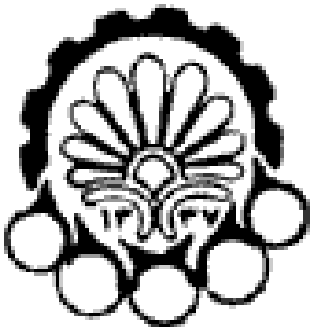


دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسي صنايع

پايان نامه کارشناسي ارشد

مهندسي سيستم هاي اقتصادي و اجتماعي

استفاده از آنالیز مقادیر ویژه برای مدل های غیر خطی ازطریق بسط سری تیلور

نگارش

نوید امینی فرد

استاد راهنما

دکتر ابوالفضل قائمی

استاد مشاور

دکتر عباس سیفی

دیماه ۸۷

بسمه تعالي

تاريخ:
شماره:

معاونت پژوهشي
فرم پروژه تحصيلات تكميلي ۷

دانشگاه صنعتي اميركبير
(پلي‌تكنيك تهران)

فرم اطلاعات پايان‌نامه كارشناسي- ارشد و دكترا

مشخصات دانشجو:

نام و نام خانوادگي:نويد امينی فرد ●دانشجوي آزاد ○بورسيه ○ معادل
شماره دانشجوئي:۸۵۱۲۵۰۵۷ دانشكده:مهندسی صنايع
رشته تحصيلي: سيستم های اقتصادی گروه: سيستم

مشخصات استاد راهنما:

نام و نام خانوادگي:دكتر ابوالفضل قائمی درجه و رتبه:استاديار
نام و نام خانوادگي: درجه و رتبه:

مشخصات استاد مشاور:

نام و نام خانوادگي:دكتر عباس سيفی درجه و رتبه:دانشيار
نام و نام خانوادگي: درجه و رتبه:

عنوان پايان‌نامه به فارسي : استفاده از آناليز مقادير ويژه براي مدل هاي غير خطي ازطريق بسط سري تيلور

عنوان پايان‌نامه به انگليسي: Use of Eigen value Analysis for Nonlinear Models by Taylor Series Expansion

نوع پروژه: كارشناسي○ ارشد ● دكترا ○
سال تحصيلی:۸۷-۸۸ كاربردی ○ بنيادی ○
توسعه اي ○ نظري●

تاريخ شروع :۸۶/۱۰/۱۱ تاريخ خاتمه :۸۷/۱۰/۲۳ تعداد واحد :۶ سازمان تأمين كننده اعتبار :

واژه‌هاي كليدي به فارسي: سيستم های پويای غير خطی، مقادير ويژه، آناليز كيفی سيستم
واژه‌هاي كليدي به انگليسي : Nonlinear dynamic systems, Eigen values, Qualitative systems alalysis

مشخصات ظاهري	تعداد صفحات ۶۹	تصوير○ نقشه○ / جدول○ واژه‌نامه○ / نمودار●	تعداد مراجع ۳۴	تعداد صفحات ضمائم
زبان متن	فارسي● انگليسي○	چكيده	فارسي● انگليسي●	
يادداشت				

نظرها و پيشنهادها به منظور بهبود فعاليت‌هاي پژوهشي دانشگاه

استاد:

دانشجو:

امضاء استاد راهنما:
تاريخ:

۱ : ارائه به معاونت پژوهشي به همراه يك نسخه الكترونيكي از پايان‌نامه و فرم اطلاعات پايان‌نامه بصورت PDF همراه چاپ چكيده (فارسي انگليسي) و فرم اطلاعات پايان‌نامه
۲ : ارائه به كتابخانه دانشكده (شامل دو جلد پايان نامه به همراه نسخه الكترونيكی فرم در لوح فشرده طبق نمونه اعلام شده در صفحه خانگی كتابخانه مركزی) مركزی)

چکیده :

به دلیل پیچیدگی سیستم های غیر خطی، خطی سازی سیستم های غیر خطی ابزاری مناسب جهت آنالیز این سیستم ها می باشد. تا کنون برای خطی سازی سیستم های غیر خطی از ماتریس ژاکوبین یعنی از جمله اول بسط سری تیلور استفاده می شد. این خطی سازی باعث می گردید تا سیستم های غیر خطی رفتار غیر خطی خود را از دست بدهند. تحلیل کیفی آنها که به کمک مقادیرویژه ماتریس ژاکوبین خطی سازی شده بدست می آمد، از دقت کافی بر خوردار نبود.

در این پایان نامه با استفاده از ضرب کرونیکر جملات از مرتبه بیش از ۲ بسط سری تیلور سیستم های غیر خطی محاسبه شد. به تناسب آنها ماتریس ژاکوبین تعدیل گردیده است. ماتریس ژاکوبین جدید را "ماتریس ژاکوبین تقویت شده " می نامییم. استفاده از ماتریس ژاکوبین تقویت شده به جای ماتریس ژاکوبین باعث می شود تا رفتار سیستم غیر خطی حفظ شده و در نتیجه مقادیر ویژه سیستم حاصل از بسط سری تیلور با دقت بیشتری محاسبه گردد. دقت بالا در محاسبه مقادیر ویژه سیستم های غیر خطی، که دستاورد این پایان نامه می باشد، امکان استفاده از تجزیه مودال را در خصوص سیستم های غیر خطی فراهم می آورد.

