



گروه فنی و مهندسی

گروه برق و کامپیوتر

تخمین ماتریس مرکب با استفاده از مدل مخلوطی لاپلاسیان - گوسی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی کامپیوتر-گرایش هوش مصنوعی

اساتید راهنما

دکتر بهزاد مظفری تازه‌کند

دکتر محمدعلی بادامچی‌زاده

پژوهش‌گر

زینب حسنی روشن

تابستان ۱۳۹۱

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

با تشکر و قدردانی از:

زحمات استاد عزیز و گرانقدرم جناب آقای دکتر مظفری تازه‌کند که همواره مرا از

راهنمایی‌های ارزشمند خویش برخوردار کرده‌اند.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های

ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه

متعلق به موسسه آموزش عالی نبی اکرم (ص) تبریز است.

تقدیم به:

پدرم که سخت کوشی را به من آموخت.

و مادر فداکارم که ایثار و فداکاری را در مکتب ایشان می آموزم.

و همسر عزیزم که برایم سرمشق درستکاری و مسئولیت پذیری هستند.

پیش‌گفتار

جداسازی کور منابع¹ (BSS) یکی از مهمترین مسائل شاخه پردازش سیگنال‌های دیجیتال بوده و روشی است که اخیراً در زمینه‌های مختلف پژوهشی توجه زیادی به آن شده است. در واقع جداسازی کور منابع برای حل مشکلات موجود در ارتباطات، صوت شناسی و استخراج داده‌ها و پردازش سیگنال تصویر و بیوپزشکی مفید می‌باشد. وظیفه اصلی جداسازی کور منابع این است که با استفاده از توزیع آماری، سیگنال‌های اصلی منبع را از سیگنال مرکب استخراج می‌کند. در اکثر تحقیقاتی که در این زمینه انجام شده است مجموعه‌ای از سیگنال‌های مشاهده شده که شامل ترکیب خطی از چندین منبع سیگنال است، به عنوان پیش فرض در نظر گرفته شده است. هدف اصلی پردازش این سیگنال‌ها، دستیابی به منابع سیگنالی است که هیچگونه اطلاعاتی از این منابع و شرایط ترکیب آنها در دست نیست.

اکثر روش‌هایی که در زمینه جداسازی کور سیگنال‌های منبع مطرح شده‌اند در حوزه زمان – فرکانس عمل می‌کنند ولی به دلیل اینکه در این حوزه افزونگی دیتا وجود دارد، استفاده از حوزه ویولت برای جداسازی کور سیگنال‌های منابع منطقی‌تر است. یک روش متداول برای جداسازی کور منابع، انتخاب توابع غیر خطی مناسبی است که بیشترین شباهت را با توزیع آماری منابع دارد. از آنجایی که توزیع آماری منابع برای انجام الگوریتم‌های BSS ناشناخته است برای هر منبع یک مدل توزیعی فرضی در نظر گرفته شده و تابع ریاضی (اعم از خطی یا غیر خطی) از توزیع آماری آن مشتق می‌شود. مثلاً برای منابع سیگنال سوپر گوسی مانند سیگنال‌های صحبت که توزیع لاپلاسینی دارند تابع sign انتخاب مناسبی می‌باشد و برای سیگنال‌های ساب گوسی تابع cubic انتخاب مناسبی خواهد بود.

کاربردهای زیادی از این موضوع در زمینه‌های مختلف وجود دارد که از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

(۱) پردازش سیگنال‌های مخابراتی

¹ *Blind Source Separation*

۲) پردازش سیگنال‌های بیولوژیکی مثل ECG و EEG

۳) مونیتورینگ

۴) پردازش سیگنال‌های FMRI

۵) پردازش سیگنال‌های صحبت

در این پایان‌نامه سیگنال‌های صحبت مورد استفاده فاقد نویز بوده و شبیه‌سازی‌های الگوریتم پیشنهادی بر اساس این سیگنال‌ها خواهند بود. سیگنال‌های منبع با یک ماتریس اولیه ای ترکیب می‌شوند. در روش پیشنهادی ابتدا تبدیل ویولت سیگنال‌های مرکب محاسبه شده و عمل جداسازی سیگنال‌های منبع بر مبنای ضرایب تقریب حاصل از ویولت انجام می‌شود. سپس با استفاده از ترکیب توابع لاپلاسین-گوسین ماتریس اولیه تخمینی به دست می‌آید.

