فصل اول

۱- مرور ادبیات

۱-۱- مقدمه

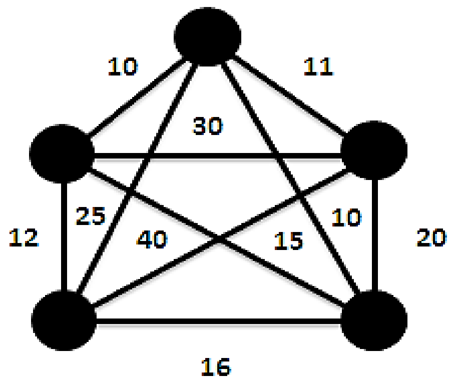
در این فصل، ابتدا توضیح مختصری در مورد مسئله فروشنده دوره گرد(TSP)[1][7] و کاربردهای آن بیان می‌شود. سپس تاریخچه مسائل مرتبط و سیر تکاملی این مسائل بیان گردیده و در نهایت با بیان مفاهیم یکسان و شباهت‌های مسائل مطرح شده، دلیل طرح مسئله مورد بحث در این پایان نامه مشخص می-شود. همچنین کاربردهای مسئله مورد نظر ما شرح داده می‌شود.

[1] Traveling Salesman Problem

۱-۲- مسئله فروشنده دوره گرد

مسئله فروشنده دوره گرد از معروف‌ترین مسائل بهینه سازی ترکیباتی است[5]. در این مسئله گراف $G=(N,E)$ طوری تعریف می‌شود که، N در این گراف بیان کننده مجموعه گره‌ها و E نشان دهنده مجموعه یال‌ها می‌باشد. هدف در این مسئله یافتن مسیری هامیلتونی با کوتاه‌ترین طول، روی گره‌های مجموعه N می‌باشد. به طوری که حرکت فروشنده از یک شهر شروع شده و از هر شهر دقیقاً یکبار عبور کرده و به شهر مبدأ باز گردد. شکل ۱-۱، نمونه‌ای از مسئله فروشنده دوره گرد با ۵ شهر را نشان می‌-دهد. این مسئله توسط دانتزیک و همکاران[5] در سال ۱۹۵۴ مطرح شد. در سال‌های بعد، پژوهش‌های مختلفی در زمینه مسئله TSP انجام گرفت، که برخی از این پژوهش‌ها بدین صورت بیان می‌شوند.

(در این پژوهش واژه‌های "گره" و "شهر" و واژه‌های "یال" و "مسیر" هم ارز می‌باشند).



شکل ۱-۱: مسئله فروشنده دوره گرد با مسیرهای متفاوت

فیلت و همکاران[1][8] در سال ۲۰۰۵ مسئله فروشنده دوره گرد با سود را مطرح کردند. منظور از سود در این مسئله درآمد حاصل از بازدید هر گره می‌باشد. هدف در این مسئله، جمع آوری هم‌زمان بیشترین سود همراه با کم‌ترین هزینه توسط فروشنده می‌باشد.

---

[1] Feillet et al.

کوتکس و همکاران[1][2] در سال ۲۰۱۰ حالتی از مسئله فروشنده دوره گرد را بدین شکل بیان کردند، که در این مسئله، برای هر یال رنگ متفاوتی منظور گردید. هدف پژوهش، یافتن مسیری با حداکثر یا حداقل تعداد رنگ بیان شد.

جنتیلینی و همکاران[2][10] مسئله فروشنده دوره گرد با همسایگی را در سال ۲۰۱۳ مطرح کردند. در این تحقیق، برای هر گره *i*، یک همسایگی تعریف شده به گونه‌ای که گره *i* مربوط به آن مجاز به جابه‌جایی در آن است. هدف در این مسئله، یافتن مکان بهینه قرارگیری هر گره در همسایگی می‌باشد. از کاربرد-های این مسئله، زمینه‌های روباتیک و هواپیماهای بدون سرنشین را می‌توان نام برد.

با توجه به موارد بیان شده، مسئله فروشنده دوره گرد از جمله مسائل پرکاربرد در زمینه‌های تحقیقاتی می‌باشد که *Np-hard* بودن آن به اثبات رسیده است. لذا به بسط این مسئله در بخش‌های بعد می‌پردازیم.

۱-۳- مسئله فروشنده دوره گرد در حالت تعمیم یافته ***GTSP***[3]

این مسئله، تعمیم مسئله *TSP* می‌باشد به گونه‌ای که فروشنده نیازی به رعایت محدودیت بازدید شهرها ندارد. این مسئله ابتدا در سال ۱۹۸۸ توسط نون[4][20] شرح داده شد. سپس در سال ۱۹۹۷، فیسچی و همکاران[5][9] به بیان این مسئله در حالت متقارن پرداختند. در سال‌های بعد، مسئله در حالت خوشه بندی مورد بررسی قرار گرفت. به طوری که کچیانی و همکاران[6][1] در سال ۲۰۱۱ این مسئله را به گونه-ای مطرح ساختند که در آن، تعداد گره‌های هر خوشه(مجموعه گره‌ها) به صورت مساوی در نظر گرفته شد. هدف در این مسئله، یافتن مسیری با کمترین هزینه می‌باشد به گونه‌ای که فروشنده از هر خوشه یکبار عبور کند.