در ادامه با معرفی بسته های نرم افزاری شبیه سازی، ابزار موجود در این بسته ها را در جهت تحلیل سیستم های غیر خطی معرفی کرده و با ارئه مثالی برتری روش مدوّن در این پایان نامه را نسبت به روشهای قبلی نشان می دهیم.

کلید واژه : سیستم های پویای غیر خطی، مقادیر ویژه، آنالیز کیفی سیستم

فهرست

۱. معرفي سيستم دايناميک ۷

۱.۱. مقدمه ۸

۱.۲. مرور مراجع ۱۳

۱.۳. تفکر سیستمی ۱۴

۱.۳.۱. تفکر ترکیبی ۱۴

۱.۳.۲. اهمیت چگونگی تعامل بین اجزاء سیستم در عملکرد آن ۱۵

۱.۳.۳. ساختار سیستم بوجود آورنده رفتار آن است ۱۵

۱.۴. بررسی الگوی رفتار سیستم ۱۶

۱.۴.۱. الگوی رفتار با رشد توانی ۱۶

۱.۴.۲. الگوی هدف گرا ۱۷

۱.۴.۳. رشد s شکل ۱۷

۱.۴.۴. رشد نوسانی ۱۸

۱.۴.۵. سایر گونه های رفتاری ۱۸

۲. شناخت سيستم هاي خطي ۲۰

۲.۱. نمایش سیستم های خطی ۲۲

۲.۱.۱. مقدمه ۲۲

۲.۲. نمایش فضای حالت سیستم های غیرخطی و خطی ۲۳

۲.۲.۱. خطی سازی سیستم های غیر خطی ۲۵

۲.۲.۲. انتخاب متغیرهای حالت ۲۷

۲.۳. حل معادلات حالت سیستم های تغییرناپذیر با زمان ۲۸

۲.۳.۱. ماتریس انتقال حالت ۲۸

۲.۴. تبدیلهای همانندی ۲۹

۲.۵. قطری سازی معادلات حالت و خروجی ۳۰

۲.۵.۱. محاسبه ماتریس انتقال حالت ۳۱

۲.۵.۲. محاسبه ماتریس مودال(مدال) ۳۲

۲.۵.۳. قطری- بلوکی سازی ماتریس حالت با مقادیر ویژه مختلط ۳۳

۲.۶. مدهای سیستم و تجزیه مدال ۳۴

۲.۶.۱. پاسخ سیستم بدون ورودی ۳۵

۳. بسط سري تيلور ۳۷

۳.۱. مقدمه ۳۸

۳.۲. ضرب کرونیکر ۳۸

۳.۳. مشتق تابع برداری ۳۹

۳.۳.۱. مشتق اول ۳۹

۳.۳.۲. *مشتق مرتبه دوم* ۴۰
۳.۴. مشتق مرتبه دوم و بسط سری تیلور مرتبه دو ۴۱
۳.۵. مشتق مراتب بالاتر ۴۲
۳.۵.۱. *بسط سری تیلور ماتریسی* ۴۲
۳.۶. محاسبات ۴۴
۳.۷.الگوریتم بدست آوردن مقادیر ویژه به کمک بسط سری تیلور با مراتب بالاتر از یک ۴۵
۴. محاسبات و کاربرد ۴۸
۴.۱ مقدمه ۴۹
۴.۲. بسته های نرم افزاری شبیه سازی ۵۰
۴.۲.۱. *ابزار های خطی سازی در Simulink* ۵۰
۴.۳. نتیجه گیری و یافته ها ۶۴
منابع 68

فهرست شکل ها :

