



دانشکده فنی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی هوافضا

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش مهندسی فضایی

عنوان

هدایت شبه‌بهینه مبتنی بر تکنیک اغتشاشات تکین برای
حامل ماهواره

نگارش

امیر توکلی

اساتید راهنما

دکتر مهران میرشمس دکتر جعفر روشنی‌یان

استاد مشاور

مهندس مهدی نیکو سخن لامع

شهریورماه 1389

The image displays a large, dynamic black calligraphic composition on a white background. The upper portion of the design features the name of Allah, "الله", written in a flowing, cursive style with thick, expressive strokes. Below this, the name of Muhammad, "محمد", is written in a similar, though slightly more structured, cursive script. The entire design is rendered in a bold, high-contrast black ink, creating a sense of movement and energy through the fluid lines and varying stroke widths.

به نام حضرت دوست که هر چه هست از اوست

تقدیم به پدر و مادرم

که آغازین کلمات را به جانم زمزمه کردند

تا امروز این کلمات از قلم جاری شود

تا شاید از این بی‌انتها چشمانم گشوده گردد.

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی هوافضا

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

تاییدیه هیئت داوران

عنوان: هدایت شببه‌بھینه مبتنی بر تکنیک اغتشاشات تکین برای حامل ماهواره

نگارش: امیر توکلی

از این پایان نامه در تاریخ 89/6/13 در مقابل هیئت

داوران دفاع شد و مورد تأیید قرار گرفت.

کمیته ممتحنین:

امضاء	دکتر مهران میرشمیس	استاد راهنما
امضاء	دکتر جعفر روشنی‌یان	
امضاء	مهندس مهدی نیکو سخن	استاد مشاور
امضاء	دکتر علیرضا نوین‌زاده	استاد ممتحن داخلی
امضاء	دکتر مهران نصرت‌اللهی	استاد ممتحن خارجی
امضاء	دکتر امیرعلی نیکخواه	نماینده تحصیلات تکمیلی

اطهارنامه دانشجو

عنوان: هدایت شبه‌بهینه مبتنی بر تکنیک اغتشاشات تکین برای حامل ماهواره

نگارش: امیر توکلی

اساتید راهنما: دکتر مهران میرشمیس

دکتر جعفر روشنی‌یان

اینجانب امیر توکلی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی هوافضا گرایش مهندسی فضایی دانشکده مهندسی هوافضای دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات انجام شده در پایان‌نامه با عنوان هدایت شبه‌بهینه مبتنی بر تکنیک اغتشاشات تکین برای حامل ماهواره با راهنمایی اساتید محترم جناب آقای دکتر میرشمیس و جناب آقای دکتر روشنی‌یان، توسط اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده مورد تایید می‌باشد و در موارد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. بعلاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ‌جا ارائه نشده و در تدوین متن پایان‌نامه، چارچوب مصوب دانشگاه رعایت شده است.

امیر توکلی

89/6/13

حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی است و سایر اشخاص حقیقی یا حقوقی تنها با داشتن مجوز کتبی حق بهره‌برداری از آن را خواهند داشت. همچنین کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه، اقتباس و نظایر آن در محیط‌های مختلف برای صاحب اثر محفوظ است و تنها با موافقت نویسنده مجاز می‌باشد. استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه و همچنین نقل مطالب بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

تشکر و قدردانی

اکنون که به لطف و عنایت خداوند تبارک و تعالی این پروژه به پایان رسیده، بر خود لازم می‌دانم از زحمات عزیزانی که در انجام این پروژه مرا یاری نمودند، تشکر و قدردانی کنم. از کلیه اعضاي خانواده‌ام که با صبر و بردباری خویش باعث دلگرمی این حقیر می‌شدند، کمال تشکر را دارم. همچنین از زحمات استادان ارجمند، جناب آقای دکتر میرشمیس و جناب آقای دکتر روشنی‌یان که این پروژه را تعریف و هدایت نمودند، سپاسگزاری می‌کنم. همچنین از جناب آقای مهندس نیکوسخن لامع که به عنوان استاد مشاور در این پروژه، زحمات بی‌دریغی را در پیشرفت پروژه انجام دادند، کمال تشکر را دارم که بدون مساعدت ایشان، انجام این پروژه میسر نبود. از خداوند متعال برای همه این عزیزان، سعادت، سر بلندی و سرافرازی مسئلت دارم.

