بسم الله الرحمن الرحيم

۴۸۶۷۴

دانشگاه تهران

دانشکده علوم

گروه ریاضی و علوم کامپیوتر

تولید کدهای گری متناظر با درختهای دودویی و k – تایی

۱۳۸۲ /۷/ ۲۰

نکارش : الهام صالحی

استاد راهنما : دکتر هایده اهرابیان

پایان نامه برای دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد

در

علوم کامپیوتر

۳۸۶۷۴

اسفند ۱۳۸۱

جمهوری اسلامی ایران

دانشگاه تهران

دانشکده علوم

بسمه تعالی

اداره کل تحصیلات تکمیلی دانشگاه

احتراماً به اطلاع میرساند که جلسه دفاع از پایان نامه دوره **کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر خانم الهام صالحی** تحت عنوان:

تولید کدهای گری متناظر با درختهای دودویی و K-تایی

در تاریخ ۸۱/۱۲/۲۱ در **گروه ریاضی و علوم کامپیوتر دانشکده علوم دانشگاه تهران** برگزار گردید.
هیأت داوران بر اساس کیفیت پایان نامه، مقالات انتشار یافته، استماع دفاعیه و نحوه پاسخ به سؤالات، **پایاننامه** ایشان را برای دریافت **درجه کارشناسی ارشد** در **رشته علوم کامپیوتر** معادل با ٦ واحد با نمره ۱۹/- **نوزده تمام** با درجه عالی مورد ارزشیابی قرار داد.

هیأت داوران

سمت	نام و نام خانوادگی	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه	امضاء
۱. استاد راهنما	**دکتر هایده اهرابیان**	استادیار	تهران	
۲. استاد داور	**دکتر حسن یوسفی آذری**	دانشیار	تهران	
۳. استاد داور	**دکتر امیر دانشگر**	دانشیار	صنعتی شریف	

معاون تحصیلات تکمیلی گروه
دکتر سیامک یاسمی

مدیر گروه
دکتر عمید رسولیان

معاون تحصیلات تکمیلی دانشکده
دکتر مجید مدرس

قدردانی

در این‌جا لازم است از کلیه‌ی افرادی که مرا در انجام این پروژه کمک نموده‌اند، خصوصاً استاد گرامی سرکار خانم دکتر اهرابیان که در تمام مراحل انجام این پروژه با مساعدت‌ها و راهنمایی‌های بی‌دریغ خود مرا یاری کردند، همچنین جناب آقای دکتر دانشگر و آقای دکتر یوسفی که داوری این پایان‌نامه را بر عهده داشتند، تشکر کنم.

۱

کدهای گری متناظر با درخت‌های دودویی و درخت‌های k-تایی

چکیده

یکی از مسائل مطرح شده در زمینهٔ الگوریتم‌های ترکیباتی، تولید کدهای گری یا به عبارت دیگر تولید لیستی از کدهای متناظر با عناصر کلاس‌های ترکیباتی مختلف از جمله درخت‌ها بوده است، به گونه‌ای که کدهای متوالی تفاوت اندکی با یکدیگر داشته باشند. در این پایان نامه الگوریتم‌های راسکی و پروسکروسکی[۱۷] و الگوریتم وینوسکی [۲۴] برای تولید کدهای گری متناظر با درخت‌های دودویی و الگوریتم کورش و لافولت[۱۲] و الگوریتم زیانگ، یوشیجیما و تانگ[۲۷] برای تولید درخت‌های k-تایی بررسی شده و سپس بر اساس الگوریتم وینوسکی یک الگوریتم بازگشتی برای تولید کدهای گری متناظر با درخت‌های k-تایی طراحی و پیاده سازی شده است.

واژه‌های کلیدی: کد گری، درخت دودویی، درخت k-تایی ، الگوریتم تولید درخت، رتبه، رتبه گذاری، بازیابی از رتبه.