شکل ۱-۱..... ۱۶

شکل ۱-۲..... ۱۶

شکل ۱-۳..... ۱۷

شکل ۱-۴..... ۱۷

شکل ۲-۱..... ۲۴

شکل ۴-۱..... ۵۰

شکل ۴-۲..... ۵۳

شکل ۴-۳..... ۵۴

شکل ۴-۴..... ۵۵

شکل ۴-۵..... ۵۶

شکل ۴-۶..... ۵۶

شکل ۴-۷..... ۵۶

شکل ۴-۸..... ۶۲

شکل ۴-۹..... ۶۳

فصل یک

۱. معرفی سیستم داینامیک

۱.۱. مقدمه

مشکلات جوامع انسانی و سازمانها روز به روز پیچیده تر و حل آنها نیازمند تفکر بهتر است. موارد فراوانی وجود دارد که تلاش مدیران و مسئولان برای حل یک مشکل، فقط باعث تسکین آن شده و پس از مدت کوتاهی، وضعیت مانند قبل شده یا منجر به ایجاد مشکلاتی بزرگتر و بدتر گردیده است. تفکر سیستمی، مدعی ارائه روش برای برخورد اصولی تر با پیچیدگیهای دنیای کنونی است. هدف تفکر سیستمی، بهبود درک ما از ارتباط عملکرد هر سازمان با ساختار درونی و سیاستهای عملیاتی آن (و نیز سیاستهای عملیاتی مشتریان، رقبا و تامین کنندگان) است تا از این درک برای طراحی سیاستهای مؤثر اهرمی، استفاده کنیم. بسیاری معتقدند که تفکر سیستمی، "علم یأس آور جدید" است، زیرا به ما می آموزد که بدیهی ترین راه حلها در بهترین شرایط فقط در کوتاه مدت بهبودی را بوجود می آورد ولی در بلندمدت اوضاع را بدتر می کند. اما این فقط یک طرف قضیه است. تفکر سیستمی این واقعیت را نیز نشان می دهد که یک اقدام کوچک اگر بخوبی و با قدرت کافی در محل مناسب صورت گیرد، می تواند پیشرفتی قابل ملاحظه و بزرگ در رفتار سیستم خلق کند. علمای سیستم، این قانون را "اهرم کاری"[1] می نامند. در حل مسائل باید از آنجایی شروع کرد که قانون اهرم کاری، بیشترین اثر را دارد تا بتوان با حداقل سعی و تلاش به پیشرفت و نتیجه ای بزرگ دست یافت.

تنها نکته دشوار در این بین آن است که برای دست اندرکاران سیستم، موضع بیشترین اثر اهرم، ناپیداترین مکان است و همانگونه که قبلا ذکر گردید به هیچ عنوان این موضع الزاما در کنار عوامل و تظاهرات مشکل نمی باشد و باید به دنبال آن به دقت کافی گشت. شاید این همان چیزی است که زندگی را زیبا می کند.

ژوئل دوروسنی در "ده فرمان روش سیستمی" خود، نکته فوق را به عنوان فرمان سوم آورده است: "باید به دنبال نقاط حساس و مؤثر گشت." با تجزیه و تحلیل سیستمی و شبیه سازی می توان نقاط

[1] Leverage

حساس و مؤثر هر سیستم پیچیده ای را پیدا کرد و با اثر گذاردن روی آنها، کار و سرعت و حرکت سیستم را تندتر و یا کندتر نمود. اما مسئله ایی که در شبیه سازی سیستم باز باقی می ماند عدم توانایی تحلیل حساسیت می باشد. بعضی سیستم ها با تغییری ناچیز در پارامتری خاص دچار تغییرات پایه ایی می گردند.

مثلا آب و هوا و اقلیم یک منطقه جغرافیایی وضعیتی اینگونه دارد. کوچکترین نوسان در یک متغیر آنهم در ارقام چهارم تا ششم اعشار میتواند نتیجه پیش بینی آب و هوا را به کل دگرگون سازد.

موضوع **آشوبناکی** یا **نظریه آشوب** نیز همین جا مطرح می شود. نخستین بار سیستمهایی مشاهده شدند که اگرچه در قلمرو فیزیک - مکانیک کلاسیک بودند، اما رفتار دینامیک و غیر خطی آنها باعث شده بود تا پیش بینی رفتار بلند مدت آنها عملا غیر ممکن گردد. بعدا ثابت گردید که نه تنها در عمل پیش بینی نا ممکن است بلکه در تئوری نیز سدهایی برای رسیدن به یک پیش بینی دقیق و دراز مدت وجود دارد.

دانشمندی بنام لورنتس مشغول پژوهش روی مدل ریاضی بسیار ساده ای که از آب و هوای زمین بود، به یک معادله دیفرانسیل غیر قابل حل رسید. وی برای حل این معادله به روشهای عددی به رایانه متوسل شد. او برای اینکه بتواند این کار را در روزهای متوالی انجام دهد، نتیجه آخرین خروجی یک روز را به عنوان شرایط اولیه روز بعد وارد می کرد. لورنتس در نهایت مشاهده کرد که نتیجه شبیه سازی های مختلف با شرایط اولیه یکسان با هم کاملا متفاوت است. بررسی خروجی چاپ شده رایانه نشان داد که رویال مک‌بی[1]، رایانه‌ای که لورنتس از آن استفاده می کرد، خروجی را تا ۴ رقم اعشار گرد می کند. از آنجایی محاسبات داخل این رایانه با ۶ رقم اعشار صورت می گرفت، از بین رفتن دورقم آخر باعث چنین تاثیری شده بود. مقدار تغییرات در عمل گرد کردن نزدیک به **اثر بال زدن یک پروانه** در پهنه گیتی است. این واقعیت غیر ممکن بودن پیشبینی آب و هوا در دراز مدت را نشان می دهد. بدین ترتیب نظریه آشوب مطرح گردید. بال زدن پروانه در پکن منجر به وقوع طوفان در نیویورک می شود! به این رخداد **اثر پروانه ای** گفته می شود.

[1] Royal McBee

مدلهای ریاضی به دو دسته کلی از نظر زمان طبقه بندی می شوند.

۱.مدل های ایستا

۲.مدل های پویا

مدل های ایستا : با بیانی کلامی یا با استفاده از نمادهای ریاضی پدیده ها را توصیف می کنند. مثلاً اگر در سیمی با مقاومت R ، شدت جریان I را عبور دهیم اختلاف پتانسیلی به اندازه حاصلضرب مقاومت در شدت جریان ایجاد می شود .(I * R = V) در مدل های ایستا عامل زمان معمولاً مورد نظر نیست. مثلاً حجم مکعبی با ضلع a برابر است با.a3

مدل های پویا : دراین مدل ها عامل زمان هم مطرح می شود .مثلاً سرعت لحظه ای متحرکی در یک حرکت مستقیم الخط برابر است با مشتق فاصله نسبت به زمان .

