بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه الزهرا(س)

گروه فیزیک

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته

فیزیک ذرات بنیادی

عنوان

نظریه راندال و ساندروم و ارتباط آن با فیزیک ذرات بنیادی

استاد راهنما

دکتر کامران کاویانی

استاد مشاور

دکتر محمد خرّمی

نگارش

شهلا خفی‌زاده شریفی

تیر ۱۳۸۰

تقدیم به آنها که بهترین هستند و بهترینها خواهند بود

پدر، مادر

و

همسر گرامی

تقدیر و تشکر

شکر و سپاس آن مهربان نام، که جهان را بر دیده‌ها پنهان و علم را بر وجود آدمی عرضه نمود تا به نعمت شکر شناخت حق نائل شوند.

از استاد محترم جناب آقای دکتر کامران کاویانی که نظارت و سرپرستی این پایان نامه را بر عهده داشته‌اند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

و تشکر و سپاس از اساتید محترم آقایان دکتر محمد خرّمی، جناب دکتر آقای محمدی و جناب دکتر احمد شریعتی و سرکار خانم دکتر دولتشاهی که راهنمائی، داوری و نظارت جلسهٔ دفاعیه را بر عهده داشته‌اند ابراز می‌دارم.

شایسته است از تمام زحمات و تلاش صادقانهٔ استاد گرامی جناب آقای دکتر مسعود قزلباش نیز قدردانی بعمل آورم.

از تمام زحمات پدر، مادر، خواهران و برادرانم سپاسگذارم و نیز از دوستان عزیز سودابه بویری، لالهٔ عزیزی، مریم ملکی و هایده غلامی که صادقانه‌ترین لطف را نثار زندگی من داشته‌اند نیز بسیار متشکرم.

از آقای حسن پور، سرکار خانم جباری و طارمی که کار تایپ این پایان نامه را بر عهده داشته‌اند نیز بسیار متشکرم.

چکیده:

یکی از مهمترین مسائلی که توسط فیزیکدانان مطرح شده «باز بهنجارپذیر» نبودن گرانش کوانتومی و کوچکی ثابت گرانش نیوتن (G_N) است.

مسئله گرانش کوانتومی، نقشی اساسی در ابداع نظریه‌هایی داشته است، که برگرفته از نظریه کالوتزا -کلاین پنج بعدی است (جهان از چهار بعد اساسی تشکیل شده که بعد پنجم آنرا دایره‌ای با شعاع کوچک تشکیل می‌دهد که خود حول این چهار بعد پیچ خورده است و قابل دیدن نیست).

امروزه، اگر چه معلوم شده که مسئله گرانش کوانتومی با اتخاذ ساختارهایی در حد طول پلانک قابل حل است! اما این مسئله همچنان حل نشده باقی مانده است، زیرا هیچ نشان آزمایشگاهی قابل روئیت بر تائید شکل نظریه ها ارائه نشده است و از طرفی اندازه ثابت گرانش نیوتن در حد مقیاسهای میلیمتری و زیر میلیمتری اندازه‌گیری نشده است.

در این مطالعات ما سعی داریم، نظریه گرانش کوانتومی ابعاد بالا را معرفی کنیم و پدیده‌های جدیدی که برروی بر همکنشهای مدل استاندارد در حضور میدان گرانش تاثیر می‌گذارد را بررسی کنیم.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب

عنوان | صفحه

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فهرست مطالب

فصل اول:

هندسه ریمانی

هندسه ریمانی

در این فصل برخی از مفاهیم اساسی هندسه ریمانی و مروری بر نسبیت عام انیشتین و نیز برهمکنشهای مربوط به ذرات اسپین صفر و اسپین ۱ در حضور میدان گرانشی را ارائه خواهیم داد که برگرفته از فصل هفتم کتاب M.Nakahara, Geometry, Topology and and physics می‌باشد، و در فصلهای آتی از آنها استفاده خواهیم کرد.

