

Handwritten text in the top left corner, possibly a library or collection stamp.

Handwritten Arabic calligraphy in the center of the page, featuring large, bold letters and smaller annotations.

۱۳۸۰ / ۱۰ / ۲۱



دانشگاه الزهرا (س)

گروه فیزیک

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته

فیزیک ذرات بنیادی

عنوان

نظریه راندال و ساندروم و ارتباط آن با فیزیک ذرات بنیادی

استاد راهنما

دکتر کامران کاویانی

استاد مشاور

دکتر محمد خرمی

نگارش

شهلا خفی زاده شریفی

015574

تیر ۱۳۸۰

۳۸۷۸۱

تقدیم به آنها که بهترین هستند و بهترینها خواهند بود

پدر، مادر

و

همسر گرامی

تقدیر و تشکر

شکر و سپاس آن مهربان نام، که جهان را بر دیده‌ها پنهان و علم را بر وجود آدمی عرضه نمود تا به نعمت شکر شناخت حق نائل شوند.

از استاد محترم جناب آقای دکتر کامران کاویانی که نظارت و سرپرستی این پایان نامه را بر عهده داشته‌اند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

و تشکر و سپاس از اساتید محترم آقایان دکتر محمد خرمی، جناب دکتر آقای محمدی و جناب دکتر احمد شریعتی و سرکار خانم دکتر دولتشاهی که راهنمایی، داوری و نظارت جلسه دفاعیه را بر عهده داشته‌اند ابراز می‌دارم.

شایسته است از تمام زحمات و تلاش صادقانه استاد گرامی جناب آقای دکتر مسعود قزلباش نیز قدردانی بعمل آورم.

از تمام زحمات پدر، مادر، خواهران و برادرانم سپاسگذارم و نیز از دوستان عزیز سودابه بویری، لاله عزیزی، مریم ملکی و هایده غلامی که صادقانه‌ترین لطف را نثار زندگی من داشته‌اند نیز بسیار متشکرم.

از آقای حسن پور، سرکار خانم جباری و طارمی که کار تایپ این پایان نامه را بر عهده داشته‌اند نیز بسیار متشکرم.

چکیده:

یکی از مهمترین مسائلی که توسط فیزیکدانان مطرح شده «باز بهنجاری پذیر» نبودن گرانش کوانتومی و کوچکی ثابت گرانش نیوتن (G_N) است.

مسئله گرانش کوانتومی، نقشی اساسی در ابداع نظریه‌هایی داشته است، که برگرفته از نظریه کالوتزا - کلاین پنج بعدی است (جهان از چهار بعد اساسی تشکیل شده که بعد پنجم آنرا دایره‌ای با شعاع کوچک تشکیل می‌دهد که خود حول این چهار بعد پیچ خورده است و قابل دیدن نیست).

امروزه، اگر چه معلوم شده که مسئله گرانش کوانتومی با اتخاذ ساختارهایی در حد طول پلانک قابل حل است! اما این مسئله همچنان حل نشده باقی مانده است، زیرا هیچ نشان آزمایشگاهی قابل رویت بر تائید شکل نظریه‌ها ارائه نشده است و از طرفی اندازه ثابت گرانش نیوتن در حد مقیاسهای میلیمتری و زیر میلیمتری اندازه‌گیری نشده است.

در این مطالعات ما سعی داریم، نظریه گرانش کوانتومی ابعاد بالا را معرفی کنیم و پدیده‌های جدیدی که بر روی برهمکنشهای مدل استاندارد در حضور میدان گرانش تاثیر می‌گذارد را بررسی کنیم.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: هندسه ریمانی
۲	۱-۱- مانیفلد
۳	۲-۱- تانسور متریک - مانیفلد ریمانی
۴	۳-۱- تبدیل متریک
۵	۴-۱- هموستار
۸	۵-۱- تانسورهای انحنا و تاب
۸	۶-۱- مفهوم هندسی تانسور ریمان R:
۱۱	۷-۱- مفهوم هندسی تانسور تاب T
۱۳	۸-۱- نظریه گرانش انیشتین
۱۳	۹-۱- ذرات اسپین یک و اسپین صفر در انحنای فضا - زمان
۱۴ تانسور ممنتوم - انرژی ذرات اسپین صفر در انحنای فضا - زمان
۱۵ تانسور ممنتوم - انرژی ذرات اسپین ۱ در انحنای فضا - زمان
۱۶	۱۰-۱- اسپینورها در انحنای فضا - زمان
۱۷	فصل ۲: نظریه ابعاد اضافی کالوتزا-کلاين
۱۸	۱-۲- نظریه ابعاد اضافی
۲۰	۲-۲- نظریه کالوتزا و کلاين (kaluza- klein)
۲۲	۳-۲- تقریبهای موجود در نظریه وحدت ابعاد اضافی
۲۳	۴-۲- ساز و کار نظریه کالوتزا و کلاين
۲۴	۵-۲- معادله‌های حرکت در فضا - زمان چهار بعدی انیشتین