دسته ایی دیگر از مسائل که در حوزه تحقیق در عملیات بررسی می شود برنامه ریزی پویا می باشد.البته این موضوع از مبحث مطرح شده در این پایان نامه خارج می باشد اما برای اطلاع از تفاوت آن با سیستم های پویا و خواص آن رویکردی کلی از آن را مطرح می نماییم.

برنامه ریزی پویا با به کار گیری فرایند های نظام گرا ، ترکیبی از تصمیمات متوالی را معین می کند که به ماکزیمم شدن راندمان محاسبات منتهی می گردد.وقتی برنامه ریزی پویا برای حل یک مسئله به کار می رود ، تصمیم گیری های چند مرحله ای برای دنباله ای از مسائل اتخاذ می گردد. یعنی در روش برنامه ریزی پویا یک مسئله ی N متغیره به N مسئله ی یک متغیره تبدیل می گرددکه با حل پی در پی این مسائل ، مسئله ی اصلی حل خواهد شد. مزیت این عمل در آن است که مسائل جزئی در مقایسه با مسئله ی اصلی بسیار ساده و کوچک هستند. بر خلاف برنامه ریزی خطی چارچوب استانداردی برای فرموله کردن مسائل برنامه ریزی پویا وجود ندارد. درواقع آنچه برنامه ریزی پویا انجام می دهد ارائه ی روش کلی جهت حل این نوع معادلات است. آنچه کلا درباره ی به کار گیری برنامه ریزی پویا می توان گفت این است که درهر مورد باید معادلات و روابط ریاضی مخصوصی که با شرایط مسئله منطبق است نوشته و به کار گرفته شود.از این رو برای آنکه بتوان تشخیص داد که چه نوع مسائلی را با برنامه ریزی پویا می توان حل نمود و اینکه راه حل چنین مسائلی چیست ، ضرورت

دارد که ساختار کلی مسئله برنامه ریزی پویا را شناخته و مراحل و حالات مسئله را به دقت تشخیص دهیم ،البته خلاقیت های فردی و ابتکار شخصی نقش بسیار مهمی در حل مسئله با روش برنامه ریزی پویا دارد.

ویژگی های مسائل برنامه ریزی پویا:

۱) مسئله را می توان به چند مرحله تقسیم کرد. در هر مرحله ، یک خط مشی تصمیم گیری مورد نیاز است. همچنین می توان گفت مرحله بخشی از مسئله را نشان می دهدکه قرار است برای آن تصمیم گیری شود.

۲) هر مرحله دارای تعدادی حالت وابسته به خود است.به طور کلی می توان گفت حالت ها عبارتند از انواع وضعیت های احتمالی که دستگاه می تواند در آن مرحله داشته باشد. تعداد حالت ها در هر مرحله می تواند متناهی یا نا متناهی باشد . ونیز حالت ها در یک مرحله ممکن است پیوسته یا گسسته باشند.

۳) درهر مرحله با اتخاذ یک تصمیم ، حالت مرحله ی فعلی به حالتی که وابسته به مرحله ی بعدی باشد ، انتقال می یابد(ممکن است براساس یک تابع توزیع احتمال نیز باشد). مسائل برنامه ریزی پویا را می توان با شبکه ها مقایسه کرد ، در این حالت (شبکه ها) ،هر گره متناظر یک حالت است. شبکه شامل ستون هایی از گره هاست که که هر ستون معرف یک مرحله است به طوری که جریان از یک گره به گره بعدی که در سمت راست آن است می تواند حرکت کند.هر شاخه ای که دو گره را به هم وصل می کند با عددی مشخص می شودکه این عدد را می توان افزایش تابع هدف ناشی از حرکت از حالتی به حالتی در مرحله ی بعدی تعبیر کرد. با در نظرگرفتن چنین تعبیری ، هدف مسائله پیداکردن کوتاه ترین یا بلندترین مسیر شبکه است . بسیاری از مسائل تصمیم ، حالت مرحله ی بعدی را با اطمینان مشخص نمی کنند. به جای آن تصمیم فعلی ، تابع توزیع احتمال ، حالت مرحله ی بعدی را مشخص می کند.

۴) با دانستن حالت فعلی ، خط مشی مراحل باقی مانده مستقل از خط مشی پذیرفته شده در مراحل قبلی است.پس برای مسئله ی برنامه ریزی پویا در حالت کلی ، اطلاعات حالت فعلی سیستم منتقل کننده ی تمامی اطلاعات ضروری مربوط به رفتار قبلی آن برای معین نمودن خط مشی بهینه از این

حالت به بعد می باشد(این خاصیت را خاصیت مارکفی نامیم)و آن را تحت عنوان اصل بهینگی درنظر می گیریم.درحقیقت اگر در مسائلی حالت دارای خاصیت مارکفی نباشد نمی توان آن را بابرنامه ریزی پویا حل نمود. توجه به این مطلب از ضروریات است که باید ملحوظ گردد.