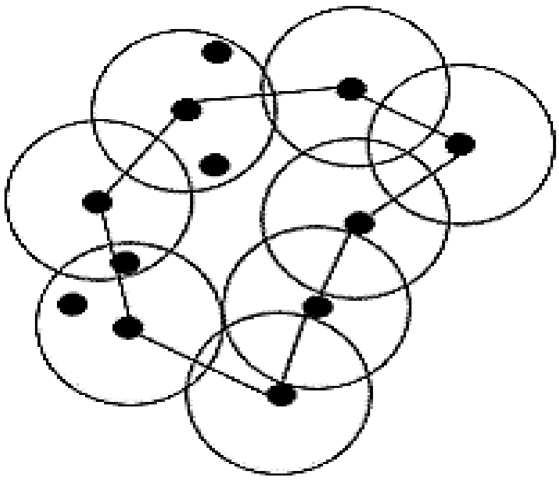
---

[1] Couetoux et al.
[2] Gentilini et al.
[3] Generalized Traveling Salesman Problem
[4] Noon
[5] Fischetti et al.
[6] Cacchiani et al.

۱-۴- مسئله فروشنده دوره گرد پوشش دهنده *CSP*[1]

مسئله فروشنده دوره گرد پوشش دهنده(*CSP*)[4]، از جمله مسائل توسعه یافته *TSP* می‌باشد که در آن محدودیت بازدید همه شهرها رعایت نمی‌شود. این مسئله نخستین بار توسط کارنت[2][4] در سال ۱۹۸۱ تعریف شد. هدف در این مسئله، یافتن مسیری با حداقل طول روی زیر مجموعه از گره‌های مجموعه N می‌باشد. در این مسئله لازم نیست که هر گره i در مسیر تور قرار گیرد و در صورت ملاقات نشدن کافی است در فاصله‌ای مشخص از یک نقطه ملاقات شده روی مسیر قرار داشته باشد.

در این مسئله اگر مقدار فاصله پوشش، صفر در نظر گرفته شود، آنگاه مسئله *CSP* به مسئله *TSP* تنزل می‌یابد. بدین دلیل درجه سختی مسئله *CSP* نیز از نوع *Np-hard* می‌باشد.



شکل۱-۲: مسئله فروشنده دوره گرد پوشش دهنده

شکل ۱-۲، مسئله *CSP* با ۱۲ شهر را نشان می‌دهد که برای هر یک از شهرها فاصله پوشش معینی تعریف شده است. در این مسئله فروشنده با بازدید ۸ شهر، تقاضای سایر شهرها را تأمین نموده است.

---

[1] Covering Salesman Problem
[2] Current

کارنت و شیلینگ[1][3] در سال ۱۹۸۹ کاربردهای مختلفی از مسئله *CSP* را ارائه نمودند. از جمله این کاربردها، تیم فوریت پزشکی می‌باشد که این گروه برای ویزیت افراد، به مناطق مختلف سفر می‌کنند. در این بین موقعیت برخی از مناطق به گونه‌ای می‌باشد که گروه با سفر به آن مناطق، می‌تواند مناطق اطراف آن‌ها را نیز پوشش دهد. به طوری که افراد مناطق مجاور برای دریافت خدمت به منطقه مورد نظر رجوع می‌کنند.

در سال ۲۰۱۲ سالاری و ناجی عظیمی[2][22] یک روش جستجوی محلی بر پایه برنامه ریزی عدد صحیح را برای حل مسئله *CSP* بیان نمودند.

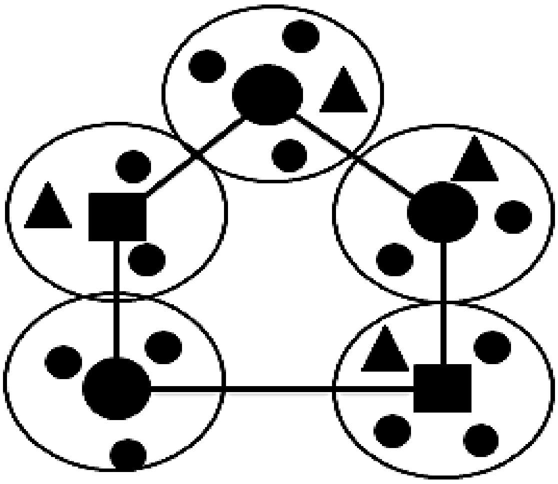
۱-۵- مسئله تور پوشش دهنده *CTP* [3]