چکیده

چون سیگنال‌های موجود در محیط، به‌صورت ترکیبی از سیگنال‌ها می‌باشند در نتیجه پردازش سیگنال‌های دیجیتالی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پردازش سیگنال دیجیتالی شامل جداسازی و استخراج اطلاعات موردنظر از سیگنال‌های مرکب می‌باشد. مسئله کور سیگنال‌ها از آنجا ناشی می‌شود که نحوه ترکیب این سیگنال‌ها و تشکیل سیگنال‌های مرکب در حالت کلی نامعین می‌باشند یعنی هیچ‌گونه اطلاعی از این منابع و شرایط ترکیب آنها در دست نیست. در این پایان‌نامه اهمیت جداسازی کور سیگنال‌های منبع از سیگنال‌های مرکب مورد بررسی قرار گرفته است.

ویولت یا موجک سیگنالی است که پهنای باند کوچکی را در حوزه فرکانس اشغال می‌کند و یک ابزار قوی برای کم کردن حجم اطلاعات می‌باشد. با استفاده از ویولت و تجزیه سیگنال براساس ویولت، پیچیدگی الگوریتم کاهش یافته و سرعت اجرایی بالا خواهد رفت.

در این پایان‌نامه سیگنال‌های مرکب با استفاده از تبدیل ویولت تجزیه می‌شوند و سپس الگوریتم پیشنهادی به جای این که بر روی سیگنال‌های مرکب اعمال شود، بر روی بسته ویولت‌های حاصل اعمال شده و چون تعامد سیگنال‌های حاصله در حوزه ویولت افزایش می‌یابد لذا برای هر منبع یک بسته ویولت بهینه محاسبه می‌شود. بسته ویولتی بهینه می‌باشد که راستای منبع را دقیق‌تر تخمین بزند. پارامترهای تخمینی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی به‌دست آورده می‌شوند و در نهایت بعد از چند بار آموزش سیگنال‌های منبع تخمین زده می‌شوند. در هر زیر سیگنال به‌دست آمده زاویه نسبی محاسبه شده و منحنی‌های پراکندگی و هیستوگرام این زاویه رسم می‌شود. یک مدل ترکیبی براساس الگوریتم EM برای هیستوگرام به‌دست آمده، محاسبه می‌شود و به این ترتیب راستای سیگنال‌ها تخمین زده می‌شوند.

الگوریتم پیشنهادی در راستا و ادامه‌ی کار مظفیری و همکارش می‌باشد. ایشان جداسازی کور سیگنال‌های منبع صحبت را بر اساس مدل ترکیبی لاپلاسیین انجام دادند. نتایجی که از الگوریتم پیشنهادی حاصل شده، حاکی از این است که الگوریتم پیشنهادی در مدت زمان کمتری نسبت به کارهای مشابه همگرا می‌شود.

فهرست مطالب

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۱	فصل اول :.....
۱	مقدمه و مسئله جداسازی کور سیگنال‌های منبع.....
۲	۲-۱ جداسازی کور سیگنال‌های منبع.....
۶	۱-۲-۱ نمودار پراکندگی.....
۸	۳-۱ مروری بر کارهای انجام شده.....
۱۴	۴-۱ ارتباط موضوع با کارهای قبلی.....
۱۴	۵-۱ اهداف پایان‌نامه.....
۱۵	۶-۱ محتوای فصل‌های بعد.....
۱۷	فصل دوم:.....
۱۷	موضوعات و مفاهیم مرتبط با موضوع پایان‌نامه.....
۱۷	مقدمه.....
۱۸	۱-۲ موجک.....
۱۸	۱-۱-۲ تبدیل ویولت پیوسته.....
۲۰	۲-۱-۲ تبدیل ویولت گسسته.....
۲۱	۳-۱-۲ تبدیل ویولت بسته ای.....
۲۲	۴-۱-۲ مقایسه حوزه ویولت در تجزیه سیگنال با حوزه زمان-فرکانس.....
۲۳	۲-۲ فیلتر بانک.....
۲۴	۱-۲-۲ عمل گر <i>Down-sampler</i>
۲۴	۲-۲-۲ عمل گر <i>Up-sampler</i>
۲۴	۳-۲-۲ ساختار درختی فیلتر بانک.....
۲۴	۳-۲ مدل هندسی برای سیگنال‌های مرکب.....