هدایت شبه‌بهینه مبتنی بر تکنیک اغتشاشات تکین برای حامل ماهواره

چکیده

در این تحقیق، یک قانون هدایت شبه‌بهینه با استفاده از تئوری اغتشاشات تکین، برای هدایت یک موشک حامل ارائه شده است. برای به دست آوردن این قانون هدایت، ابتدا مسیر یک موشک حامل با استفاده از تعریف ورودی کنترلی به صورت یک تابع پارامتری با توابع مختلف خطی، اسپلاین و بزییر طراحی و توسط الگوریتم ژنتیک، مصرف سوخت آن بهینه‌سازی شده است که منجر به طراحی هدایت حلقه باز براساس برنامه فراز برای اراضی قیود اتمسفری و سازه‌ای شده است. در گام بعدی، تئوری اغتشاشات تکین در مورد یک مسئله هدایت حامل ماهواره پیاده‌سازی شده و یک هدایت حلقه بسته برای جبران اغتشاشات اتمسفری و عدم قطعیت پارامترها به دست آمده است. در این روش، معادلات حالت به دو دسته کند و تند تقسیم می‌شوند. حل حالت‌های کند، منجر به بهینه‌گی مسیر شده که با تعداد معادلات کمتری این امر اتفاق می‌افتد که در این بخش، از منحنی بزییر برای تولید مسیر بهینه استفاده شده است. حل حالت‌های تند نیز با استفاده از تئوری خطی‌سازی پس‌خور منجر به یک کنترل کننده شده است که حل بهینه خارجی را تعقیب می‌کند. نتایج ارزیابی‌ها نشان می‌دهند که این قانون هدایت، در مقابل اغتشاشات مقاوم است و علاوه بر بهینه‌گی قانون هدایت به دست آمده، شرایط تزریق مداری، حتی در حضور عدم قطعیت‌ها نیز را محقق می‌سازد.

کلمات کلیدی: هدایت حلقه بسته، حامل فضایی، تکنیک اغتشاشات تکین، خطی‌سازی پس‌خور، بهینه‌سازی مسیر، الگوریتم ژنتیک، توابع بزییر و اسپلاین.

صفحه

فهرست عناوین

1.....	1 مقدمه
4.....	1.1 پیشینه تحقیقات انجام شده
6.....	1.1.1 مسائل بازگشت به جو
7.....	2.1.1 موشک ها
9.....	3.1.1 شاتل فضایی
10.....	4.1.1 وسایل ابرصوت
11.....	5.1.1 انتقال مداری
11.....	2.1 اهداف و نوآوری های پایان نامه
12.....	3.1 ساختار پایان نامه
14.....	2 روش اغتشاشات تکین
14.....	1.2 فرموله کردن مسئله و تئوری های پایه
17.....	2.2 تحلیل پایداری لایه مرزی
17.....	3.2 حل مسئله اغتشاشات تکین بر مبنای روش بسط مجانبی تطبیق یافته
18.....	1.3.2 مسئله خارجی
18.....	2.3.2 مسئله لایه مرزی ابتدایی
19.....	3.3.2 مسئله لایه مرزی پایانی
20.....	4.3.2 یکنوازی جواب های مسئله پیشرو
22.....	3 الگوریتم بهینه سازی ژنتیک
26.....	1.3 انتخاب متغیرها و تابع هزینه
26.....	2.3 رمزگذاری (Encoding) و رمزبرداری (Decoding) متغیرها
27.....	3.3 جمعیت
28.....	4.3 انتخاب طبیعی
29.....	5.3 انتخاب
30.....	6.3 جفتگیری
31.....	7.3 جهش و تحول
31.....	8.3 همگرایی
35.....	4 طراحی مقید مسیر
38.....	1.4 مدل ریاضی حامل فضایی
41.....	2.4 تعریف مسئله بهینه سازی
42.....	3.4 پارامتریزه کردن فرمان زاویه فراز

43	منحنی اسپلاین	1.3.4
43	منحنی بزیر	2.3.4
44	پارامترهای الگوریتم ژنتیک	4.4
47	نتایج بهینه‌سازی	5.4
58	پیاده‌سازی تئوری اغتشاشات تکین	5
61	حل مسئله دوبعدی با استفاده از راهکار SPaTS	1.5
64	حل خارجی	2.5
70	حل داخلی با خطی‌سازی پس‌خور	3.5
72	نتایج شبیه‌سازی	4.5
80	نتیجه‌گیری و پیشنهادات	6
82	انتشارات نویسنده	
83	منابع و مراجع	

