (۵.۱)$$

که در آن χ_e و χ_m بترتیب ضریب خودگیری [۳] الکتریکی و مغناطیسی می باشند. بردارهای پلاریزاسیون الکتریکی و مغناطیسی در فضای آزاد صفر هستند. زمانی که روابط فوق برای پدیده های متناوب زمانی تعریف شوند آنگاه ε و μ بطور کلی توابعی از فرکانس خواهند بود. وابستگی فرکانسی پارامترهای ساختاری به خواص پاشندگی [۴] محیط موسوم هستند. بنابراین این روابط، فقط وقتی برای حالت متغیر زمانی غیر از متناوب، عملی خواهند بود که طیف فرکانسی پارامترهای ساختاری ε و μ بطور محسوسی مستقل از فرکانس باشند (بعبارت دیگر تقریباً تک فرکانس باشد).

۲. محیط غیر ایزوتروپیک:

---

[۳] susceptibility

[۴] dispersive property

در یک محیط غیرایزوتروپیک، خواص الکترومغناطیسی توابعی از جهت میدان ها حول یک نقطه هستند. بنابراین، بطور کلی:

$$\begin{aligned} D &= \underline{\underline{\varepsilon}}\, \underline{E} \\ \underline{\underline{\varepsilon}} &= \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \\ \underline{B} &= \underline{\underline{\mu}}\, \underline{H} \\ \underline{\underline{\mu}} &= \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۶.۱}$$

در اینجا، ε_{ij} و μ_{ij} عناصر ماتریس گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی می باشند که توصیف کننده خواص محیط غیر ایزوتروپیک هستند. برای محیط غیر همگن و غیر ایزوتروپیک ε_{ij} و μ_{ij} توابعی از موقعیت مکانی هستند. برای محیط های غیرایزوتروپیک و پاشنده نیز، ε_{ij} و μ_{ij} توابعی از فرکانس خواهند بود. خواص الکترومغناطیسی چند ماده غیرایزوتروپیک معروف بصورت زیر بیان می گردد:

(آ) محیط فریتی مغناطیسی شده [۵]:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}} &= \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{bmatrix} = a \;\; scalar \\ \underline{\underline{\mu}} &= \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & 0 \\ \mu_{21} & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۷.۱}$$

با یک میدان مغناطیسی ساکن موثر B_0 در راستای محور z.

(ب) محیط بلورین [۶]:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}} &= \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{\mu}} &= \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} = a \;\; scalar \end{aligned} \tag{۸.۱}$$

[۵] Magnetized Ferrite Medium
[۶] Crystalline Medium

(پ) محیط تک محور [۷]:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$
$$\underline{\underline{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} = a \ \ scalar \qquad (۹.۱)$$

(ت) محیط پلاسمای سرد با میدان مغناطیسی ساکن موثر B_0 [۸]:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$
$$\underline{\underline{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} = a \ \ scalar \qquad (۱۰.۱)$$

که در آن ε_{ij} توابعی از فرکانس هستند بصورت زیر:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \varepsilon_0[1 - \frac{\omega_p^2(\omega - j\nu)}{\omega[(\omega - j\nu)^2 - \omega_c^2]}], \\ \varepsilon_{22} &= \varepsilon_{11}, \\ \varepsilon_{12} &= j\varepsilon_0[\frac{\omega_p^2\omega_c^2}{\omega(\omega - j\nu + \omega_c)(\omega - j\nu - \omega_c)}], \\ \varepsilon_{21} &= -\varepsilon_{12}, \\ \varepsilon_{33} &= \varepsilon_0[1 - \frac{\omega_p^2(\omega - j\nu)}{\omega[(\omega - j\nu)^2 - \omega_c^2]}] \end{aligned} \qquad (۱۱.۱)$$

در اینجا، $\omega_p = (n_e e^2/m_e\varepsilon_0)^{1/2}$ فرکانس پلاسمای الکترون و n_e چگالی تعداد الکترون و e بار الکتریکی الکترون و m_e جرم الکترون و $\omega_c = eB_0/m_e$ فرکانس سیکلوترون و B_0 شدت میدان مغناطیسی موثر در راستای محور z است. ترم ν نیز فرکانس تصادم الکترون های با ذرات سنگین تر می باشد.