۲۶	نتیجه‌گیری
۲۷	فصل سوم:
۲۷	روش پیشنهادی
۲۷	مقدمه
۲۸	۱-۳ جداسازی سیگنال‌های منبع در حوزه ویولت براساس مدل سازی توزیع لاپلاسی-گوسین
۲۹	۲-۳ یادگیری مدل ترکیبی لاپلاسی-گوسین براساس الگوریتم بیشینه متوسط
۳۲	۳-۳ تخمین ماتریس مرکب با استفاده از الگوریتم $GLMM - EM$ در حوزه ویولت
۳۴	۴-۳ انتخاب بسته ویولت‌های مناسب برای محاسبه راستای دقیق سیگنال‌های منبع
۳۷	۵-۳ نتایج شبیه سازی در تخمین ماتریس مرکب
۳۷	۱-۵-۳ ماتریس مرکب متشکل از دو سیگنال منبع صحبت
۴۰	۲-۵-۳ ماتریس مرکب متشکل از سه سیگنال منبع صحبت
۴۳	۳-۵-۳ ماتریس مرکب متشکل از چهار سیگنال منبع صحبت
۴۶	۶-۳ مقایسه نتایج به دست آمده
۴۸	فصل چهارم :
۴۸	نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۴۸	۱-۴ نتیجه‌گیری
۵۰	۲-۴ پیشنهادات
۵۱	پیوست
۵۷	فهرست اصطلاحات و علائم اختصاری
۵۸	مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) تبدیل سیگنال دیجیتال به آنالوگ ۱
- شکل (۲-۱) ترکیب سیگنال‌ها با ماتریس اولیه و سپس بازسازی دوباره آن ۴
- شکل (۳-۱) تقسیم بندی مسئله BSS براساس تعداد سیگنال‌های منبع و مرکب ۵
- شکل (۴-۱) نمودار پراکندگی دو سیگنال مرکب x_1 و x_2 با حذف پارامتر زمان ۶
- شکل (۵-۱) نمودار هیستوگرام دو سیگنال مرکب x_1 و x_2 با حذف پارامتر زمان ۸
- شکل (۶-۱) منحنی همگرایی جهت تخمین پارامترها براساس الگوریتم لاپلاسین ۹
- شکل (۷-۱) تابع توزیع لاپلاس به ازای مقادیر مختلف واریانس متناظر ۱۰
- شکل (۸-۱) مدل هندسی ترکیب سیگنال‌های منبع و تشکیل سیگنال مرکب ۱۲
- شکل (۱-۲) نمودار تبدیل ویولت با استفاده از فیلتر بانک‌ها ۲۱
- شکل (۲-۲) ویولت‌های بسته ای براساس نمودارهای درختی کامل و غیر کامل ۲۲
- شکل (۳-۲) فیلتر با عمل گر T ۲۳
- شکل (۴-۲) سیگنال‌های صحبت و سیگنال‌های مرکب ۲۵
- شکل (۱-۳) تابع ترکیبی GLMM به ازای مقادیر مختلف q و S و C ۲۹
- شکل (۲-۳) الگوریتم پیشنهادی محاسبه ماتریس مرکب در حوزه ویولت ۳۲
- شکل (۳-۳ الف) نمودار پراکندگی زاویه نسبی ویولت بسته ای با دو سیگنال صحبت ۳۳
- شکل (۳-۳ ب) نمودار هیستوگرام زاویه نسبی ویولت بسته ای با دو سیگنال صحبت ۳۳
- شکل (۴-۳) الگوریتم محاسبه بسته ویولت‌های بهینه برای محاسبه پارامترهای مدل ترکیبی GLMM ۳۶
- شکل (۲-۵-۳) نمودار تخمین واریانس در هر بسته ویولت سطح ۲ ۳۸
- شکل (۱-۵-۳) نمودار پراکندگی زاویه نسبی بسته ویولت‌های سطح ۲ ۳۸
- شکل (۴-۵-۳) منحنی تخمین θ_k بهینه در هر بسته ویولت سطح ۲ ۳۹
- شکل (۳-۵-۳) تخمین ضریب α_k ماتریس مرکب در هر بسته ویولت در سطح ۲ ۳۹
- شکل (۵-۵-۳) هیستوگرام و مدل ترکیبی GLMM در هر بسته ویولت سطح ۲ ۴۰
- شکل (۲-۶-۳) نمودار تخمین واریانس در هر بسته ویولت سطح ۲ ۴۱