مسئله تور پوشش دهنده(*CTP*)[10]، از جمله مسائل توسعه یافته *CSP* می‌باشد که در این مسئله فروشنده باید اولویت‌هایی را برای بازدید شهرها رعایت کند. این مسئله ابتدا در سال ۱۹۹۷ توسط ژندرو و همکاران[4][11] بیان شد. در این مسئله مجموعه‌ای از نقاط حتماً باید در مسیر تور قرار گیرند. بدین منظور، یک گراف $G=(N,E)$ طوری تعریف می‌شود که $N=\{V \cup W\}$ بیان کننده مجموعه گره‌ها و E بیان کننده مجموعه یال‌ها می‌باشد. در این مجموعه از گره‌ها، مجموعه V شامل گره‌هایی است که می‌توانند بازدید شده یا تحت پوشش قرار گیرند. همچنین زیر مجموعه‌ای از مجموعه V طوری تعریف می‌شود که کل گره‌های این مجموعه باید توسط تور بازدید شوند که این مجموعه، با T نمایش داده می‌شود. مجموعه W نیز شامل گره‌هایی است که حتماً باید توسط تور پوشش داده شوند.

هنگامی که مجموعه‌های T و W فاقد عضو باشند در این صورت مسئله *CTP* به *CSP* تنزل پیدا می‌کند. بدین سبب مسئله *CTP*، یک مسئله با درجه سختی *Np-hard* می‌باشد.

---

[1] Current And Schiling
[2] Salari And Naji-Azimi
[3] Covering Tour Problem
[4] Gendareau et al.



شکل ۱-۳: مسئله تور پوشش دهنده

شکل ۱-۳، مسئله *CTP* با ۲۱ شهر را نشان می‌دهد که در این شکل نقاط به شکل مربع، شهرهایی هستند که حتماً باید در مسیر تور قرار گیرند، نقاط به شکل مثلث، شهرهایی هستند که حتماً باید در فاصله معینی از تور قرار گیرند و نقاط به شکل دایره، شهرهایی هستند که می‌توانند ملاقات شده و یا پوشش داده شوند.

۱-۶- مسئله فروشنده دوره گرد پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته *GCSP*[1]

مسئله فروشنده دوره گرد پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته(*GCSP*)[13]، تعمیم مسئله *CSP* می‌باشد که در آن فروشنده محدودیتی در تعداد دفعات بازدید شهرها ندارد. گلدن و همکاران[2][13] این مسئله را در سال ۲۰۱۱ مطرح نمودند. در این مسئله، فروشنده الزامی به بازدید همه گره‌ها ندارد، بلکه فروشنده می‌تواند با بازدید برخی از گره‌ها، سایر گره‌ها را تحت فاصله معین پوشش دهد. بدین منظور فاصله پوشش d_i برای پوشش هر گره i مطرح شد. همچنین در این مسئله شرایطی برای بازدید گره‌ها لحاظ گردید که از جمله این شرایط، مقدار هزینه بازدید گره‌ها می‌باشد.

از شرایط دیگر حاکم بر مسئله، بازدید و یا پوشش گره‌ها با دفعات تکرار k_i بار می‌باشد، که برای برقراری آن سه روش متفاوت بدین صورت بیان گردید:

---

[1] Generalized Covering Salesman Problem
[2] Golden et al.

روش اول، برآورده ساختن تقاضا با حداکثر یکبار بازدید هر یک از گره‌ها است، روش دوم، بازدید تکراری گره‌ها به صورت نامتوالی و روش سوم، بازدید تکراری گره‌ها به صورت متوالی می‌باشد. در صورتی که مقدار k_i برای بازدید کل گره‌ها برابر یک باشد، آنگاه مسئله *GCSP* به *CSP* تنزل پیدا می‌کند. بدین سبب مسئله *GCSP*، با توجه به سه شرط بیان شده، یک مسئله با درجه سختی *Np-hard* می‌باشد.

از جمله کاربردهای این مسئله، اجرای گروه کنسرت را می‌توان بیان کرد. این گروه معمولاً برای اجرای کنسرت در برخی از شهرها، با تقاضای بیش از ظرفیت سالن اجرا مواجه می‌شوند، که با اجرای کنسرت به مدت یک شب، به این تقاضاها پاسخ داده نمی‌شود. لذا برای پاسخ به این تقاضاها، گروه با شرایط مختلفی مواجه می‌شود، که از جمله آن‌ها، ماندن در آن شهر به صورت چند شب پشت سر هم می‌باشد.

مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته *GCTP*[1]

از نقص‌های مسئله تور پوشش دهنده، حالتی است که فروشنده با یکبار بازدید شهرها نتواند تقاضای شهرهای اطراف را پوشش دهد بنابراین برای رفع این نقص، مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته *GCTP* طرح شد که تعمیم مسئله *CTP* می‌باشد که برای بازدید هر یک از شهرها پارامتری تحت عنوان تعداد دفعات بازدید مطرح می‌شود که این پارامتر با k_i نمایش داده می‌شود. در صورتی که مقدار k_i برای تمام گره‌ها برابر یک باشد آنگاه مسئله *GCTP* به *CTP* تنزل پیدا می‌کند. بدین سبب مسئله *GCTP*، یک مسئله با درجه سختی *Np-hard* می‌باشد.