۱-۱- مانیفلد

مانیفلد تعمیم ایده‌های آشنای ما درباره منحنی‌ها و سطحها به اشیایی با بعد دلخواه می‌باشد، به طور کلی مانیفلد یک فضای توپولوژیکی است که به طور موضعی هم ارز با R^m می‌باشد و به عبارتی همسایگی هر نقطه از مانیفلد M هم ریخت با R^m می‌باشد.

بر روی مانیفلد M به ترتیب می‌توان تابع (f)، منحنی (c)، بردار،... را مطابق زیر تعریف کرد.

تابع: یک تابع f روی مانیفلد M عبارت است از یک نگاشت دیفرانسیل‌پذیر (تابع f بینهایت بار مشتق‌پذیر باشد) از M به مجموعه اعداد حقیقی R یا مختلط ($\mathbb{C}$)

منحنی: یک منحنی باز در یک مانیفلد M عبارت است از نگاشت $c: (a,b) \to M$ که (a,b) عبارت است از یک بازه باز از اعداد حقیقی

بردار: در روی یک مانیفلد M یک بردار به عنوان یک بردار مماس بر یک منحنی واقع در آن مانیفد تعریف می‌شود. برای تعریف یک بردار مماس ما احتیاج به یک منحنی $c:(a,b)\to M$ و یک تابع $f: M \to R$ داریم.

مشتق جهتی تابع f در راستای منحنی $c(t)$ در $t=t_0$ عبارت است از:

$$\frac{df}{dt}(c(t))\Big|_{t=t_0} = \frac{\partial f}{\partial x^\mu}\left(dx^\mu(c(t))/dt\right)\Big|_{t=t_0} \equiv x[f]$$

به عبارت دیگر می‌توان مشتق جهتی را با اعمال عملگر x بر روی تابع f بدست آورد که x

عبارت از

$$x = x^{\mu} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \, , x^{\mu} = dx^{\mu} \, (c(t))/dt \; \Big|_{\, t=t_{\circ}}$$

به مجموعه x ها که تمام خواص یک فضا برداری را دارند فضای مماس و به هر x یک بردار می‌گویند.

فضای مماس در یک نقطه مانند p را با T_{pM} نمایش می‌دهند. بردارها پایه این فضا را با $e_{\mu} = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}}$ نمایش می‌دهند و به مجموعه آنها $\{e_{\mu}\}$ پایه‌های مختصاتی گفته می‌شود.

برای هر فضای برداری مماس یک فضای برداری دوگان وجود دارد که با اثر بر روی فضای مماس، فضای اعداد حقیقی را می‌دهد. چنین فضایی را فضای برداری هم مماس می‌گویند که آنرا با T^{*}_{pM} نمایش می‌دهند پایه‌های این فضا را dx^{μ} ها تشکیل می‌دهند و هر عضو این فضا به صورت یک - فرم مطابق $W = W_{\mu} \, dx^{\mu}$ تعریف می‌شود.

برای هر بردار V و هر یک - فرم W ضرب داخلی به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$< W, V > \equiv w_{\mu} \;\; V^{\nu} < dx^{\mu}, \partial_{\nu} > = w_{\mu} \;\; V^{\nu} \, \delta^{\mu}_{\nu} \;\; = w_{\mu} \;\; V^{\mu}$$

تانسور: یک تانسور از مرتبه (q,r) یک شیء هندسی چند خطی است که r تا بردار از فضای مماس (T_{pM}) و q تا یک فرم از فضای هم مماس (T^{*}_{pM}) را به یک عدد نگاشت دهد. هر عنصر تانسوری را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم

$$T = T^{\mu_{1}, \mu_{2}, \ldots \mu_{q}}_{\nu_{1}, \nu_{2}, \ldots \nu_{r}} \;\; \frac{\partial}{\partial x^{\mu_{1}}} \; \frac{\partial}{\partial x^{\mu_{2}}} \; \ldots\ldots \frac{\partial}{\partial x^{\mu_{q}}} \;\; dx^{\nu_{1}} \; dx^{\nu_{2}} \ldots \; dx^{\nu_{r}}$$

با توجه به تعریف تانسور، واضح است که هر بردار یک تانسور از مرتبه (۰و۱) و هر یک - نرمی یک تانسور از مرتبه (۱و۰) می‌باشد.