- شکل (۱-۶-۳) نمودار پراکندگی زاویه نسبی بسته ویولت های سطح ۲..... ۴۱
- شکل (۴-۶-۳) منحنی تخمین θ_k بهینه در هر بسته ویولت سطح ۲..... ۴۲
- شکل (۳-۶-۳) تخمین ضریب α_k ماتریس مرکب در هر بسته ویولت در سطح ۲..... ۴۲
- شکل (۵-۶-۳) هیستوگرام و مدل ترکیبی $GLMM$ در هر بسته ویولت سطح ۲..... ۴۳
- شکل (۲-۷-۳) تخمین ضریب α_k ماتریس مرکب در هر بسته ویولت در سطح ۲..... ۴۴
- شکل (۱-۷-۳) نمودار تخمین واریانس در هر بسته ویولت سطح ۲..... ۴۴
- شکل (۳-۷-۳) منحنی تخمین θ_k بهینه در هر بسته ویولت سطح ۲..... ۴۵
- شکل (۴-۷-۳) هیستوگرام و مدل ترکیبی $GLMM$ در هر بسته ویولت سطح ۲..... ۴۵

فهرست جدول‌ها

جدول (۱-۱) معادلات متناظر یادگیری مدل ترکیبی لاپلاسین ۹

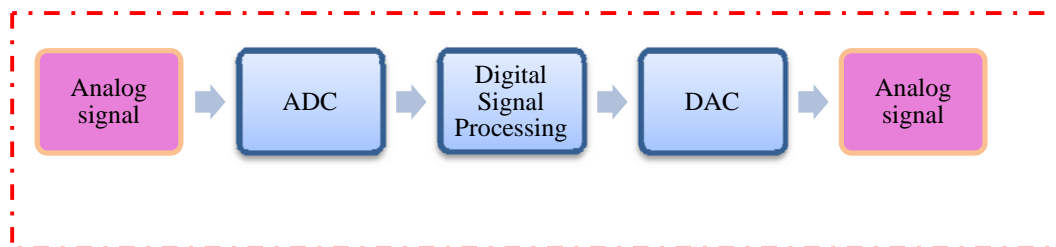
جدول (۱-۳) معادلات متناظر یادگیری مدل ترکیبی لاپلاسین-گوسین ۳۲

فصل اول :

مقدمه و مسئله جداسازی کور سیگنال‌های منبع

پردازشگر سیگنال‌های دیجیتال^۱ (DSP) ریزپردازنده مجموعه مداری است که بر روی سیگنال‌های دیجیتالی ورودی بر اساس الگوریتم تعریف شده پردازش خاصی را انجام می‌دهد. مثلاً در دوربین دیجیتال اطلاعات خام خروجی از سنسور تصویر و مبدل آنالوگ به دیجیتال را دریافت کرده و تصویر قابل نمایش در صفحه نمایشگر یا قابل انتقال به کامپیوتر را تشکیل می‌دهد.

سیگنال دیجیتال، سیگنالی است که هم از نظر زمان رخداد و هم از نظر مقدار در بازه خاصی محدود شده باشد. سیگنال دیجیتال در مقابل سیگنال آنالوگ تعریف می‌شود که در آن حدودی برای پارامترهای فوق‌الذکر تعریف نمی‌شود. سیگنال دیجیتال از نظر ریاضی سیگنالی است که فقط از صفرها و یک‌های منطقی تشکیل شده باشد. این یک و صفرها ممکن است به شیوه‌های مختلفی نشان داده شوند که به این شیوه، کدینگ^۲ سیگنال گویند.



شکل (۱-۱) تبدیل سیگنال دیجیتال به آنالوگ

^۱ Digital Signal Processing

^۲ Coding

الگوریتم‌های پردازش دیجیتال عملاً نیاز به انجام اعمال ریاضی زیاد روی داده‌ها با سرعتی بالا و پی‌درپی دارند سیگنال‌ها (احتمالاً از گیرنده‌های صدا یا تصویر) پیوسته از آنالوگ به دیجیتال تبدیل شده به صورت دیجیتال بکار برده و تغییر می‌کنند و سپس دوباره به فرم آنالوگ همانطور که در دیاگرام شکل (۱-۱) قابل مشاهده است تبدیل می‌شود.