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
۲-۶- معادله های حرکت فضا- زمان پنج بعدی کالوتزا و کلاین	۲۶
۲-۷- شناسایی پارامتر ثابت نظریه کالوتزا و کلاین	۲۸
۲-۸- کوانتش بارالکتریکی	۲۹
۲-۹- بسط نظریه کالوتزا و کلاین به ابعاد بیش از پنج بعد	۳۲
۲-۱۰- وابستگی کمیت های فیزیکی به بعد پنج و معادله های حرکت آنها	۳۵
۲-۱۱- محاسبه تانسور ممنتوم - انرژی فضا - زمان چهار بعد $(T_{\alpha\beta})$	۴۰
فصل ۳: نظریه ابعاد اضافی ارکانی - حامد	
۳-۱- نظریه وحدت نیروهای دوگانه طبیعت	۴۴
۳-۲- نظریه ارکانی - حامد	۴۷
۳-۳- ساختار نظریه ارکانی - حامد	۴۷
۳-۴- ساختار نیروی گرانش در فضای ابعاد اضافی ارکانی - حامد	۴۸
۳-۵- رابطه بین ثابت های نیوتن $GN(4)$ و $GN(4+n)$ در مدل ارکانی - حامد	۵۱
۳-۶- استفاده از قانون گاوس بازای $L \gg r$	۵۲
۳-۷- مکانیزم فشرده سازی لاگرانژی	۵۲
۳-۸- استفاده از پتانسیل های یوکاوا (yukawa)	۵۵
۳-۹- محدوده فواصلی که گراویتون می تواند در n بعد اضافی انتشار یابد	۵۷
۳-۱۰- مقایسه بزرگی نیروی گرانش در فواصل اتمی با دیگر نیروها در نظریه ابعاد اضافی	۵۹
۳-۱۱- محاسبه نسبت نیروی گرانش ابعاد جدید به نیروی الکترومغناطیس الکترون - پروتون	۵۹
۳-۱۲- محاسبه نسبت نیروی گرانش معمولی به نیروی واندروالس	۶۰

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل ۴: نظریه ابعاد اضافی راندال و ساندروم.....	۶۴
۴-۱- ساختار نظریه راندال و ساندروم.....	۶۵
۴-۲- معادله‌های حرکت در فضا - زمان پنج بعدی رندال و ساندروم.....	۶۸
۴-۳- شناسایی ساختار تابع $\sigma(\varphi)$ در متریک راندال و ساندروم.....	۷۲
۴-۴- شناسایی ساختار پارامترهای موجود در نظریه رندال و ساندروم.....	۷۶
برداشتهای فیزیکی.....	۷۸
۴-۵- محاسبه جرم پلانک فضا - زمان چهار بعدی با استفاده از نظریه رندال و ساندروم.....	۷۸
۴-۶- ارتباط جرمهای فیزیکی در دو جهان مشهود و پنهان.....	۸۱
۴-۷- بررسی مسئله سلسله مراتب در نظریه رندال و ساندروم.....	۸۲
۴-۸- حل معادلات حرکت گراویتون‌ها در فضای رندال و ساندروم.....	۸۳
۴-۹- شکل پتانسیل موثر فضای راندال و ساندروم.....	۸۸
... شکل توابع موج معادله حرکت گراویتون‌ها در فضای پنج بعدی راندال و ساندروم.....	۹۱
۴-۱۰- شکل تابع موج گراویتون بدون جرم فضای راندال و ساندروم.....	۹۱
۴-۱۱- شکل تابع موج گراویتون‌های جرم‌دار فضای راندال و ساندروم.....	۹۳
فصل پنجم: برهمکنشهای گرانشی ذره - پادذره اسکالر در نظریه راندال - ساندروم.....	۹۶
۱-۵- برهمکنشهای گرانشی.....	۹۷
۲-۵- هامیلتونی برهمکنش ماده با گراویتون در فضا - زمان پنج بعدی راندال و ساندروم.....	۹۸
۳-۵- قانونهای فایمن.....	۱۰۱
۴-۵- دامنه گذار برهمکنشهای گرانشی راندال و ساندروم.....	۱۰۳