صفحه

فهرست اشکال

25.....	شکل 1.3 فلوچارت یک الگوریتم ژنتیک باینری.....
30.....	شکل 2.3 فرآیند جفت‌گیری دو والد که منجر به تولید دو فرزند می‌شود.....
38.....	شکل 1.4 نیروهای وارد به حامل فضایی.....
39.....	شکل 2.4 پروفایل ضرب نیروی پسا بر حسب ماخ و زاویه حمله.....
49.....	شکل 3.4 مقایسه بارمفید روش‌های مختلف.....
50.....	شکل 4.4 مقایسه اختلاف زاویه مسیر پرواز، سرعت و ارتفاع نهایی با مقادیر مطلوب تزریق مداری ($\Delta\gamma_f, \Delta v_f, \Delta h_f$) برای روش‌های مختلف.....
50.....	شکل 5.4 جرم بر حسب زمان.....
51.....	شکل 6.4 ارتفاع بر حسب زمان.....
51.....	شکل 7.4 سرعت بر حسب زمان.....
52.....	شکل 8.4 زاویه مسیر پرواز بر حسب زمان.....
52.....	شکل 9.4 زاویه حمله بر حسب زمان.....
53.....	شکل 10.4 زاویه فراز بر حسب زمان.....
53.....	شکل 11.4 نیروی پیشران بر حسب زمان.....
54.....	شکل 12.4 ارتفاع بر حسب برد.....
54.....	شکل 13.4 قید $\alpha \cdot q$ بر حسب زمان.....
55.....	شکل 14.4 قید q بر حسب زمان.....
55.....	شکل 15.4 مقایسه زاویه حمله به دست آمده از بزییر با زاویه حمله موجود در مرجع [41].....
56.....	شکل 16.4 مقایسه زاویه مسیر پرواز به دست آمده از بزییر با زاویه مسیر پرواز موجود در مرجع [41].....
56.....	شکل 17.4 مقایسه ارتفاع به دست آمده از بزییر با ارتفاع موجود در مرجع [41].....
57.....	شکل 18.4 مقایسه قید $\alpha \cdot q$ به دست آمده از بزییر با قید $\alpha \cdot q$ موجود در مرجع [41].....
59.....	شکل 1.5 نمایش شماتیک تغییرات مودهای تند و کند در فضای حالت 4 بعدی.....
73.....	شکل 2.5 مقایسه سرعت در بازه‌های زمانی مختلف در روش تکه‌ای.....
73.....	شکل 3.5 مقایسه بارمفید در بازه‌های زمانی مختلف در روش تکه‌ای.....
75.....	شکل 4.5 ارتفاع بر حسب زمان در شرایط نامی.....
75.....	شکل 5.5 سرعت بر حسب زمان در شرایط نامی.....
76.....	شکل 6.5 زاویه مسیر پرواز بر حسب زمان در شرایط نامی.....
76.....	شکل 7.5 زاویه فراز بر حسب زمان در شرایط نامی.....
77.....	شکل 8.5 زاویه حمله بر حسب زمان در شرایط نامی.....
77.....	شکل 9.5 مسیر هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای عدم قطعیت نیروی پیشran.....
78.....	شکل 10.5 سرعت هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای عدم قطعیت نیروی پیشran.....

78.....	شکل 11.5 زاویه مسیر پرواز هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای عدم قطعیت نیروی پیشran.
79.....	شکل 12.5 زاویه فراز هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای عدم قطعیت نیروی پیشran.
79.....	شکل 13.5 زاویه حمله هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای عدم قطعیت نیروی پیشran.

صفحه

فهرست جداول

23.....	جدول 1.3 مقایسه الگوریتم ژنتیک با الگوریتم کلاسیک.
40.....	جدول 1.4 مشخصه‌های حامل فضایی.
45.....	جدول 2.4 معیارهای توقف الگوریتم ژنتیک.
45.....	جدول 3.4 تنظیمات قیود مسئله.
47.....	جدول 4.4 پارامترهای اصلی الگوریتم ژنتیک.
48.....	جدول 5.4 شرایط نهایی روش‌های بهینه‌سازی.
48.....	جدول 6.4 جدول بهینه‌گی و شرایط مرزی روش‌های مختلف نسبت به روش بزیر مرتبه 9
70.....	جدول 1.5 پارامترهای بهینه‌شده ارتفاع.
72.....	جدول 2.5 مقایسه روش یکپارچه و تکه‌ای.
74.....	جدول 3.5 مشخصه‌های هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای شرایط نامی.
74.....	جدول 4.5 مشخصه‌های هدایت حلقه باز و بسته به‌ازای شرایط غیرنامی.