۵) روند حل مسئله با پیدا نمودن خط مشی بهینه برای هر حالت از مرحله ی نهایی شروع می گردد. این مطلب تحت عنوان شروع از انتها (پسرو) معروف است، جواب این مرحله معمولا بدیهی است زیرا روند از مقصد پیگیری می شود.

۶) سیاست بهینه ی همه ی حالت های مرحله ی n را می توان با یک رابطه ی بازگشتی و با فرض معلوم بودن سیاست بهینه ی تمام حالت های مرحله ی $n+1$ مشخص نمود.

۷) روش حل با حرکت از انتها و باستفاده از رابطه ی بازگشتی بند ۶ از مرحله ای به مرحله ی قبل اعمال می شود. در هر مرحله ، سیاست های بهینه درمورد تمام حالت های آن مرحله مشخص می گردد تا سرانجام بهینه ی اولین مرحله تعیین شود.

همانطور که بیان شد برنامه ریزی پویا در حوزه تحقیق در عملیات می باشد و هدف این پایان نامه در حوزه سیستم های پویا است .لذا در ادامه با بررسی سیستم های پویا و آنالیز سیستم ها به بررسی بیشتر در این خصوص می پردازیم .

وجود تحلیل حساسیت برای یک سیستم و یا به نحوی آنالیز سیستم، نقش بسیار بسزایی در شناخت هرچه بیشتر سیستم دارد. **با توجه به اینکه در این پایان نامه هدف** گسترش راهکاری برای بهره گیری هرچه بیشتر از ابزار ریاضی در جهت آنالیز سیستم های دینامیکی به خصوص سیستم های غیر خطی می باشد لذا در هر کجا که سخن از سیستم می باشد منظور سیستم پویای است که تعاریف دقیقی از آن در فصول دیگر ارائه خواهد شد. بنابراین چناچه مراد از سیستم، سیستمی غیر پویا باشد حتما مشخص خواهد شد .

۱.۲. مرور مراجع

اساس و بنیاد ایجاد آنالیز سیستم ها به خاطر این موضوع بود که چطور ساختار سیستم می تواند رفتار آنرا تحت تاثیر قرار دهد و یا به بیانی دیگر" ساختار چگونه رفتار را هدایت" می نماید. اگرچه اهمیت پی بردن به این موضوع مورد تصدیق قرار گرفت [1] اما با این وجود، دستیابی به ابزار مناسب برای آنالیز سیستم ها مهجور مانده است و راهکارهای موجود به مدل کردن سیستم و نهایتا شبیه سازی آن خلاصه شده است .این موضوع که بتوان سیستم ها را تنها بر اساس شبیه سازی آن مورد آنالیز قرار داد حتی برای افراد خبره در مورد سیستم های پیچیده سخت بوده است[2] . در این خصوص یکی از ابزاری که نقش بسیار مهمی را در سیستم های خطی ایفا می کند و اهمیت بسیار زیادی از لحاظ ریاضی سیستم ها دارد مقادیر ویژه ماتریس سیستم می باشد. این موضوع باعث شد تا Forrester[3]ایده استفاده از آن را در جهت آنالیز سیستم ها بیان دارد .روش دیگری که در جهت آنالیز سیستم ها مورد استفاده قرار گرفت روشی بر پایه میزان تسلط حلقه ها بود[4] از آن زمان تا کنون مقالات گوناگونی در خصوص آنالیز سیستم ها بر این دوپایه بیان گشته است که می توان به موارد زیر اشاره نمود[5,6,7,8,9,10].

بدست آوردن مقادیر ویژه در سیستم های خطی و غیر خطی شرطی لازم برای استفاده از هر کدام از روش ها در جهت آنالیز سیستم می باشد .در این خصوص می توان به ماخذ [9]اشاره نمود که الگوریتم لازم با کمک نرم افزار matlab برای سیستم های خطی بیان شده است .این طریقه در کار های Guneralp [13][2] نیز مشاهده می شود . در خصوص سیستم های غیر خطی آنچه که تا کنون چه در علوم مهندسی کنترل و یا تفکر سیستمی مورد استفاده بوده است، استفاده از جملات اولیه بسط سری تیلور به منظور خطی سازی سیستم می باشد که می توان به Rugh [15] اشاره نمود. علت این امر را نیز کوچک بودن دیگر جملات در نزدیکی نقطه تعادل می دانند[16]. از طرفی در خیلی از موارد نیز این روش کار آمد نمی باشد[16].علت آن نیز در حذف جملات درجه بالاتر بسط سری تیلور می باشد . در حوزه برنامه ریزی غیر خطی نیز این موضوع در حال رشد می باشد و الگوریتم های جدیدی بر این پایه ظهور نموده است که در این ارتباط می توان به Bouaricha [16] اشاره نمود. روش ارائه شده بر پایه الگوریتم نیوتن می باشد و از جمله مرتبهء ۴ استفاده شده است. این الگوریتم برای حل مسائل غیر خطی بدون محدودیت مورد استفاده قرار گرفته است. Saleh [18] از جملهء مرتبه سوم سری تیلور استفاده نمود. از طرفی اصول موضوعه را بر مبنای سیستم هایی قرار داد که مشتق مراتب بالاتر از دو آنها صفر باشد. علت این امر ایجاد آرایه هایی با ابعاد بیش از ۲ می باشد .[19] Barnettروشی را پیشنهاد نمود که در آن مشتق توابع ماتریسی را به