برای مقادیر مختلف k_i شرایط زیر را خواهیم داشت.

- فروشنده می‌تواند هر شهر را حداکثر یک‌بار بازدید کند.
- فروشنده می‌تواند هر شهر را بیش از یکبار، به صورت بدون تکرار پشت سر هم بازدید نماید.
- فروشنده می‌تواند هر شهر را بیش از یکبار و به صورت تکرار پشت سر هم بازدید نماید.

در این مسئله، برای بازدید شهرهای مختلف، هزینه بازدید شهرها ثابت در نظر گرفته می‌شود.

---
[1] Generalized Covering Tour Problem

از کارکردهای این مسئله، خدمات گروه پزشکی در منطقه حادثه دیده را می‌توان بیان کرد. به طوری که این گروه‌ها برای رسیدگی به وضع مجروح‌های مختلف علاوه بر رعایت اولویت‌های مختلف، باید شرایط ویژه‌ای را هم مدنظر قرار دهند که از جمله آن‌ها، استقرار به مدت چند شب در مناطقی با شرایط اضطراری را می‌توان بیان کرد.

فصل‌های مختلف این پایان نامه بدین صورت ترتیب بندی می‌شوند:

در فصل دوم، تعریف مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با انواع آن بحث می‌شود، سپس مدل ریاضی برای حل مسئله ارائه می‌گردد. در فصل سوم، الگوریتم تولید جواب اولیه بحث می‌شود، سپس روش‌های جستجوی محلی بیان شده و الگوریتم جستجوی ممنوعه شرح داده می‌شود. آنگاه در نهایت روش ایجاد آشفتگی توضیح داده می‌شود. در فصل چهارم، چگونگی ساخت نمونه مسائل مختلف به همراه روش تحلیل حساسیت بیان شده و نتایج حاصل از روش‌ها بیان می‌شود. در فصل پنجم، نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات به همراه مراجع تشریح می‌شوند.

فصل دوم

۲- تعریف مسئله و مدل سازی

۲-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا به تعریف دقیق مسئله مورد نظر پرداخته و در ادامه به ارائه مدل آن می‌پردازیم.

۲-۲- تعریف مسئله

در مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته($GCTP$)، یک گراف $G=(S,A)$ طوری تعریف می‌شود که $S=\{V \cup W\}$ بیان کننده مجموعه گره‌ها و $A=\{(i,j) \mid i,j \in V\}$ بیان کننده مجموعه کمان‌ها می‌باشد. در این مجموعه از گره‌ها،V شامل گره‌هایی است که می‌توانند بازدید شده یا تحت پوشش قرار گیرند. همچنین $T \subseteq V$ طوری تعریف می‌شود که کل گره‌های این مجموعه باید توسط تور بازدید شوند. مجموعه W نیز شامل گره‌هایی است که حتماً باید توسط تور پوشش داده شوند.

در این مسئله c_{ij} به عنوان هزینه کمان(i,j) بیان می‌شود که این هزینه معادل کوتاه‌ترین مسیر از گره i به گره j می‌باشد. برای هر گره i پارامتری تحت عنوان فاصله پوشش بیان شده که این پارامتر با d_i نمایش داده می‌شود. که در صورت ملاقات شدن نقطه i کلیه نقاط در همسایگی آن تا شعاع d_i پوشش داده خواهد شد. همچنین تقاضای هر گره i را با k_i نمایش می‌دهیم.

F_i هزینه ثابت بازدید گره بیان می‌شود. با توجه به تعریف پارامترها، در این مسئله یک جواب شدنی خوانده می‌شود، اگر هر گره i بتواند حداقل به اندازه k_i بار توسط گره‌های تور پوشش داده شده یا ملاقات شود.

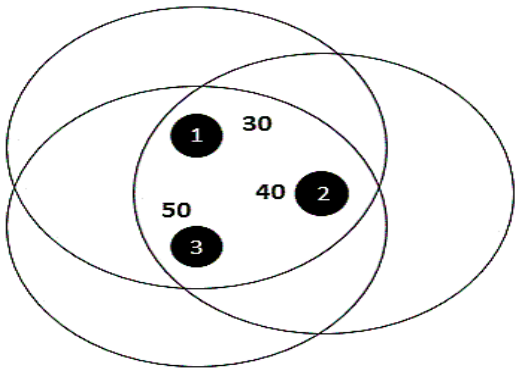
هدف در این مسئله کمینه سازی کل هزینه‌ها می‌باشد که مجموع طول تور و هزینه‌های ثابت بازدید گره‌ها را شامل می‌شود.

در این پژوهش، سه نوع مختلف از مسئله $GCTP$ با توجه به شرایط مختلف بازدید گره‌ها بیان می‌شود.