پیشگفتار

یکی از اولین مسائلی که در زمینه الگوریتم‌های ترکیباتی به آن پرداخته شده، مسئله تولید همه عناصر یک کلاس ترکیباتی مشخص بوده است، به گونه‌ای که هر عنصردقیقاً یک بار تکرار شود. برای مثال میتوان به مسئله تولید همه درخت‌های دودویی و یادرخت‌های kتایی با تعداد گره‌های ثابت اشاره کرد.

تا کنون الگوریتم‌های متعددی برای تولید درخت‌های دودویی و درخت‌های kتایی با تعداد گره‌های ثابت، ارائه شده است. هر کدام از این الگوریتمها، درخت‌ها را به روش خاصی به صورت یک دنباله کدگذاری کرده و سپس این دنباله‌ها را با یک ترتیب مشخص تولید می کنند. اغلب این الگوریتم‌ها دنباله‌ها را به صورت قاموسی تولید می‌کنند ولی در این نوع الگوریتم‌ها تفاوت دو کد متوالی لزوماً کوچک نیست. گروه دیگری از الگوریتم‌ها، لیستی از کدهای متناظر با درخت‌ها را به گونه‌ای تولید می‌کنند که تفاوت هر دو کد متوالی مقداری اندک، ثابت و مستقل از طول دنباله‌ها باشد. به چنین لیستی یک لیست کد گری گفته می شود. الگوریتم های مطرح شده در این پایان‌نامه از نوع دوم می‌باشند.

ساختار این پایان‌نامه به این صورت است: در فصل ۱، ابتدا تعاریف مربوط به گراف، درخت و الگوریتم بیان می‌شود که در فصلهای بعد از این تعاریف استفاده می شود. در ادامه این فصل مروری خواهیم داشت بر تاریخچه کدهای گری ترکیباتی، این بخش یک دید کلی دربارهٔ اهمیت و انواع کدهای گری ترکیباتی می‌دهد. در فصل ۲، دو مورد از الگوریتمهای تولید کدهای متناظر با درختان دودویی شرح داده می شوند و درفصل ۳ الگوریتم‌های تولید کدهای متناظر با درخت‌های kتایی بررسی می‌شوند. در فصل ۴ روش ارائه شده در الگوریتم وینوسکی برای درختان kتایی تعمیم داده شده و الگوریتمی برای تولید کدهای گری متناظر با درخت‌های kتایی ارائه می‌شود. پیوست‌های A، B و C، شامل متن کامل برنامه‌های نوشته شده برای الگوریتم‌های مطرح شده در این پایان‌نامه می‌باشد. در این پایان‌نامه، الگوریتم‌های راسکی [1] و پروسکوروسکی [2] [۱۷] و الگوریتم وینوسکی [3] [۲۴]

---

[1] Ruskey

[2] Proskurowski

[3] Vajnovszki

برای تولید کدهای گری متناظر با درخت‌های دودویی و الگوریتم کورش[۴] و لافولت[۵] [۱۲] والگوریتم زیانگ[۶]، یوشیجیما[۷] و تانگ[۸] [۲۷] برای تولید کدهای گری متناظر با درخت‌های k-تایی بررسی شده، سپس با استفاده از روش مطرح شده در[۲۴] یک الگوریتم بازگشتی با زمان متوسط ثابت برای تولید کدهای گری متناظر با درخت‌های k-تایی کدهای گری متناظر با درختان k-تایی طراحی و پیاده‌سازی شده است. این الگوریتم در واقع، تعمیم الگوریتم وینوسکی[۲۴] برای درخت‌های k-تایی می‌باشد.

Korsh[۴]

Lafollette[۵]

Xiang[۶]

Ushijima[۷]

Tang[۸]

فهرست مندرجات

لیست اشکال

فصل ۱

مفاهیم اولیه

در این فصل، ابتدا تعاریف مربوط به مفاهیم گراف، درخت و الگوریتم بیان می شود[۱، ٦] و از این تعاریف در فصلهای بعد استفاده می‌شود. سپس در بخش ۲.۱ مروری بر کدهای گری ترکیباتی خواهیم داشت.