۱-۲- تانسور متریک - مانیفلد ریمانی

گفتیم که هر مانیفلد یک فضای توپولوژیک است که بطور موضعی هم ارز با R^{m} می‌باشد

اکنون می‌توان این پرسش را مطرح کرد که فاصله بین دو نقطه در یک مانیفلد به چه صورت باید محاسبه شود؟ برای تعریف فاصله بین دو نقطه در یک مانیفلد احتیاج به یک ساختار اضافی بنام «متریک» داریم که تعمیم طبیعی حاصلضرب داخلی بین دو بردار در R^m می‌باشد.

تانسور متریک: در هر نقطه دلخواه (p) از مانیفلد M، «متریک ریمانی»، یک میدان تانسوری (g) از مرتبه (۲و۰) است که در شرایط زیر صدق می‌کند.

۱) بازای هر V,u متعلق به T_pM ، $g_p(u,v) = g_p(v,u)$

۲) بازای هر u متعلق به T_pM ، $g_p(u,v) \geq ۰$ (مساوی هنگامی برقرار است که $u=0$ باشد)

نمایش مختصاتی تانسور متریک در پایه‌های مختصاتی بصورت زیر است.

$$g_p = g_{\mu\nu}(p)\, dx^{\mu} \otimes dx^{\nu}$$

که با توجه به خاصیت (۱) داریم: $g_{\mu\nu}(p) = g_{\nu\mu}(p)$

فاصله ds بین دو نقطه مجاور بر روی یک مانیفلد براساس تانسور متریک مطابق ذیل بدست می‌آید

$$dS^{۲} = g_{\mu\nu}\, dx^{\mu}\, dx^{\nu}$$

تانسور $g_{\mu\nu}$ به عنوان یک ماتریس متقارن با ویژه مقادیر حقیقی بر دو نوع است. اگر تمام ویژه مقادیر ماتریس متریک مثبت باشد آنرا «متریک ریمانی» می‌گویند و چنانکه بعضی از این مقادیر منفی باشند آنرا متریک «شبه ریمانی» می‌گویند و چنانکه تنها یک ویژه مقدار منفی داشته باشد آنرا متریک «لورنتسی» می‌گویند.

متریک ریمانی g با عناصر قطری $\delta = diag(۱,....,۱)$ را متریک اقلیدوسی و متریک لورنتسی با عناصر قطری $\eta = (-۱,۱,....,۱)$ را متریک مینکوفسکی می‌گویند.

۱-۳- تبدیل متریک

اگر مولفه‌های تانسور متریک را در مختصات x^{μ} داشته باشیم و بخواهیم تانسور متریک را بر

حسب مختصات دیگری از جمله y تعریف کنیم باید در نظر بگیریم که به صورت زیر به dy^λ ها تبدیل می‌شوند.

$$dx^\nu = \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\lambda}\, dy^\lambda$$

آنگاه اگر مولفه‌های متریک در مختصات x^μ را با $g_{\mu\nu}$ و در مختصات y^ν با $\tilde{g}_{k\lambda}$ نشان دهیم بین این دو مولفه روابط زیر وجود دارد.

$$dx^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial y^k}\, dy^k$$

$$g = g_{\mu\nu}\, \frac{\partial x^\mu}{\partial y^k}\, \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\lambda}\, dy^k \otimes dy^\lambda$$

$$g = \tilde{g}_{k\lambda}\, dy^k \otimes dy^\lambda \rightarrow \tilde{g}_{k\lambda} = g_{\mu\nu}\, \frac{\partial x^\mu}{\partial y^k}\, \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\lambda}$$

رابطه فوق نحوه تبدیل متریک را از یک مختصات به مختصات دیگر نشان می‌دهد.