کمک ضرب کرونیکر[1] محاسبه شود .استفاده از این روش در تحلیل سیستم های پویا نیز توسط Brewer[20] مطرح گردید .اما پیاده سازی آن همچنان مسکوت باقی ماند . یکی از عواملی که باعث می شد محاسبات صورت نگیرد عدم پیشرفت رایانه ها برای محاسبه آرایه های با ابعاد بالا بود .استفاده از ضرب کرونیکر در بسط سری تیلور توابع ماتریسی نیز توسط Vetter [21]بیان گردید . در این پایان نامه با استفاده از روشی که در [22] برای استفاده از ضرب کرونیکر در بسط سری تیلور بیان شده است کارهای Saleh [18] را ادامه می دهیم و بسط سری تیلور را برای توابع غیر خطی تا مرتبه دلخواه (با توجه به شرط خاتمه) بدست می آوریم . با کمک این بسط می توانیم جملات مراتب بالاتر را به کمک ضرب کرونیکر به ماتریس ژاکوبین اضافه نماییم و آنرا تقویت نماییم.این امکان راه را برای استفاده از روش های مختلف آنالیز سیستم فراهم می آورد و می توان مقادیر ویژه سیستم های غیر خطی را با دقت بسیار بالایی بدست آورد و سیستم را از جهات مختلف به کمک این مقادیر ویژه آنالیز نمود و رفتار آن را سنجید .در ضمن بدلیل آنکه سیستم های غیر خطی در خیلی از موارد حل پذیر نمی باشند، بسط سری تیلور این سیستم ها با دقتهای بسیار بالا این امکان را فراهم می آورد تا بتوانیم اینگونه سیستم ها رابررسی و تحلیل نماییم .

۱.۳. تفکر سیستمی

قبل از بیان و بررسی مقدمات لازم جهت ورود به بحث، لازم می دانیم تا در خصوص نگرشی نوین و تکمیلی در خصوص بررسی فلسفی سیستم ها مواردی را بیان نماییم. لذا ۳ مورد از نکات کلیدی از فلسفه سیستم را در ادامه بیان می داریم **Error! Reference source not found.** .

۱.۳.۱. تفکر ترکیبی

طبق تفکر سیستم، ویژگیهای مهم یک سیستم از تعامل بین اجزاء آن بوجود می آید نه از فعالیت جداگانه آنها . بنابراین وقتی سیستم را تجزیه می کنیم، ویژگیهای مهم خود را از دست می دهد . بنابراین دیدگاه، سیستم یک کل است که با تحلیل قابل درک نیست . در عصر ماشین، وقتی چیزی بخوبی کار نمی کرد، رفتار اجزاء آن بررسی می شد تا راه ایجاد بهبود پیدا شود. با توجه به نکته فوق، روشی غیر از تحلیل برای درک رفتار و ویژگیهای سیستم ضروری است . ترکیب، نقص شیوهٔ فوق را

[1] Kronecker product

جبران نموده و برای تفکر سیستمی، یک اصل کلیدی است . در واقع، تحلیل وترکیب [1]، مکمل هم هستند.

مسئله تفکر ترکیبی یک بعد ریاضی نیز دارد که در کنار نگاه فلسفی به سیستم ها نیاز است که به آن نیز توجه شود. یک سیستم پویا از متغیر های حالت تشکیل شده است .هر متغیر حالت جزئی از سیستم است اگر نگاه ترکیبی به سیستم داشته باشیم لازم است تا تاثیر تمامی متغیرهای حالت در بررسی عملکرد سیستم مورد توجه قرار گیرد .لذا بررسی معادلات حالت سیستم این امکان را فراهم می آورد تا تفکر ترکیبی را به عنوان یک اصل، در عمل، کاربردی نماییم .

۱.۳.۲. اهمیت چگونگی تعامل بین اجزاء سیستم در عملکرد آن

این یک اصل سیستمی است که اگر هر جزء سیستم را بطور جداگانه به گونه ای بسازیم که به کاراترین حد ممکن عمل کند، سیستم بعنوان یک کل، به موثرترین حد ممکن عمل نخواهد کرد. به عبارت دیگر، اجزاء سیستم را باید به گونه ای طراحی کرد که با یکدیگر تلفیق[2] شده و هماهنگ با هم بطور موثر عمل کنند.

همانطور که قبلاً بیان شد یک آشوب در سیستم می تواند از یک حرکت کوچک شروع گردد. مدل سازی سیسستم و یا به زبان ریاضی ایجاد دستگاه معادلات دیفرانسیل، توجه به نقاط پایداری و یا بررسی معادلات حالت در فضای فاز و یا دیگر بررسیهای معادلات دیفرانسیل این امکان را فراهم می نماید تا تغییرات متغیرهای حالت را در کنار یکدیگر بررسی نماییم و تعامل آنها را در کنار یکدیگر مورد مطالعه قرار دهیم.