بسیاری از برنامه‌های (DSP) به خاطر تاخیر کار سیستم با مشکل مواجه می‌شوند چون عملیات (DSP) باید در زمان ثابت کامل شود، و پردازش نمی‌تواند به تعویق بیفتد.

بیشتر پردازنده‌های عمومی-کاربرد و سیستم عامل‌ها می‌توانند الگوریتم‌های (DSP) را با موفقیت انجام دهند اما برای دستگاه‌های قابل حملی همچون تلفن همراه و (PDA) بخاطر مصرف برق زیاد و اندازه بزرگ مناسب نیستند، یک پردازش‌گر سیگنال دیجیتال، راه حل نسبتاً کم هزینه‌ای، با اجرای بهتر، تاخیر کمتر و بی نیاز از خنک کننده و باتری‌های بزرگ می‌باشد.

به طور کلی پردازش سیگنال دیجیتال را می‌توان به دو دسته در زمینه فن آوری تقسیم کرد:

الف) کدینگ، انتقال و دریافت

ب) استخراج اطلاعات از سیگنال

که از جمله کاربردهای آن می‌توان به شناسایی الگو^۱، تقویت و بهبود سیگنال^۲، تشخیص گفتار و ... اشاره کرد.

۱-۲ جداسازی کور سیگنال‌های منبع

بسیاری از سیگنال‌های پیرامون ما ترکیبی از سیگنال‌های منابع اصلی است و بشر را در بازیابی سیگنال‌های مرکب همواره با چالش روبرو ساخته است و اخیراً توجهات زیادی در چندین رشته تحقیقی پیدا کرده است. اغلب فرمول بندی اختصاص داده شده به کار جداسازی منبع کور، بر روی یک مجموعه ایی از سیگنال‌های گفتار که شامل ترکیب خطی از چندین سیگنال منبع هستند، می‌باشد. در این فرآیند، سیگنال‌های منبع غیر قابل مشاهده بوده و نحوه ترکیب این سیگنال‌ها و تشکیل سیگنال‌های مرکب در حالت کلی نامعین می‌باشند

¹ Pattern Recognition

² Signal Enhancement

یعنی هیچگونه اطلاعی از این منابع و شرایط ترکیب آنها در دست نیست. سیگنال‌های مرکب تنها سیگنال‌های قابل دسترس بوده و مشاهداتی هستند که توسط سنسورهای اندازه‌گیری شده‌اند. به‌عنوان مثال این سنسورها می‌توانند یک دسته میکروفن در زمینه پردازش سیگنال‌های صحبت باشند که در یک جلسه سخنرانی صدا را ضبط می‌کنند. هر میکروفن سیگنالی را ایجاد می‌کند که ترکیبی از صدای چندین سخنران می‌باشد. به این ترتیب سیگنال‌های منبع مختلف با هم ترکیب شده و سیگنال‌های مرکب تولید می‌شوند. هدف این است که سیگنال‌های منبع اولیه را بتوان از سیگنال مرکب جدا کرد. مسئله جداسازی کور سیگنال‌های منبع در بعضی مواقع می‌تواند به دو زیر مسئله تقسیم شود:

الف) تخمین ماتریس مرکب^۱: در این روش فرض می‌شود که چند سیگنال منبع اولیه موجود می‌باشد که به وسیله یک ماتریس اولیه با هم ترکیب می‌شوند و سیگنال مرکب را ایجاد می‌کنند. حال با استفاده از الگوریتم‌های موجود سعی می‌شود که ماتریسی تخمین زده شود که نزدیک به ماتریس اولیه باشد.

ب) جداسازی: بعد از اینکه ماتریس اولیه تخمین زده شد می‌توان عمل معکوس ایجاد سیگنال مرکب را انجام داد و سیگنال‌های منبع را از هم جدا کرد.

جداسازی سیگنال منابع، به دو دسته کلی روش‌های زمانی و فرکانسی تقسیم می‌شوند [۳]. روش‌های زمانی پیچیدگی محاسباتی زیادی دارند زیرا مدل زمانی ترکیب سیگنال منابع از نوع کانولوتیو است ولی روش‌های فرکانسی روابط ساده‌تری دارند زیرا در حوزه فرکانس، مدل ترکیب سیگنال منابع به‌صورت لحظه‌ای ساده می‌شود. هر چند الگوریتم‌های جداسازی فرکانسی با مشکل جایگشت محلی روبرو می‌باشند که سبب کاهش کیفیت جداسازی می‌شود [۴].