- **مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با حداکثر یکبار بازدید گره‌ها**: در این نوع از مسئله، تور اجازه بازدید یک گره بیش از یکبار را ندارد. به بیان دیگر کلیه تقاضای گره‌ها باید توسط مسیری که از بازدید حداکثر یکبار گره‌های مجاز تشکیل شده، پوشش یابند.
- **مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با تکرار بازدید گره‌ها به صورت نامتوالی**: در این حالت یک گره می‌تواند بیش از یکبار بازدید شود اما این تکرار بازدید نمی‌تواند پشت سر هم و به صورت متوالی صورت گیرد، بنابراین پس از ملاقات یک گره، تور می‌تواند، گره بازدید شده را پس از ملاقات حداقل یک گره دیگر، مجدد بازدید نماید. به عبارت دیگر، تور اجازه ملاقات یک گره بیش از یکبار به صورت متوالی را ندارد.

- **مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با تکرار بازدید گره‌ها به صورت متوالی**:

این نوع از مسئله، شبیه مسئله قبلی می‌باشد، با این تفاوت که در این مسئله بازدید یک گره به صورت متوالی نیز مجاز می‌باشد.



شکل ۲-۱: مثال موردی

مطابق شکل ۲-۱، ۳ شهر طوری تعریف می‌شوندکه هزینه آن‌ها به ترتیب ۳۰، ۴۰ و ۵۰ می‌باشد. این شهرها قابلیت بازدید هم را دارند و تقاضای هر شهر ۳ واحد می‌باشد. بنابراین اگر مسئله از نوع ۱ باشد در اینصورت تمامی گره‌ها به ترتیب ۱، ۲ و ۳ بازدید می‌شوند، اگر مسئله از نوع ۲ باشد در اینصورت ترتیب بازدید گره‌ها به صورت ۱، ۲ و ۱ می‌باشد و در نهایت اگر مسئله از نوع ۳ باشد در اینصورت ترتیب بازدید گره‌ها به صورت ۱، ۱ و ۱ می‌باشد.

در ادامه به ارائه مدل‌هایی خطی جهت انواع حالات‌های ارائه شده می‌پردازیم.

۲-۳- مدل سازی مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با بازدید حداکثر یک‌بار گره‌ها[1] (*BGCTP*)

برای مدل سازی این مسئله، پارامترها به صورت زیر بیان می‌شوند:

S : مجموعه کل گره‌ها ($S=V \cup W$)

[1] Binary Generalized Covering Tour Problem

V : مجموعه گره‌هایی که قابلیت بازدید و پوشش را دارا می‌باشند.($S\backslash W$)

W : مجموعه گره‌هایی که باید پوشش داده شوند. ($S\backslash V$)

T : زیر مجموعه‌ای از گره‌های مجموعه V که باید مورد بازدید قرار گیرند.

k_{i} : حداقل تعداد دفعاتی که نقطه i باید تحت پوشش قرار گیرد.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر نقطه } i\text{، نقطه } j \text{ را پوشش دهد} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

برای مدل سازی این مسئله، متغیرها به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر کمان } (i,j) \text{ در مسیر ملاقات شود} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$w_{\mathrm{i}} = \begin{cases} 1 & \text{اگر گره } i \text{ در مسیر ملاقات شود} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

و در نهایت مدل مسئله به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$min \ \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \ x_{ij} + \sum_{i\in V} F_i \, w_i \qquad (۱-۲)$$

$$\sum_{(j,i)\in A} x_{ji} = \sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = w_i \qquad \forall i \in V \qquad (۲-۲)$$

$$\sum_{j\in V} a_{ji} \, w_j \geq k_i \qquad \forall i \in N \qquad (۳-۲)$$

$$\sum_{l\in S'} \sum_{k\in V\backslash S'} x_{lk} + \sum_{k\in V\backslash S'} \sum_{l\in S'} x_{kl} \geq 2(w_i + w_j - 1)$$
$$S' \subset V \,, 2 \leq |S'| \leq n-2 \qquad i \in S', \quad j \in V\backslash S' \qquad (۴-۲)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \qquad (۵-۲)$$

$w_k = 1 \qquad (v_k \in T)$ (۶-۲)

$w_k \in \{0,1\} \qquad (v_k \in V\setminus T)$ (۷-۲)

تابع هدف(۲-۱) بدنبال کمینه کردن مجموع هزینه یال‌ها به همراه هزینه بازدید گره‌ها می‌باشد. محدودیت (۲-۲) بیان کننده این مطلب می‌باشد که گره‌های روی تور، دارای یک کمان ورودی و یک کمان خروجی می‌باشند. محدودیت (۲-۳) بیان می‌کند که تقاضای هر گره i باید پوشش داده شود.