فهرست علائم و اختصارات

$N(KN)$	نیروی پسا	D
$N(KN)$	نیروی برآ	L
$N(KN)$	نیروی پیشران	T
m/s	اندازه سرعت	v
$m(km)$	فاصله از مرکز زمین تا مرکز جرم موشک	r
deg	زاویه مسیر	γ
$kg(ton)$	جرم حامل فضایی	m
s^{-1}	ضربه ویژه موتور	I_{sp}
deg	زاویه Pitch و یا زاویه فراز	θ
$m^3 s^{-2}$	ثابت جهانی گرانش	μ
$N(KN)$	نیروی پیشران در خلا	T_{vac}
m^2	مساحت نازل خروجی موتور	A_e
N/m^2	فشار محیط	P_a
m^2	سطح مرجع آیرودینامیکی	s_{ref}
m/s^2	شتاب گرانش	g_e
N/m^2	فشار دینامیکی	q
deg	زاویه حمله	α
kg/m^3	دانسیته هوا	ρ_a

C_L	ضریب نیروی برآ
C_{L_α}	مشتق ضریب نیروی برآی ناشی از زاویه حمله
L_α	مشتق نیروی برآی ناشی از زاویه حمله
M	عدد ماخ
T_a	دمای اتمسفر
a	نرخ کاهش دما با ارتفاع
R	ثابت جهانی گاز
r_e	شعاع زمین
m_s	جرم سازه حامل فضایی
m_f	جرم سوخت حامل فضایی
m_p	جرم بار محموله
t_s	زمان جدایش مرحله اول از مرحله دوم
n	تعداد اسپلاین و یا مرتبه تابع بزییر
s	شیب نقاط گره اسپلاین و یا بزییر
E	انرژی مخصوص
ϵ	پارامتر اغتشاشات تکین
η	تنظیم میزان نیروی پیشران
k_p	بهره تناسبی کنترل
k_d	بهره دیفرانسیلی کنترل
e	خطای تعقیب ارتفاع

نرخ تغییرات خطای تعقیب ارتفاع $\dot{\theta}$

بالانویس

جواب خارجی سیستم 0

مسئله لایه مرزی ابتدایی $i1$

مسئله لایه مرزی پایانی $i2$

زیرنویس

سیستم لایه مرزی b

حل خارجی سیستم و یا حل مرتبه صفرم مسئله 0

حالتهای کند مسئله s

۱ مقدمه

حل مسائل کنترل بهینه به دو روش کلی برنامه‌ریزی دینامیکی و اصل می‌نیمم‌سازی پانتریاگین امکان‌پذیر می‌باشد. در روش مبتنی بر اصل می‌نیمم‌سازی پانتریاگین، مسئله کنترل بهینه به یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای^۱ تبدیل می‌شود که در این راستا، شاخه‌ای از علم ریاضیات به نام حساب تغییرات نقش اساسی را ایفا می‌کند. در راستای حل مسائل مقدار مرزی و نقطه‌ای دو روش کلی موجود می‌باشد که تحت عنوان روش‌های مستقیم و غیرمستقیم مشهورند. در روش حل مستقیم، مسئله کنترل بهینه در فضای توابع، تبدیل به یک مسئله گسسته ریاضیاتی شده و با استفاده از ضرایب لاگرانژ قیود موجود در مسئله، تعدادی معادلات غیرخطی بدست می‌آید که از روش‌هایی نظیر روش نیوتون تعمیم‌یافته قابل حل هستند [۱]. در روش‌های غیرمستقیم معادلات به دست آمده از روش حساب تغییرات که مشهور به مسئله مقدار مرزی هامیلتونی هستند، توسط روش‌هایی نظیر نزول سریع^۲ حل می‌شود. مشکل اصلی در این روش‌ها، حساسیت به حدس اولیه مجھولات است که می‌تواند به ناپایداری در حل منجر شود.

این نکته واضح است که هر چه تعداد متغیرهای حالت در سیستم هامیلتونی کاهش یابد، فرآیند حل مسئله ساده‌تر خواهد شد و در حالی که یک متغیر حالت وجود دارد، این مسئله به پیداکردن اکسترمم یک تابع کاهش خواهد یافت. لذا چنان‌چه بتوان مرتبه یک سیستم را به نحوی کاهش داد، فرآیند محاسباتی دستیابی به جواب بهینه نیز کاهش می‌یابد.