۳. مواد هادی:

بنا بر قانون اهم:

$$J = \sigma E, \qquad (۱۲.۱)$$

[۷]Uniaxial Medium

[۸]Cold Plasma with Impressed Static Magnetic Field B_0

جایی که σ یک ضریب عددی برای هر ماده هادی می باشد که ضریب هدایت با واحد مهو بر متر نامیده می شود. این رابطه باعث افزایش یک ترم اضافی به معادلات ماکسول بدون منبع می باشد. در مواد هادی $\sigma \neq 0$ و هیچ توزیع بار آزاد ماندگاری وجود ندارد، بخاطر اینکه همه بارهای آزاد به خارج محیط هادی نفوذ می کنند و روی سطح آن مستقر می شوند. مدل صحیح تر برای فلز، مدل معادل دی الکتریک برای نمایش یک محیط فلزی است در زیر آمده است. بر اساس تئوری درود [۹] ضزیب هدایت وابسته به فرکانس از رابطه زیر بدست می آید:

$$\sigma = \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0}{j\omega + \nu} \tag{۱۳.۱}$$

جایی که در آن ω_p فرکانس پلاسما برای الکترون های درون فلز و ν فرکانس تصادم الکترون های آزاد با عناصر سنگین تر می باشد. از معادلات ماکسول گذردهی الکتریکی معادل دی الکتریک برای یک فلز، بصورت زیر بیان می شود:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_0 (1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}) \tag{۱۴.۱}$$

از (۱۳.۱) و (۱۴.۱) و جدا کردن قسمت های حقیقی و موهومی خواهیم داشت:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_0 (1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} - j\frac{\nu}{\omega}\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}) \tag{۱۵.۱}$$

در مواد هادی خوب، ω_p از مرتبه $5 \times 10^{15} rads^{-1}$ و ν از مرتبه $5 \times 10^{13} rads^{-1}$ می باشد. در فرکانس های زیر ترا هرتز مشاهده می شود که ضریب هدایت اساساً یک کمیت حقیقی بزرگ است و جریان جابجایی قابل چشم پوشی می باشد و مولفه مماسی روی هادی صفر می شود. به هر حال، با افزایش فرکانس باید بیان دقیقتری برای رفتار فلزی استفاده شود. هنگامی که فرکانس به فرکانس پلاسما می رسد، قسمت حقیقی ثابت دی الکتریک یک مقدار کوچک منفی می شود و حالت هدایت موج کند [۱۰] روی هادی کوچک محدود قابل دسترسی است. وقتی فرکانس بزرگتر از فرکانس پلاسما باشد، فلز همانند دی الکتریک تلفاتی عمل می کند.

۴. مواد دی الکتریک با تلفات:

بطور کلی یک موج منتشره در یک دی الکتریک تلفات را متحمل می شود و ثابت دی الکتریک ماده، دیگر یک مقدار حقیقی نخواهد بود. این تلفات می تواند ناشی از دلایل بسیاری از جمله هدایت، تشدید های مولکولی و ... باشد. بخاطر این تلفات، دی الکتریک باید بوسیله یک مقدار مختلط نمایش داده شود. ثابت گذردهی مختلط دی الکتریک می تواند بصورت زیر بیان می شود:

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \tag{۱۶.۱}$$

[۹] Drude theory
[۱۰] slow wave guiding

که در آن ε' و ε'' قسمت های حقیقی و موهومی ثابت دی الکتریک هستند. در یک دی الکتریک نرخ $\varepsilon''/\varepsilon'(=\sigma/\omega\varepsilon')$ یک مقیاس مستقیم برای نرخ جریان هدایت به جریان جابجایی است. بعنوان مثال، جایی که فقط تلفات هدایت کوچک وجود دارد، ثابت دی الکتریک بصورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon = \varepsilon'(1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon'}) = \varepsilon'(1 - j\tan\delta) \qquad (۱۷.۱)$$