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱۰۵	۵-۵- دیاگرامهای فایمن
۱۰۶	۵-۶- سطح مقطع برخورد برهمکنش $\phi\phi^* \rightarrow \gamma G$
۱۱۱	پیوست A
۱۱۴	پیوست B
	مراجع
	واژه نامه انگلیسی - فارسی

فصل اول:

هندسه ریمانی

هندسه ریمانی

در این فصل برخی از مفاهیم اساسی هندسه ریمانی و مروری بر نسبت عام انیشتین و نیز برهمکنشهای مربوط به ذرات اسپین صفر و اسپین ۱ در حضور میدان گرانشی را ارائه خواهیم داد که برگرفته از فصل هفتم کتاب M.Nakahara, Geometry, Topology and physics می باشد، و در فصلهای آتی از آنها استفاده خواهیم کرد.

۱-۱- مانیفلد

مانیفلد تعمیم ایده های آشنای ما درباره منحنی ها و سطوحها به اشیایی با بعد دلخواه می باشد، به طور کلی مانیفلد یک فضای توپولوژیکی است که به طور موضعی هم ارز با R^m می باشد و به عبارتی همسایگی هر نقطه از مانیفلد M هم ریخت با R^m می باشد.

بر روی مانیفلد M به ترتیب می توان تابع (f) ، منحنی (c) ، بردار،... را مطابق زیر تعریف کرد.

تابع: یک تابع f روی مانیفلد M عبارت است از یک نگاشت دیفرانسیل پذیر (تابع f بینهایت بار مشتق پذیر باشد) از M به مجموعه اعداد حقیقی R یا مختلط (\mathcal{C})

منحنی: یک منحنی باز در یک مانیفلد M عبارت است از نگاشت $c: (a,b) \rightarrow M$ که (a,b) عبارت است از یک بازه باز از اعداد حقیقی

بردار: در روی یک مانیفلد M یک بردار به عنوان یک بردار مماس بر یک منحنی واقع در آن مانیفلد تعریف می شود. برای تعریف یک بردار مماس ما احتیاج به یک منحنی $c: (a,b) \rightarrow M$ و یک تابع $f: M \rightarrow R$ داریم.

مشتق جهتی تابع f در راستای منحنی $c(t)$ در $t=t_0$ عبارت است از:

$$\left. \frac{df}{dt} (c(t)) \right|_{t=t_0} = \left. \frac{\partial f}{\partial x^\mu} (dx^\mu(c(t))/dt) \right|_{t=t_0} \equiv x[f]$$

به عبارت دیگر می توان مشتق جهتی را با اعمال عملگر X بر روی تابع f بدست آورد که X

عبارت از

$$x = x^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu}, \quad \dot{x}^\mu = dx^\mu (c(t))/dt \quad |_{t=t_0}$$

به مجموعه x ها که تمام خواص یک فضا برداری را دارند فضای مماس و به هر x یک بردار می‌گویند.

فضای مماس در یک نقطه مانند p را با $T_p M$ نمایش می‌دهند. بردارها پایه این فضا را با $e_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ نمایش می‌دهند و به مجموعه آنها $\{e_\mu\}$ پایه‌های مختصاتی گفته می‌شود.