یک راهکار طبیعی و عملی در این زمینه، جداسازی متغیرهای حالت بر اساس سرعت پاسخ‌دهی به ورودی‌های سیستم است که این جداسازی و تبدیل آن به زیرسیستم‌ها، به جداسازی زمانی یا شناسایی مقیاس‌های زمانی مشهور می‌باشد. اساس جداسازی مقیاس‌های زمانی، سرعت پاسخ‌گویی متغیرهای سیستم به ورودی‌ها است که با توجه به آن متغیرها را در دو دسته سریع و آهسته طبقه‌بندی می‌کنند.

¹ Two Point Boundary Value Problem

² Steepest Descent

شناسایی ساختار مقیاس‌های زمانی در سیستم‌های دینامیکی روال مشخصی ندارد و روش کلی که برای همه موارد جوابگو باشد، تاکنون ارائه نشده و روش‌های موجود عموماً به صورت خاص و موضوعی عمل می‌کنند. در سیستم‌های خطی ثابت با زمان¹ ساختار مقیاس‌های زمانی با توجه به مقدادیر و بردارهای ویژه قابل شناسایی است. در خصوص سیستم‌های غیرخطی، روال شناسایی کلی در این زمینه ارائه نشده و عموماً آنچه در این زمینه تاکنون انجام پذیرفته، متکی بر درک فیزیکی عمیق از ساختار سیستم موردنظر و تجربیات بوده است که عموماً با فرضیات و ساده‌سازی‌های خاصی همراه بوده و منحصر به استفاده‌های خاصی نیز می‌شوند. همچنین این روشها در سیستم‌های با ابعاد کم کاربرد دارند و در مورد سیستم‌های پیچیده و با ابعاد وسیع عملاً کاربرد ندارد. بهمین منظور و برای ایجاد یک روش عمومی به منظور شناسایی ساختار مقیاس‌های زمانی در سیستم‌های پیچیده، کارها و اقداماتی زیادی انجام شده و یا در حال انجام است.

مهمترین دستاوردهای فرآیند شناسایی و دسته‌بندی متغیرهای سیستم به زیرسیستم‌های سریع و آهسته، کاهش مرتبه سیستم دینامیکی است و این کاهش مرتبه بررسی عملکرد و طراحی سیستم‌های کنترلی را به مراتب از حالت اولیه ساده‌تر خواهد نمود. به عنوان مثال در سیستم‌های هوافضایی که بحث اصلی این تحقیق نیز پیرامون آن می‌باشد، فرض اینکه حرکات وضعی سیستم به مراتب سریعتر از حرکات انتقالی آن است، می‌تواند فرض معقولی باشد. بنابراین متغیرهای وضعیتی می‌توانند به عنوان کنترل برای حرکات انتقالی لحاظ شوند که این کار به طور قابل ملاحظه‌ای مرتبه سیستم را کاهش داده و در فرآیند تدوین قوانین هدایت و کنترل، سهولت بسیاری را در کنار دقت مطلوب، به همراه خواهد داشت.

بعد از شناسایی ساختار لایه‌های دینامیکی سیستم و تعیین زیرسیستم‌های سریع و آهسته آن، تحلیل مسئله از طریق روش‌های اغتشاشات تکین قابل انجام است.

آغاز کاربرد تئوری اغتشاشات تکین و مقیاس‌های زمانی² (SPaTS) در مسائل دینامیک پرواز به کارهای کلی در اوایل دهه 70 میلادی بر می‌گردد و نخستین بار از این تئوری، در مسائل بهینه عملکرد

¹ Linear Time Invariant (LTI)

² Singular Perturbation and Time Scale

هوایپیماها و راکتها در مانورهای صفحه‌ای و سه بعدی (با پیشنهاد استفاده از پارامتر کوچک و مصنوعی ۶ به منظور ایجاد ساختار قابل تحلیل از روش اختشاشات تکین)، استفاده شد [2].