۱.۱ تعاریف اولیه

دراین بخش ابتدا، در بخش ۱.۱.۱ به بیان چند تعرف مربوط به گراف می پردازیم. سپس در بخش ۲.۱.۱ تعریف درخت و برخی از انواع و ویژگی‌های آن بیان می‌شود و بخش ۴.۱.۱شامل تعریف الگوریتم برخی از انواع الگوریتم‌ها و ویژگی‌هایی که معمولاً در تحلیل آنها در نظر گرفته می‌شود، می‌باشد.

۱.۱.۱ گراف

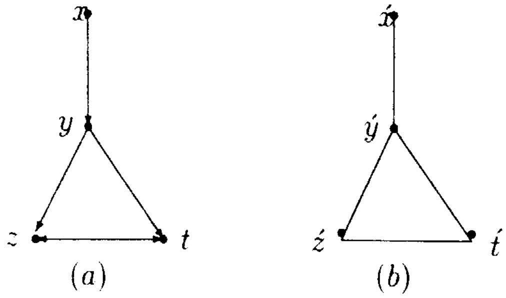
مجموعه‌ای از نقاط که رئوس [۱]نامیده و با V نمایش داده می شوند، به همراه مجموعه‌ای از اتصالات تحت عنوان یال [۲] که با E نشان داده می‌شوند، یک گراف $G(V, E)$ نامیده می شود. یال‌هادر یک گراف می‌توانند یک‌طرفه و یا دو طرفه باشند.

---

[۱] Vertices

[۲] Edge

اگر یالها یک‌طرفه باشند، گراف، جهت‌دار[۳] و در غیر اینصورت بدون جهت[۴] نامیده می شود. در نمایش یک گراف بدون جهت نوک پیکانها نشان داده نمی شود. شکل ۱.۱ (b) یک گراف بدون جهت و شکل ۱.۱ (a) یک گراف جهتدار را نشان می‌دهد.



شکل ۱.۱: (a) گراف جهتدار،(b) گراف بدون جهت

در این پایان نامه هرجا از واژهٔ گراف استفاده شده منظور گراف ساده می باشد، یعنی گرافی که بین هر دو رأس آن تنها یک یال وجود دارد. در گراف $G = (V, E)$، یک مسیر[۵] از رأس u به رأس v به صورت دنباله‌ای غیر تهی و متناهی از رأس‌ها و یال‌های متمایز مانند دنبالهٔ $u = u_0, e_1, u_1, e_2, ..., u_{n-1}, e_n, u_n = v$ می باشد که در آن e_i یال $u_{i-1}u_i$ میباشد، بنابراین میتوان برای اختصار یک مسیر را به صورت یک دنباله از رأس‌ها نشان داد. اگر رأس ابتدا و انتها در یک مسیر یکسان باشند آن را دور[۶] می‌نامند. گرافی که بین هر دو رأس آن حداقلیک مسیر وجود داشته باشد را گراف همبند[۷] می‌نامند.

اگر در یک مسیر یا دور در یک گراف، همهٔ رأس‌های گراف و هر یک دقیقاً یکبار ظاهر شوند به آن میسر و یادور هامیلتونی[۸] گفته می‌شود. در فصل‌های بعد خواهیم دید که مسئله وجود یک لیست کد گری متناظر با عناصر یک کلاس ترکیباتی عموماً به مسئله پیدا کردن یک مسیر هامیلتونی منجر می شود.

---

[۳] Directed graph
[۴] Undirected graph
[۵] Path
[۶] Cycle
[۷] connected graph
[۸] Hamiltonian path/cycle

۲.۱.۱ درخت

به یک گراف بدون جهت، همبند و بدون دور درخت می‌گویند. اگربه درخت T یال uv را که در آن u و v دو رأس غیر مجاورند، اضافه کنیم، گراف حاصل دقیقاً یک دور خواهد داشت .