محدودیت (۲-۴) بیان کننده عدم ایجاد زیر تور[16] است بدین شکل که با ایجاد ارتباط مناسب بین گره‌های تور مانع از ایجاد زیر تور می‌شود. لازم به ذکر است که تعداد این محدودیت‌ها از درجه نمایی بوده و برای وارد کردن آن‌ها، از سازگار نمودن روش ارائه شده توسط تانگ و میلر[1] [23] استفاده شده است. محدودیت (۲-۵) شرط باینری بودن یال‌های مسئله را بیان می‌کند. محدودیت (۲-۶) بیان می‌دارد که تمام گره‌های عضو مجموعه T حتماً باید بازدید شوند، بالاخره محدودیت (۲-۷) عنوان می‌دارد که گره‌های عضو مجموعه $V\setminus T$ می‌توانند در مسیر تور قرار گیرند لذا متغیر مربوط به این گره‌ها مقادیر باینری خواهد داشت.

۲-۴- مدل سازی مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با بازدید تکراری گره‌ها[2] (***IGCTP***)

در صورتی که در بازدید گره‌های تور، تکرار مجاز باشد، برای مدل سازی مسئله، متغیرهای جدید زیر ارائه می‌شوند:

y_i : تعداد دفعاتی که گره i توسط تور بازدید می‌شود.

z_{ij} : تعداد دفعاتی که کمان (i,j) مورد بازدید قرار می‌گیرد.

[1] Tang And Miller
[2] Integer Generalized Covering Tour Problem

مدل مسئله به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$min\ \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}\ z_{ij} + \sum_{i\in V} F_i\, y_i \qquad (۸-۲)$$

$$\sum_j z_{ij} = \sum_j z_{ji} = y_i \qquad \forall i \in V \qquad (۹-۲)$$

$$\sum_{j\in V} a_{ji}\, y_j \geq k_i \qquad \forall i \in N \qquad (۱۰-۲)$$

$$y_i \leq Lw_i \qquad \forall i \in V \qquad (۱۱-۲)$$

$$z_{ij} \leq Lx_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A \qquad (۱۲-۲)$$

$$\sum_{l\in S'} \sum_{k\in V\setminus S'} x_{lk} + \sum_{k\in V\setminus S'} \sum_{l\in S'} x_{kl} \geq 2\,(w_i + w_j - 1)$$
$$S' \subset V\ , 2 \leq |S'| \leq n-1 \quad i \in S', \quad j \in V\setminus S' \qquad (۱۳-۲)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \qquad (۱۴-۲)$$

$$z_{ij} \in Z^+ \qquad \forall (i,j) \in A \qquad (۱۵-۲)$$

$$y_k \in N \qquad (v_k \in T) \qquad (۱۶-۲)$$

$$w_k = 1 \qquad (v_k \in T) \qquad (۱۷-۲)$$

$$y_k \in Z^+, w_k \in \{0,1\} \qquad (v_k \in V\setminus T) \qquad (۱۸-۲)$$

تابع هدف (۲-۸) بیان کننده هدف مسئله به صورت حداقل کردن مجموع هزینه یال‌ها به همراه هزینه بازدید گره‌ها می‌باشد. محدودیت (۲-۹) بیان می‌دارد که اگر گره i ، به تعداد y_i بار بازدید شود آنگاه به همان تعداد کمان ورودی و خروجی برای آن گره خواهیم داشت.

محدودیت (۲-۱۰) این شرط برآورده کردن تقاضلی هر گره i (k_i) را برقرار می‌کند. محدودیت (۲-۱۱) بیانگر ارتباط بین متغیرهای w_i و y_i می‌باشد. به گونه‌ای که به ازای هر i، y_i تنها در صورتی می‌تواند مقداری بزرگتر از صفر به خود بگیرد که نقطه i ملاقات شده باشد($w_i = 1$). لازم بذکر است که در این رابطه $L = max\ \{k_i\}$ می‌باشد. محدودیت (۲-۱۲) بیانگر ارتباط بین متغیرهای x_{ij} و z_{ij} می‌باشد. به گونه‌-ای که به ازای هر کمان (i,j)، z_{ij} تنها در صورتی می‌تواند مقداری بزرگتر از صفر به خود بگیرد که کمان (i,j) ملاقات شده باشد($x_{ij} = 1$).

محدودیت (۲-۱۳) بیان کننده عدم ایجاد زیر تور است بدین شکل که با ایجاد ارتباط بین گره‌های تور مانع از ایجاد زیر تور می‌شود. محدودیت‌های (۲-۱۴) و (۲-۱۵)، به ترتیب تعریف متغیرهای تصمیم x_{ij} و z_{ij} را نشان می‌دهند. محدودیت (۲-۱۶) بیانگر این مطلب است که گره‌های عضو مجموعه T، حتماً باید حداقل یکبار در مسیر تور قرار گرفته و می‌تواند مورد بازدید متوالی نیز قرار گیرند. محدودیت (۲-۱۷) بیان می‌دارد که تمام گره‌های عضو مجموعه T حتماً باید بازدید شوند. محدودیت (۲-۱۸) بیان می‌کند که گره‌های عضو مجموعه $V\backslash T$ می‌توانند در مسیر تور قرار گیرند.