۱.۳.۳. ساختار سیستم بوجود آورنده رفتار آن است

نگرش سیستماتیک به ما می گوید که برای فهمیدن مشکلات اساسی لازم است که به مسائلی فراتر از اشتباهات فردی و یا بخت و اقبال نامساعد بپردازیم. باید از وقایع و شخصیتها فراتر برویم . باید به عمق ساختاری پی ببریم که اعمال افراد و شرایط را به گونه ای شکل می دهد که رویکردی

[1] Synthesis
[2] fit

اتفاق می افتد .دانلا میدوز[1] در این باره می گوید:"نگرش ژرف و متفاوت آن است کـه پـی ببـریم چگونه سیستم خود بوجود آورنده رفتار خود است".

" ساختار سیستم بوجود آورنده رفتار آن است" ایـن جملـه یکـی از عوامـل اصـلی در ایجـاد راهکار های مختلف در آنالیز سیستم می باشد . بحث شناخت ساختار چگونگی تعامل حلقه ها و اثرات آنها در روند عملکرد سیستم، چگونگی ایجاد آشوب و پدیده های دیگر، همه معلول سـاختار سیسـتم می باشند.

۱.۴. بررسی الگوی رفتار سیستم

یکی از علل بررسی مقادیر ویژه ماتریس یک سیستم خطی پی بردن به رفتار آن سیستم می باشد. به صورتی که در فصل بعد بررسی خواهد شد با شناخت مقادیر ویژه و محاسبه آن می توانیم تحلیلـی از یک سیستم پویا بدست آوریم. این نوع تحلیل به صورت کامل در ضمیمه ۳ بیان شـده اسـت.اهمیـت این موضوع در خیلی مسائل مشخص گردیده است. تعیین کنترل کننده بـرای سیسـتم و همچنـین ایجاد سیاستهای لازم برای افزایش روند عملکرد سیستم و یا مقابله با نرخ افزایش(کاهش) از مصادیق چنین تحلیلی می باشد. نقطه آغازین برای بررسی سیستم و تحلیل آن نگریستن به کلیت سیسـتم و سپس رفتار و ویژگیهای سیستم می باشد.به صورت کلی و به منظور استاندارد سازی علم پویا سیستم ها، برگرفته از نوع تغییراتی که در طول زمان در سیستم تحت مطالعه ایجاد می شود، انـواع مختلـف رفتار سیستم ها را به ۴ گونه کلی می توان تقسیم بندی نمود .این ۴ طبقه بندی را می توان به فـرم زیر دسته بندی نمود **.Error! Reference source not found**

۱.الگوی رفتار توانی

۲.الگوی رفتار هدف گرا

۳.الگوی رفتار Sشکل

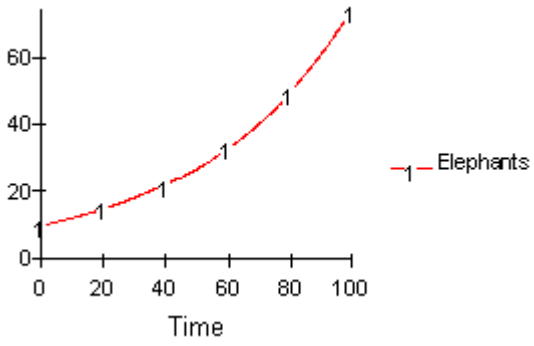
۴.الگوی رفتار تصادفی

۱.۴.۱. الگوی رفتار با رشد توانی

یک مقدار اولیه در طول زمان شروع به رشد می نماید و بتدریج نرخ رشد افزایش می یابد .ایـن مـدل برگرفته از یک قانون ریاضی است .هر چند ممکن است در تجارت روند رشد دقیقا مدل رشد تـوانی را

[1] Donella Meadows

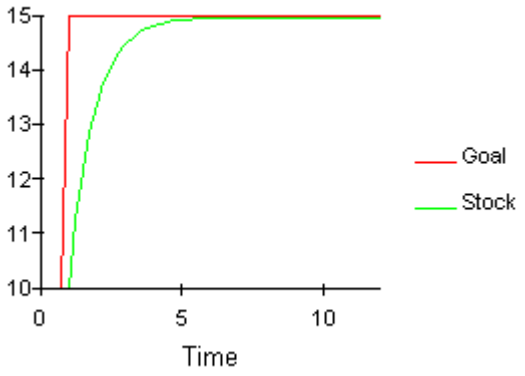
پیروی ننماید، اما ایده اصلی همان افزایش رشد است . این همان مدلی است که انتظار داریم بسیاری از سیستم ها از آن پیروی نمایند (مانند فروش).شکل زیر که برگرفته از **Error! Reference source not found.** در خصوص سیستمی می باشد که رشد فیل ها را نشان می دهد و نما یانگر یک رشد توانی می باشد .