که در آن $\tan\delta = \sigma/\omega\varepsilon'$ و فاکتور $\tan\delta$ تانژانت تلفات نامیده می شود و معمولاً برای مشخص کردن تلفات در طول موج های مایکروویو و میلیمتری، حتی زمانی که این تلفات بخاطر غیر از هدایت باشد، استفاده می شود. بطور کلی، ε' و ε'' توابعی از فرکانس هستند، اگر چه در خیلی از کاربردها این دو ممکن است در یک باند فرکانسی کاری محدود ثابت در نظر گرفته شود. همچنین خواص پراکندگی دی الکتریک ممکن است به دما وابسته باشد.

۵. محیط غیر خطی:

روابط ساختاری برای محیط غیر خطی دارای فرم زیر می باشد:

$$\bar{D} = \varepsilon(E)\bar{E}, \qquad \bar{B} = \mu(H)\bar{H} \qquad (۱۸.۱)$$

که در آن $\varepsilon(E)$ و $\mu(H)$ توابعی از شدت میدان می باشند. جاگذاری این روابط ساختاری در معادلات ماکسول معادلاتی می دهد که غیر خطی هستند.

بسیار مهم است که محدودیت های اینکه محیط را با پارامترهای ماکروسکوپی $(\varepsilon, \mu, \sigma)$ که در بالا معرفی شدند را بدانیم. از دیدگاه ماکروسکوپی مواد از تعداد زیادی از اتم ها و یا مولکول ها تشکیل شده اند که خواص الکترومغناطیسی فقط می تواند بطور دقیق توسط اصول الکترودینامیک کوانتومی بیان شود. از دیدگاه ماکروسکوپی فرض می شود جمیع خواص الکترومغناطیسی محیط می تواند بوسیله یک ثابت گذردهی الکتریکی ε و یک ثابت نفوذپذیری مغناطیسی μ و یک ضریب هدایت σ مشخص شوند. این بدین معنی است که طول موج، موج الکترومغناطیسی پدیده مورد بحث باید بسیار بزرگتر از اندازه فردی اتم ها یا مولکول ها باشد. تعیین ویژگی الکترومغناطیسی یک محیط داده شده بوسیله ثابت گذردهی الکتریکی و ثابت نفوذپذیری مغناطیسی و ضریب هدایت اساس الکترودینامیک ماکروسکوپی است. رفتار ماکروسکوپی میدان الکترومغناطیسی در یک محیط داده شده بوسیله معادلات ماکسول، معادله پیوستگی و روابط ساختاری و اگر هادی باشد بوسیله قانون اهم تعیین می شود. معادلات ماکسول می تواند به دو معادله مستقل با دو متغیر مستقل E و H کاهش داده می شود. این توصیف ماکروسکوپی از محیط نیز برای هر محیط نانوساختاری معتبر است تا جایی که طول موج امواج الکترومغناطیسی پدیده مورد بررسی بسیار بزرگتر از اندازه فیزیکی مولکول ها اما کوچک تر از نانو ساختار باشد. اگر محیط بطور ماکروسکوپی غیریکنواخت باشد، محیط بعنوان محیط غیر همگن فرض می شود و ثابت گذردهی الکتریکی و ثابت نفوذپذیری مغناطیسی و ضریب

هدایت ممکن است بصورت فضایی تغییر کند، یعنی $\varepsilon = \varepsilon(r)$ و $\mu = \mu(r)$ و $\sigma = \sigma(r)$، که r بردار موقعیت مکانی است.