در این مسئله بازای مقادیر مختلف c_{ii}، حالت‌های متفاوتی را برای مسئله خواهیم داشت. بدین شکل که اگر به ازای هر i مقدار c_{ii} برابر صفر قرار باشد، آنگاه مسئله اجازه ملاقات نقاط به صورت متوالی را خواهد داشت و در صورتیکه $c_{ii} = \infty$ باشد، آنگاه در صورت لزوم نقاط می‌توانند به صورت غیرمتوالی بازدید شوند.

فصل سوم

۳- روش حل

۳-۱- مقدمه

با توجه به این مطلب که مسئله فروشنده دوره گرد و حالت‌های تعمیم یافته آن دارای درجه سختی *Np-hard* می‌باشند. لذا برای حل این مسائل می‌توان از راهکارهای زیر بهره برد:

- ✓ استفاده از روش‌های حل قطعی که زمان اجرای آن‌ها زیاد می‌باشد. این روش‌ها تنها برای حل مسائل با نمونه مسائل کوچک کارا می‌باشند.
- ✓ استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری که با در نظر گرفتن شرایط مناسب معمولاً در زمان نسبتاً کمی به جوابی نزدیک جواب بهینه می‌رسند. این الگوریتم‌ها برای نمونه مسائل بزرگ نیز مناسب می‌باشند.

در ادامه این پژوهش به ارائه یک الگوریتم فراابتکاری تکرارشونده[1] برای حل مسئله تور پوشش دهنده در حالت تعمیم یافته با بازدید حداکثر یکبار گره‌ها($BGCTP$) می‌پردازیم.

الگوریتم فراابتکاری تکرارشونده اولین بار توسط لارنو و همکاران[2] مطرح شد که شامل روش‌های جستجوی محلی و الگوریتم آشفتگی[3] برای خروج از بهینه‌های محلی می‌باشد[18]. چند سال بعد دربل و همکاران[4] در حل مسأله مکانیابی- جایابی[6] و هاشیموتو و همکاران[5] در حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره‌های زمانی[14] از الگوریتم فراابتکاری تکرارشونده بهره بردند.

در ابتدا یک جواب اولیه را با دنبال کردن یک روش ابتکاری برای مسئله بدست می‌آوریم. در ادامه به منظور بهبود جواب از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری استفاده می‌شود. برای این منظور از روش فراابتکاری جستجوی ممنوعه به منظور بهبود احتمالی جواب‌ها استفاده شده است. پس از طی این مرحله وارد حلقه اصلی برنامه می‌شویم که برای تعدادی تکرار مشخص(L) انجام می‌شود. در هر تکرار این حلقه برای فرار از بهینه محلی از الگوریتم ایجاد آشفتگی استفاده کرده و بر روی جواب بدست آمده از این الگوریتم مجدداً جستجوی محلی با استفاده از روش جستجوی ممنوعه صورت می‌گیرد. همچنین در فرآیند جستجو به الگوریتم اجازه داده می‌شود که جواب‌های بدتر را با حداکثر خطای مشخص($\%E$) نسبت به بهترین جواب بدست آمده به عنوان جواب جاری الگوریتم، جهت اجرای جستجوهای محلی قبول کند.

[1] Iterated Meta Heuristic
[2] Loureno et al.
[3] Perturbation
[4] Derbel et al.
[5] Hashimoto et al.

شبه‌کد کلی اجرای زیربرنامه‌ها در زیر آمده است و در ادامه هر یک از زیربرنامه‌ها به تفکیک بحث خواهند شد:

```
Current solution := Construction( );
Current solution := Local search(Current solution);
Best solution := Current solution;
Current solution := Tabu search(Current solution);
If ( cost (Current solution ) < cost (Best solution )){
          Best solution := Current solution;
}
for ( i = 1 to L ){
        Current solution := Perturbation (Current solution);
        Current solution := Tabu search (Current solution);
        If ( cost (Current solution ) < cost (Best solution )){
                Best solution := Current solution;
        }
        Else if ( cost (Current solution)  > (1+E)cost ( Best solution)){
                Current solution := Best solution;
        }
}
```

شبه کد الگوریتم فراابتکاری تکرار شونده

۳-۲- روش‌های تولید جواب اولیه

برای حل مسئله توسط روش‌های جستجوی محلی به یک تور اولیه (جواب اولیه) برای شروع گام‌های الگوریتم نیاز داریم، لذا برای بدست آوردن جواب اولیه مناسب دو روش بیان می‌شود که طرح این روش‌ها بر پایه روش‌های ابتکاری می‌باشد، سپس با مقایسه این روش‌ها، گزینه مناسب برای ادامه روند حل مسئله انتخاب می‌گردد.