شکل ۱-۱:رفتار با رشد توانی **Error! Reference source not found.**

۱.۴.۲. الگوی هدف گرا

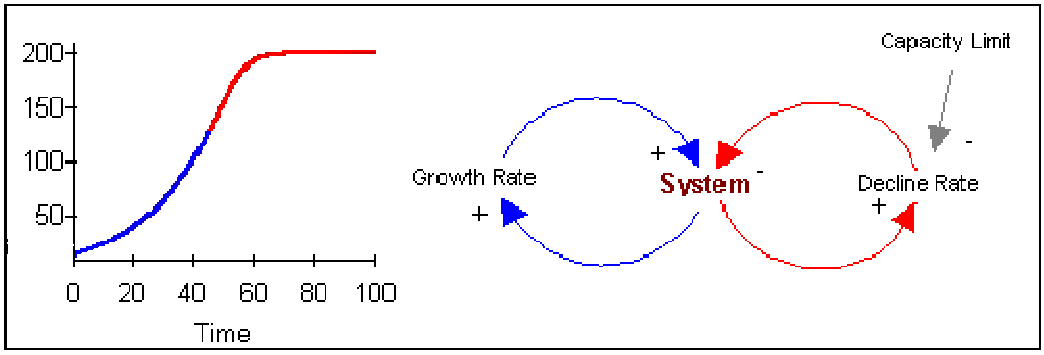
در این الگئو مقادیر مورد نظر در طول زمان به سمت هدف معینی سوق می یابند.



شکل ۱-۲رفتار هدف گرا **Error! Reference source not found.**

۱.۴.۳. رشد s شکل

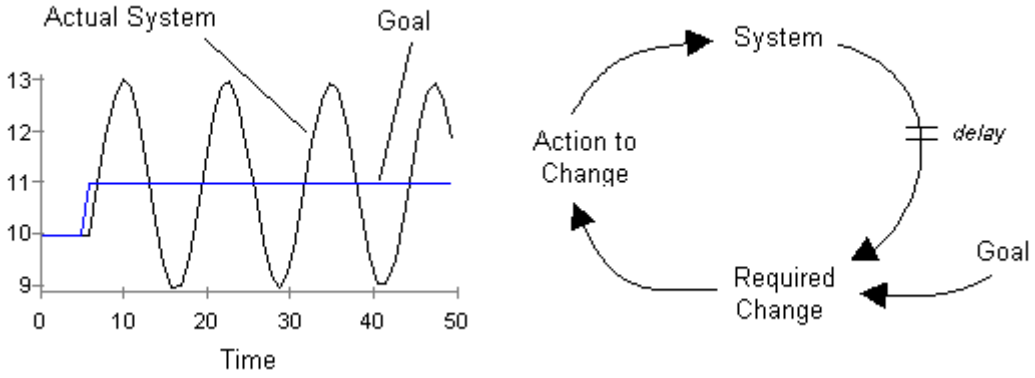
ترکیبی از رشد توانی در طول زمان است که توسط رفتار هدف گرا کنترل می شود .



شکل۱-۳:رشد s شکل **Error! Reference source not found.**

۱.۴.۴. رشد نوسانی

مقادیر مورد نظر در طول زمان اطراف مقادیر مشخصی در حال نوسان مـی باشـند .در ابتـدا رشد به صورت رشد توانی است اما به تدریج قبل از حرکت در جهت معکوس به حالت شـکل s [۱] تبدیل می شود .



شکل ۱-۴ : رشد نوسانی **Error! Reference source not found.**

۱.۴.۵. سایر گونه های رفتاری

۱-حالت تعادل :سیستم ایستا نمونه ای از حالت تعادل سیستم های داینامیک است.

۲-رفتارتصادفی

۳-آشفتگی[۱]

[1] s_shaped

۴-رفتار نواسانی میرا :مانند نوساناتی که در اثر پرتاب سنگ به درون آب ایجاد شده اند و کم کم به صورت میرا از بین می روند .

۵-نوسان رو به گسترش

۶-رفتار نوسانی آشفته[۲]

بررسی رفتار سیستم در زمان های متفاوت امکان ایجاد تصمیم گیری درست را فراهم می سازد. عواملی چون مقاومت سیاسی [۳] ناشی از عدم شناخت رفتار سیستم می باشد .همچنین طراحی کنترل کننده های مناسب نیز معلول شناخت درست و آنالیز سیستم می باشد .امروزه کنترل به عنوان نه تنها یک رشته بلکه یک علم در تمامی شاخه های علوم پر اهمیت می باشد .

در ادامه در فصل دوم به بررسی خواص سیستم های خطی پرداخته و تجزیه مودال سیستم و مدهای سیستم را معرفی می نماییم .درفصل سوم ضرب کرونیکر و خواص آنرا تعریف نموده و با بررسی مشتقات اول و دوم و مرتبه های بالاتر نقش ضرب کرونیکر را در تسهیل نمایش ریاضی این مشتقات برای توابع برداری مشخص می نماییم.در ادامه به بررسی بسط سری تیلور به کمک ضرب کرونیکر پرداخته و در انتها الگوریتم تعیین مقادیرویژه ماتریس ژاکوبین تقویت شده را به کمک بسط سری تیلور بیان می نماییم .در فصل چهارم با معرفی بسته های نرم افزاری شبیه سازی، ابزار موجود در این بسته ها را در جهت تحلیل سیستم های غیر خطی معرفی کرده و با ارائه مثالی برتری روش مدوّن در این پایان نامه را نسبت به روشهای قبلی نشان می دهیم.

[1] chaos
[2] chaotic oscillation
[3] policy resistance

فصل دوم

۲. شناخت سیستم های خطی