برای هر فضای برداری مماس یک فضای برداری دوگان وجود دارد که با اثر بر روی فضای مماس، فضای اعداد حقیقی را می‌دهد. چنین فضایی را فضای برداری هم مماس می‌گویند که آنرا با $T^*_p M$ نمایش می‌دهند پایه‌های این فضا را dx^μ ها تشکیل می‌دهند و هر عضو این فضا به صورت یک - فرم مطابق $W = W_\mu dx^\mu$ تعریف می‌شود.

برای هر بردار V و هر یک - فرم W ضرب داخلی به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\langle W, V \rangle \equiv w_\mu V^\mu \langle dx^\mu, \partial_\nu \rangle = w_\mu V^\nu \delta^\mu_\nu = w_\mu V^\mu$$

تانسور: یک تانسور از مرتبه (q, r) یک شیء هندسی چند خطی است که r تا بردار از فضای مماس $(T_p M)$ و q تا یک فرم از فضای هم مماس $(T^*_p M)$ را به یک عدد نگاشت دهد. هر عنصر تانسوری را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم

$$T = T^{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q}_{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_r} \frac{\partial}{\partial x^{\mu_1}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu_2}} \dots \frac{\partial}{\partial x^{\mu_q}} dx^{\nu_1} dx^{\nu_2} \dots dx^{\nu_r}$$

با توجه به تعریف تانسور، واضح است که هر بردار یک تانسور از مرتبه $(1, 0)$ و هر یک - فرم یک تانسور از مرتبه $(0, 1)$ می‌باشد.

۱-۲- تانسور متریک - مانیفولد ریمانی

گفتیم که هر مانیفولد یک فضای توپولوژیک است که بطور موضعی هم ارز با R^m می‌باشد

اکنون می‌توان این پرسش را مطرح کرد که فاصله بین دو نقطه در یک مانیفولد به چه صورت باید محاسبه شود؟ برای تعریف فاصله بین دو نقطه در یک مانیفولد احتیاج به یک ساختار اضافی بنام «متریک» داریم که تعمیم طبیعی حاصلضرب داخلی بین دو بردار در R^m می‌باشد.

تانسور متریک: در هر نقطه دلخواه (p) از مانیفولد M ، «متریک ریمانی»، یک میدان تانسوری (g) از مرتبه (۲، ۰) است که در شرایط زیر صدق می‌کند.

$$(1) \text{ بازای هر } V, u \text{ متعلق به } T_{pM}, \quad g_p(u, v) = g_p(v, u)$$

$$(2) \text{ بازای هر } u \text{ متعلق به } T_{pM}, \quad g_p(u, v) \geq 0 \text{ (مساوی هنگامی برقرار است که } u=0 \text{ باشد)}$$

نمایش مختصاتی تانسور متریک در پایه‌های مختصاتی بصورت زیر است.

$$g_p = g_{\mu\nu}(p) dx^\mu \otimes dx^\nu$$

که با توجه به خاصیت (۱) داریم: $g_{\mu\nu}(p) = g_{\nu\mu}(p)$

فاصله ds بین دو نقطه مجاور بر روی یک مانیفولد براساس تانسور متریک مطابق ذیل بدست می‌آید

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

تانسور $g_{\mu\nu}$ به عنوان یک ماتریس متقارن با ویژه مقادیر حقیقی بر دو نوع است. اگر تمام ویژه مقادیر ماتریس متریک مثبت باشد آنرا «متریک ریمانی» می‌گویند و چنانکه بعضی از این مقادیر منفی باشند آنرا متریک «شبه ریمانی» می‌گویند و چنانکه تنها یک ویژه مقدار منفی داشته باشد آنرا متریک «لورنتسی» می‌گویند.

متریک ریمانی g با عناصر قطری $(1, \dots, 1)$ $\delta = \text{diag}$ را متریک اقلیدوسی و متریک

لورنتسی با عناصر قطری $(-1, 1, \dots, 1)$ $\eta =$ را متریک مینکوفسکی می‌گویند.