- **روش اول: روش حداقل هزینه**

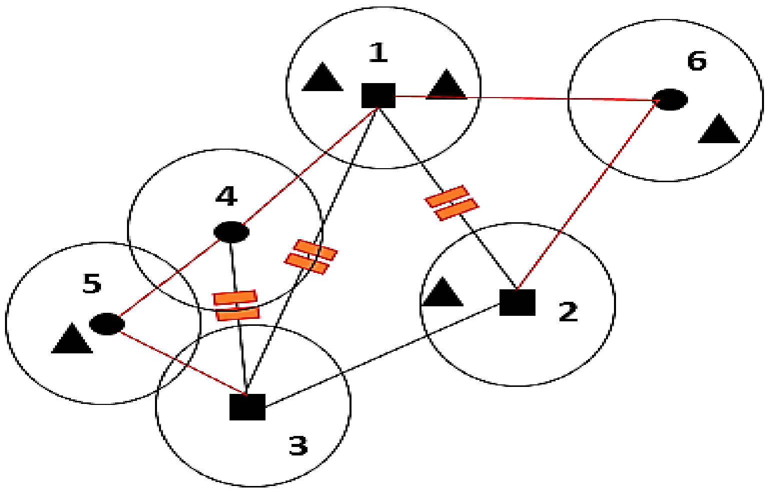
در این روش معیار ورود گره‌ها به تور، فاصله آن‌ها از تور در نظر گرفته می‌شود.

گام‌های این روش بدین صورت بیان می‌شوند:

گام۱) ابتدا گره‌های عضو مجموعه T با اولویت کمترین هزینه وارد مسیر می‌شوند. بعبارتی گرهی که کمترین میزان افزایش را در طول مسیر ایجاد کند دارای اولویت بیشتری می‌باشد.

گام۲) برای ورود گره جدید به مسیر، هزینه اعمال شده توسط گره‌های جدید به تور بررسی شده و گرهی اولویت ورود به تور را خواهد داشت که نسبت به سایر گره‌ها، هزینه کمتری را به تور اعمال کند.

گام۳) گام دوم را تا زمانی ادامه می‌دهیم که تقاضای همه گره‌ها توسط تور تأمین شود.



شکل ۳-۱: روش حداقل هزینه

در شکل ۳-۱، ترتیب بازدید گره‌ها، با توجه به روش بیان شده شماره گذاری شده است. در این شکل، نقاط مربع، نماد گره‌های مجموعه T، نقاط مثلث، نماد مجموعه W و نقاط دایره، نماد مجموعه V می‌باشند. تقاضای هر گره برابر واحد لحاظ شده است.

- **روش دوم: روش حداکثر تعداد پوشش گره‌ها به هزینه**

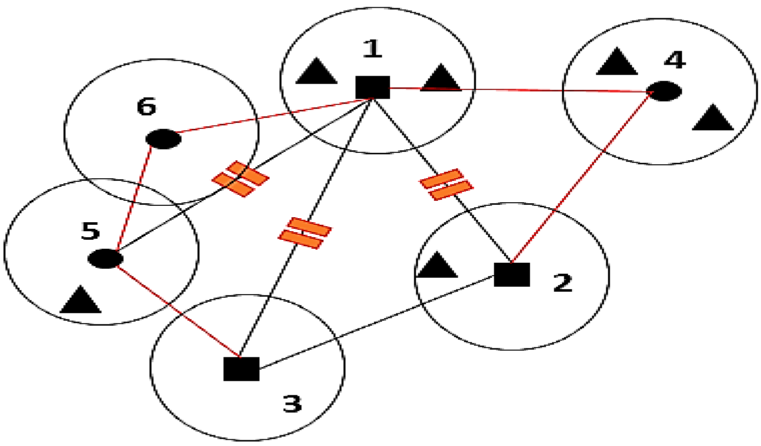
در این روش اولویت ورود با گره‌هایی است که بیشترین نسبت تعداد پوشش گره‌ها به هزینه را دارا باشند.

گام‌های این روش بدین صورت بیان می‌شود:

گام۱) ابتدا گره‌های عضو مجموعه T با اولویت حداکثر نسبت پوشش به هزینه وارد مسیر می‌شوند.

گام۲) برای ورود گره جدید به تور، نسبت تعداد پوشش گره‌ها به هزینه(n_i/c_i) برای کل گره‌های بازدید نشده محاسبه می‌شود که در آن n_i تعداد گره‌های پوشش داده شده توسط گره i پس از ورود به مسیر و c_i هزینه مربوط به اضافه کردن گره i به بهترین مکان آن در مسیر(مکانی که دارای کمترین مقدار افزایش هزینه می‌باشد) می‌باشد. آنگاه گره با بیشترین مقدار نسبت ذکر شده، دارای اولویت ورود به تور می‌باشد(پس از ورود هر گره نسبت بیان شده به روز می‌شود).

گام۳) ورود گره‌ها به تور تا زمانی ادامه دارد که کل تقاضای گره‌ها تأمین گردد.



شکل ۳-۲: روش حداکثر تعداد پوشش گره‌ها به هزینه

در شکل ۳-۲، ترتیب بازدید گره‌ها، با توجه به روش بیان شده شماره گذاری شده است. در این شکل، نقاط مربع، نماد گره‌های مجموعه T، نقاط مثلث، نماد مجموعه W و نقاط دایره، نماد مجموعه V می‌باشند. تقاضای هر گره برابر واحد لحاظ شده است.