در ادامه، کوشش‌ها و تلاش‌ها در زمینه استفاده از تئوری SPaTS در زمینه مسائل مربوط به دینامیک پرواز جلوه‌ای خاص به خود گرفت. در سال ۱۹۷۶، مقاله‌ای مبنی بر حل مسئله کمترین زمان اوج‌گیری برای هوایپیمای F4 در صفحه قائم توسط روش MAE^1 ارائه شد [3] و در سال ۱۹۷۸ مقاله دیگری در زمینه استفاده از تئوری SPaTS در مسائل دینامیک پرواز به صورت یک گزارش در ناسا ارائه شد. در همین سال، Breakwell اولین تلاش را در زمینه معرفی پارامتر طبیعی ۶ به جای مقدار مجازی انجام داد [4] و مسئله کمترین زمان اوج‌گیری در پرواز را با فرض کوچک بودن مقدار پسا در مقابل نیروی برآ، در شرایط خاص فرض شده خود، حل کرد. در ادامه مطالعات گستردگی در زمینه SPaTS، مسائل جدیدی از جمله بهدست آوردن فرامین کنترلی مدار بسته در حالت پرواز در صفحه قائم مطرح شد [5]. در حقیقت دهه ۷۰ آغاز شکوفایی کاربرد تئوری SPaTS در علم مکانیک پرواز بود و بعد از آن بود که تلاش‌های گستردگی توسط محققان این علم و در زمینه‌های مختلفی نظریه هدایت و کنترل، طراحی سیستم‌های کنترل پرواز دیجیتال، مانورهای بین سیاره‌ای ماهواره‌ها، آنالیز و کنترل فرآیندهای ورود به جو وسایل پرنده نظریه شاتل، انتقال مداری ماهواره‌ها و اخیراً در زمینه رباتیک فضایی صورت گرفته است و در حال دنبال شدن می‌باشد.

از مزایای این روش می‌توان به پیاده‌سازی ساده و قابلیت پیاده‌سازی برای اکثر وسایل پرنده، دقت نسبی بالا در عین ساده‌سازی‌های موردنظر در روند اجرا، کوتاهی زمان اجرا و کاستن از موارد بروز خطأ همانند انگرال‌گیری‌های پیچیده اشاره نمود. همچنین این روش دارای معایبی است که مهمترین آن‌ها، ارائه جواب نزدیک بهینه² (نه کاملاً بهینه) برای مسائل و وجود ساده‌سازی‌هایی (برخی خطی سازی‌ها) که گاه‌آماً موجب بروز خطاهای زیادی در پاسخ نهایی می‌شود.

¹ Matched Asymptotic Expansion

² Near Optimal

1.1 پیشینه تحقیقات انجام شده

اغتشاشات تکین برای اولین بار در تئوری لایه مرزی¹ در دینامیک سیال (شاره‌ها) توسط Prandtl مطرح شد [6], [7]. در روسیه و به خصوص در دانشگاه ایالتی مسکو، تحقیقات چشمگیری بر روی نظریه اغتشاشات تکین و همچنین کاربرد آن در معادلات دیفرانسیلی معمولی آغاز شد و توسط Tikhonov و Vasileva توسعه یافت [6].

با گذشت زمان، روش اغتشاشات تکین وارد بحث‌های کنترلی شد و Sannuti و Kokotovic از اولین کسانی بودند که به بررسی کاربرد تئوری اغتشاشات تکین در کنترل بهینه، چه در حالت حلقه باز² که منجر به مسائل مقادیر مرزی دو نقطه‌ای³ و چه در حالت حلقه بسته⁴ که سبب ایجاد معادلات ریکاتی می‌شود، پرداختند [6], [8], [9].

مسائل اغتشاشات تکین در بسیاری از زمینه‌های کاربردی ریاضیات، مهندسی و علوم زیستی از قبیل دینامیک سیالات، سیستم‌های الکتریکی و الکترونیکی، سیستم‌های قدرت الکتریکی، سیستم‌های هوافضایی، راکتورهای هسته‌ای، زیست‌شناسی و بومی‌شناسی دارای کاربردهای فراوانی می‌باشد. همچنین تحلیل اغتشاشات تکین در مکانیک پرواز ارتباط زیادی با مفاهیم تقریب حالت انرژی⁵ دارد که اولین بار توسط Kaiser در سال 1944 بیان شد. در ادامه آن و در سال 1970، Kelley و Edelbaum از این تئوری در سیستم‌های هوافضایی استفاده کردند [6], [10].

در اوایل سال 1970، از تئوری اغتشاشات تکین برای مسائل بهینه‌سازی مسیر هوایپیماها استفاده کردند و بعدها برای یک سیستم دو وضعیته⁶ و کنترل صفحه افقی⁷ یک راکت مورد مطالعه قرار گرفت [11]. Kelley تحقیقات فراوانی را در مورد کاربرد تئوری اغتشاشات تکین در بهینه‌سازی مسیر هوایپیما ارائه

¹ boundary layer

² Open-Loop

³ two-point boundary value

⁴ Closed-Loop

⁵ energy-state approximation

⁶ two-state

⁷ Horizontal Plane Control