۱-۴- هموستار

برای تعیین اینکه یک بردار به چه صورت در طول یک منحنی انتقال موازی می‌یابد احتیاج به تعریف یک ساختار خارجی بر روی مانیفلد داریم که به آن «هموستار» می‌گویند.

هموستار آفین (∇)

هموستار (∇) یک نگاشت بصورت $\nabla : \Psi(M) \otimes \Psi(M) \rightarrow \Psi(M)$ می‌باشد که $\psi(M)$ مجموعه میدانهای برداری روی مانیفلد M می‌باشند. در تعریف چنین نگاشتی روابط ذیل برآورده می‌شوند

$$\nabla_x (y+z) = \nabla_x y + \nabla_x z$$

$$\nabla_{(x+y)} Z = \nabla_x z + \nabla_y z$$

$$\nabla_{(fx)} y = f \nabla_x y$$

$$\nabla_x (fy) = x[f] y + f \nabla_x y$$

که f تابع تعریف شده روی مانیفد M است و $X,Y,Z \in \psi(M)$ می‌باشد.

از هموستار ∇ در تعریف انتقال موازی یک بردار بر روی مانیفلد M می‌توان استفاده کرد. در انتقال موازی یک بردار از نقطه x به $x+\Delta x$ چنانکه $\bar{V}\mid_{x+\Delta x}$ انتقال موازی بردار $V\mid_x$ باشد در آن صورت با استفاده از تعریف انتقال یک بردار باید به ترتیب شرایط ذیل برآورد شود.

انتقال بردار صفر خودبردار صفر شود.

$$\bar{0} = 0$$

اختلاف دوبردار انتقال یافته متناسب با تغییر مکان دو بردار باشد.

$$\bar{V}_\mu (x+\Delta x) - V^\mu(x) \quad \alpha \quad \Delta x^\mu$$

انتقال موازی مجموع دوبردار به صورت مجموع انتقال یافته هر یک از دوبردارباشد

$$(\overline{V^\mu + w^\mu})\,(x+\Delta x) = \bar{v}^\mu\,(x+\Delta x) + \bar{w}^\mu (x+\Delta x)$$

با استفاده از سه شرط فوق و رعایت قانون جمع اندیسها خواهیم داشت:

$$\bar{V}^\mu\,(x+\Delta x) = V^\mu(x) - \Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x)\, V^\lambda(x)\, \Delta x^\nu$$

$\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ موجودی سه اندیسی است که در نتیجه تعریف انتقال موازی یک بردار حاصل شده و به صورت یک تانسور به‌گونه‌ای عمل می‌کند که باعث ثابت ماندن نرم بردار در نتیجه انتقال موازی می‌شود و به آن «ضریب هموستار» می‌گویند.

اثر ∇ روی بردارهای پایه به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\nabla_\nu\ e_\mu \equiv \nabla_{e\nu}\ e_\mu = e_\lambda\ \Gamma^\lambda_{\nu\mu}$$

$$\nabla_\mu\ dx^\nu \equiv -\Gamma^\nu_{\mu\lambda}\ dx^\lambda$$

که با استفاده از تعریف اثر ∇ بر روی بردارهای پایه می‌توان اثر آنرا روی هر میدان برداری دلخواه بدست آورد.

$$\nabla_\nu w = V^\mu \left(\frac{\partial}{\partial x^\mu}\ w^\lambda + w^\nu\ \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \right) e_\lambda$$

از آنجائیکه ∇_X معنی مشتق‌گیری می‌دهد، می‌توانیم مشتق هموردای یک تابع دلخواه مانند f را به