۱-۳- تبدیل متریک

اگر مولفه‌های تانسور متریک را در مختصات x^μ داشته باشیم و بخواهیم تانسور متریک را بر

حسب مختصات دیگری از جمله y تعریف کنیم باید در نظر بگیریم که به صورت زیر به dy^λ ها تبدیل می شوند.

$$dx^\nu = \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\lambda} dy^\lambda$$

آنگاه اگر مولفه های متریک در مختصات x^μ را با $g_{\mu\nu}$ و در مختصات y^ν با $\tilde{g}_{k\lambda}$ نشان دهیم بین این دو مولفه روابط زیر وجود دارد.

$$dx^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial y^k} dy^k$$

$$g = g_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial y^k} \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\lambda} dy^k \otimes dy^\lambda$$

$$g = \tilde{g}_{k\lambda} dy^k \otimes dy^\lambda \rightarrow \tilde{g}_{k\lambda} = g_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial y^k} \frac{\partial x^\nu}{\partial y^\lambda}$$

رابطه فوق نحوه تبدیل متریک را از یک مختصات به مختصات دیگر نشان می دهد.

۱-۴- هموستار

برای تعیین اینکه یک بردار به چه صورت در طول یک منحنی انتقال موازی می یابد احتیاج به تعریف یک ساختار خارجی بر روی مانیفولد داریم که به آن «هموستار» می گویند.

هموستار آفین (∇)

هموستار (∇) یک نگاشت بصورت $\nabla : \Psi(M) \otimes \Psi(M) \rightarrow \Psi(M)$ می باشد که $\psi(M)$ مجموعه میدانهای برداری روی مانیفولد M می باشند. در تعریف چنین نگاشتی روابط ذیل برآورده می شوند

$$\nabla_x (y+z) = \nabla_x y + \nabla_x z$$

$$\nabla_{(x+y)} Z = \nabla_x Z + \nabla_y Z$$

$$\nabla_{(fx)} y = f \nabla_x y$$

$$\nabla_x (fy) = x[f]y + f \nabla_x y$$

که f تابع تعریف شده روی مانیفد M است و $X, Y, Z \in \psi(M)$ می باشد.

از هموستار ∇ در تعریف انتقال موازی یک بردار بر روی مانیفد M می توان استفاده کرد. در

انتقال موازی یک بردار از نقطه x به $x + \Delta x$ چنانکه $\bar{V} |_{x+\Delta x}$ انتقال موازی بردار $V |_x$ باشد

در آن صورت با استفاده از تعریف انتقال یک بردار باید به ترتیب شرایط ذیل برآورد شود.

انتقال بردار صفر خود بردار صفر شود. $\bar{0} = 0$.

اختلاف دو بردار انتقال یافته متناسب با تغییر مکان دو بردار باشد. $\bar{V}_\mu(x + \Delta x) - V^\mu(x) = \alpha \Delta x^\mu$

انتقال موازی مجموع دو بردار به صورت مجموع انتقال یافته هر یک از دو بردار باشد

$$\overline{(V^\mu + W^\mu)}(x + \Delta x) = \bar{V}^\mu(x + \Delta x) + \bar{W}^\mu(x + \Delta x)$$

با استفاده از سه شرط فوق و رعایت قانون جمع اندیسیها خواهیم داشت:

$$\bar{V}^\mu(x + \Delta x) = V^\mu(x) - \Gamma_{\nu\lambda}^\mu(x) V^\lambda(x) \Delta x^\nu$$

$\Gamma_{\nu\lambda}^\mu$ موجودی سه اندیسی است که در نتیجه تعریف انتقال موازی یک بردار حاصل شده و به

صورت یک تانسور به گونه ای عمل می کند که باعث ثابت ماندن نرم بردار در نتیجه انتقال موازی

می شود و به آن «ضریب هموستار» می گویند.

اثر ∇ روی بردارهای پایه به صورت زیر تعریف می شود.

$$\nabla_\nu e_\mu \equiv \nabla_{e_\nu} e_\mu = e_\lambda \Gamma_{\nu\mu}^\lambda$$

$$\nabla_\mu dx^\nu \equiv -\Gamma_{\mu\lambda}^\nu dx^\lambda$$

که با استفاده از تعریف اثر ∇ بر روی بردارهای پایه می توان اثر آنرا روی هر میدان برداری دلخواه

بدست آورد.

$$\nabla_\nu w = V^\mu \left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} w^\lambda + w^\nu \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \right) e_\lambda$$

آز آنجائیکه ∇_x معنی مشتق گیری می دهد، می توانیم مشتق هموردای یک تابع دلخواه مانند f را به