۳.۲.۱ شرایط کرانه ای

بعد از اینکه توسط معادلات ماکسول و روابط ساختاری، معادله موج حاکم بر محیط تعیین شد اکنون برای اینکه بتوانیم معادله را حل کرده و به جواب یکتا برسیم باید شرایط کرانه ای مناسب برای معادله (ویا حاکم بر امواج در محیط) و شرط اولیه را داشته باشیم. شرط اولیه که از داده های مسئله است. و اما شرایط کرانه ای، در مسائل الکترومغناطیسی بطورکلی سه نوع شرط کرانه ای را در نظر می گیریم که شامل شرایط مرزی بین دو محیط، شرط تشعشعی و شرط لبه ای می باشد. مباحث مربوط به بحث شرایط کرانه ای از مرجع [۳] استخراج شده است.

(۱) شرط مرزی بین دو محیط: میدان های الکترومغناطیسی در مرز بین دو محیط مجزای داده شده باید یک مجموعه از شرط های مرزی را ارضا کند. این شرایط عبارتند از:

$$\begin{array}{l} \hat{n} \times (\bar{E}_1 - \bar{E}_2) = 0, \\ \hat{n} \times (\bar{H}_1 - \bar{H}_2) = \bar{J}_s, \\ (\bar{B}_1 - \bar{B}_2).\hat{n} = 0, \\ (\bar{D}_1 - \bar{D}_2).\hat{n} = \rho_s. \end{array} \tag{۱.۱۹}$$

که در آن $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر سطح و بسمت محیط دوم می باشد. البته شرایط مرزی فوق بین دو محیط دارای حالات خاص مختلفی می باشد اما از آنجایی که در همه کتابهای الکترومغناطیسی این مباحث پایه ای موجود می باشد، در اینجا به همین بیان بسنده می کنیم.

(۲): شرط تشعشعی: امواج منتشره از یک منبع محدود در فضا و یا امواج پراکنده شده از یک مانع باید شرایط در بینهایت را که همان متناهی ماندن انرژی است را ارضا کنند، که ارضای آن نیازمند برقراری شروط زیر می انجامد:

(آ) برای یک منبع محدود سه بعدی باید شدت میدانها طوری صفر شود که $\lim(r^2E)$ و $\lim(r^2H)$ وقتی که $r \to \infty$ محدود بمانند. که در آن r بردار فاصله سه بعدی می باشد.

(ب) برای یک منبع محدود دو بعدی شدت میدان ها در بینهایت باید طوری صفر شود که $\lim(rE)$ و $\lim(rH)$ وقتی که $r \to \infty$ محدود بماند. که در آن r بردار فاصله دو بعدی می باشد.

(پ) میدانهای الکتریکی و مغناطیسی باید در فاصله های دور از منبع رفتار امواج برونسوی واگرا را داشته باشند.

برای یک منبع سه بعدی در محیط همگن برای میدانهای متناوب زمانی، شرط تشعشعی در بینهایت فرم زیر

را پیدا می کند:

$$\lim_{r\to\infty} r[\bar{H} - (\frac{\varepsilon_0}{\mu_0})^{\frac{1}{2}}(\hat{r}\times\bar{E})] \to 0, \quad \lim_{r\to\infty} r\bar{E} < \infty \qquad (۲۰.۱)$$

که در آن r بردار فاصله سه بعدی و $\hat{r}$ بردار یکه از منبع به سمت جهت شعاعی می باشد.
(۳) شرط لبه ای: در لبه های تیز ممکن است میدان ها بی نهایت شوند ویا بطور کلی نقاط تکین پیدا کنند. اما مرتبه این تکینی ها با شرط لبه ای Bouwkamp—Meixner محدود می شود. چگالی انرژی باید حول هر فضای محدود حتی اگر این فضا شامل تکینی های میدان باشد، انتگرال پذیر باشد. برای مثال اگر این شرط به لبه تیز هادی کامل اعمال شود باید تکینی های بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی از مرتبه $\xi^{-1/2}$ باشد که در آن ξ فاصله از لبه می باشد، البته که مولفه های موازی همیشه محدود هستند.