اگر T یک گراف با n رأس و m یال باشد آنگاه گزاره‌های زیر معادلند:

- T یک درخت است.
- T بدون دوراست و $m = n - 1$.
- T همبند است و $m = n - 1$.
- T همبند است و با حذف هر یال، ناهمبند می‌شود.
- T همبند است و هر دو رأس تنها با یک مسیر به هم متصلند.
- T بدون دوراست و از به هم وصل کردن هر دو رأس آن یک و فقط یک دور بدست می‌آید.

در درخت رأس‌ها، گره[9] ویال‌ها، شاخه [10] نامیده می‌شوند. اگر با حذف جهت یال‌های گراف جهتدار T یک درخت بدست آید، T را یک درخت جهتدار[11] می‌نامند. اگر در یک درخت جهتدار یک و تنها یک گره r وجود داشته باشد که هیچ یالی به آن وارد نشود، به آن گره، ریشه و به آن درخت، درخت ریشه دار[12] می گویند. در ادامه این پایان هر جا واژهٔ درخت استفاده شده، منظور درخت ریشه‌دار است . در نمایش گرافیکی درخت جهت همواره از بالا به پایین می‌باشند و نشان داده نمی شوند. به غیر از ریشه، سایر گره‌های درخت ، دارای یک شاخهٔ ورودی یکطرفه می‌باشند.این گره‌هارا می‌توان در مجموعه‌های $T_1, T_2, \ldots, T_n$ که هر کدام خود یک درخت می‌باشند افراز کرد. شکل۲.۱ یک درخت ریشه‌دار را نشان می دهد.

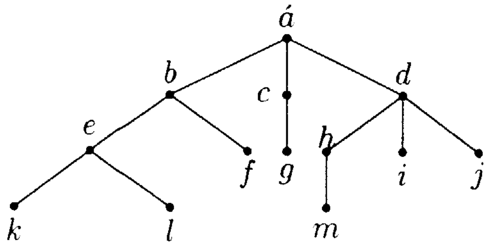
---

[9] Node

[10] Branch

[11] Directed tree

[12] rooted tree



شکل ۲.۱: یک درخت ریشه‌دار

تعداد زیردرخت‌های یک گره، درجه[۱۳] آن گره نامیده می‌شود. برای مثال در شکل ۲.۱، درجه گره a ، ۳ و درجه گرهb، ۲ می‌باشد. درجه یک درخت برابر بزرگترین درجه گره‌های آن درخت می‌باشد. درجه درخت شکل۲.۱، ۳ است. به گره‌ای که دارای درجه صفر باشد، برگ[۱۴] یا پایانه[۱۵] گفته می‌شود. در شکل ۲.۱ مجموعهٔ k, l, f, g, m, i, j برگ‌های درخت می‌باشند. ریشه‌های زیردرخت‌های یک گره، فرزندان [۱۶] آن گره نامیده میشوند و آن گره والد[۱۷] فرزندانش می‌باشد. بعنوان مثال، در شکل ۲.۱ فرزندان d، اعضای مجموعهٔ h, i, j می‌باشند و والد آن گرهٔ a می‌باشد. گره‌هایی که والد مشترک دارند، برادر[۱۸] نامیده می‌شوند. اجداد[۱۹] یک گره، گره‌هایی هستند که در یک مسیر از ریشه گره مورد نظر واقع شده‌اند. برای مثال، در شکل ۲.۱ اجداد گره m، اعضای مجموعهٔ a,d,h می‌باشند.

درخت دودویی

درخت دودویی ، درختی است که درجهٔ هر گره آن حداکثر ۲ باشد.یک درخت دودویی یاتهی است و یا شامل مجموعهٔ متناهی از گره‌ها، شامل یک ریشه و دو درخت دودویی که زیردرخت‌های چپ و راست نامیده می‌شوند.

---

[۱۳] Degree
[۱۴] Leaf
[۱۵] Terminal
[۱۶] Children
[۱۷] Parent
[۱۸] Sibling
[۱۹] Ancestors