۴.۲.۱ جواب موج منفرد

اگر یک معادله موج ویا به عبارت دیگر یک PDE به فرم زیر داشته باشیم:

$$PDE : \begin{cases} \Delta(x,t,u) = 0 \\ x,t,u \in \Re \end{cases} \qquad (۲۱.۱)$$

آنگاه پاسخ موج رونده بفرم:

$$u(x,t) = w(x-ct) = w(z) \qquad (۲۲.۱)$$

یک موج منفرد [۱۱] است، اگر گذار آن، از یک حالت مجانبی ثابت در $z \to -\infty$ تا یک حالت مجانبی ثابت دیگر در $z \to +\infty$ باشد که معمولاً این حالت مجانبی صفر می باشد [۴].
اکنون می خواهیم به یک نوع خاص از جواب موج رونده که یک نوع موج منفرد نیز می باشد و دارای خواص بسیار مفید می باشد به نام سالیتون بپردازیم.

۵.۲.۱ سالیتون

تاریخچه سالیتون:
در سال ۱۸۳۴ هنگامی که مهندس اسکاتلندی، اسکات راسل [۱۲] سوار بر اسب از کنار کانال آبی در نزدیکی ادینبورگ اسکاتلند عبور می کرد، موج آبی را مشاهده کرد که از ورود سریع یک قایق در کانال آب بوجود آمد. این موج پس از بوجود آمدن تا انتهای مسیر، حرکت خود را پایدار و بدون تغییر سرعت ادامه داد. پس از مشاهده این پدیده که بعدها سالیتون نام گرفت، آقای راسل به تلاش برای توصیف این پدیده پرداخت.

[۱۱] solitary wave
[۱۲] J.Scott Russel

در ابتدا او مشاهدات خود را اینگونه بیان کرد (چون این بیانات جنبه تاریخی دارد اصل آن آورده شده است) :[۴]

"I was observing the motion of a boat which was rapidly drawn along a narrow channel by a pair of horses, when the boat suddenly stopped - not so the mass of water in the channel which it had put in motion, it accumulates round the prow of the vessel in astate of violent agitation, then suddenly leaving it behind, rolled forward with great velocity, assuming the form of a large solitary elevation, a rounded, smooth and well defined heap of water, which continued its course along the channel apparently without change of form or diminution of speed. I followed it on horseback, and overtook it still rolling on at a rate of some eight or nine miles an hour, preserving its original figure some thirty feet long and a foot to a foot and a half in height. Its height gradually diminished, and after a chase of one or two miles I lost it in the windings of the channel. Such, in the month of August 1834, was my first chance interview with that rare andbeautiful phenomenon which I have called the Wave of Translation ... .

بعدها راسل آزمایشات گسترده ای در آزمایشگاه انجام داد که نتایج زیر بدست آمد [۴]:

(۱) او امواج منفردی را مشاهده کرد که امواج آبی طولانی، کم عمق و با شکل ماندگار هستند، همچنین او نشان داد که آنها وجود دارند که این مهمترین نتیجه اش بود.

(۲) سرعت انتشار یک موج تنها (c) در یک کانال یکنواخت با عمق h بوسیله رابطه زیر بیان می شود: (η دامنه موج و g شتاب جاذبه می باشد)

$$c^2 = g(h + \eta) \tag{۲۳.۱}$$

بعد از راسل، تحقیقات برای بیان این پدیده توسط محققان زیادی از جمله جورج ایری [۱۳]، استوکس [۱۴]، بوسینسک و رایلی [۱۵] ادامه یافت که در نهایت یک PDE غیرخطی ارائه شد [۵].

معرفی معادله KdV :

بعد از انجام این تحقیقات که نهایت آن ارائه یک PDE غیر خطی یک بعدی توسط بوسینسک برای بیان

[۱۳] George Airy [1845]

[۱۴] G. G. Stokes [1847]

[۱۵] Boussinesq[1871-1872] and Rayleigh [1876]