جداسازی کور منبع با استفاده از تجزیه و تحلیل اجزای مستقل (ICA)^۲ توجه زیادی در سال‌های اخیر جلب کرده است. برنامه‌های کاربردی مهم از جمله سیستم‌های تشخیص گفتار، تقویت گفتار، جداسازی گفتار، پردازش داده‌های مربوط به ژئوفیزیک، ارتباطات بی‌سیم، پردازش تصویر، ارتباطات از راه دور و تجزیه و پردازش سیگنال‌های مربوط به علم پزشکی با استفاده از ICA انجام شده‌اند.

¹ *Mixing matrix estimation*

² *Independent Component Analysis*

تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های مستقل ICA روش شناخته شده خوبی برای پیدا کردن ساختارهای مخفی در یک مجموعه داده است. ICA به عنوان یک روش آماری بیان می‌شود که شامل مجموعه‌ای از مشاهدات چند بعدی و ترکیبی از متغیرهای ناشناخته می‌باشد. این متغیرهای ناشناخته، اجزای مستقل نامیده می‌شوند.

مدل ICA خطی به صورت معادله (۱-۱) عنوان شده است.

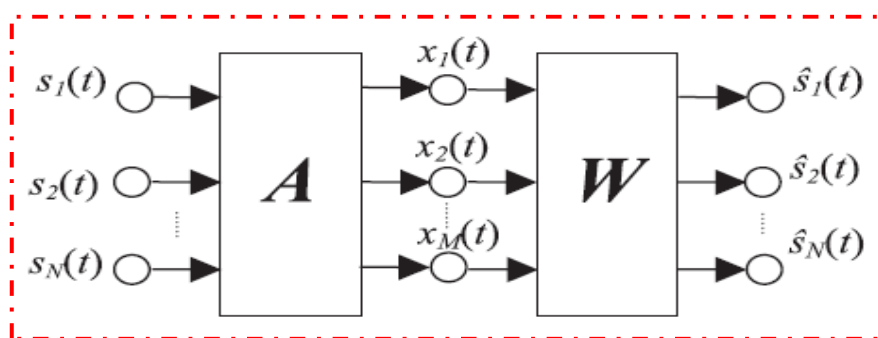
$$X(t) = A.S(t) \quad (1-1)$$

که در آن $X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_m(t)]^T$ یک بردار مشاهده شده و $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ یک ماتریس مرکب $M \times N$ نامعلوم است که روی متغیرهای مشاهده نشده آماری مستقیم که به عنوان بردار زیر تعریف شده عمل می‌کند:

$$S(t) = [s_1(t), s_2(t), s_3(t), \dots, s_n(t)]^T \quad (2-1)$$

که در آن $s_i(t)$ i -امین سیگنال منبع^۱ است که در نهایت $X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_m(t)]^T$ را تولید می‌کند که $x_i(t)$ i -امین سیگنال مرکب^۲ می‌باشد. نام دیگر سیگنال مرکب، سیگنال دریافتی یا سیگنال مشاهده شده^۳ می‌باشد.

سیگنال‌های منابع می‌توانند مانند شکل (۲-۱) برآورد شوند. در مسئله BSS هدف یافتن سیستم معکوسی است که در آن $W = \tilde{A}$ می‌باشد. در شکل زیر W ماتریسی است که با استفاده از روش‌های جداسازی کور منابع تخمین زده می‌شود و سپس سیگنال‌های منبع تخمینی $Y(t) = W^T X(t)$ به دست می‌آیند.



شکل (۲-۱) ترکیب سیگنال‌ها با ماتریس اولیه و سپس بازسازی دوباره آن

¹ Source Signal

² Mixed Signal

³ Observed Signals

مسئله جداسازی کور سیگنال‌های منبع از سیگنال‌های مرکب را می‌توان با توجه به تعداد سیگنال‌های منبع و مرکب نسبت به هم، به سه دسته زیر تقسیم کرد:

الف) جداسازی کور وقتی تعداد سیگنال‌های منبع کمتر از تعداد سیگنال‌های مرکب باشد.^۱

ب) جداسازی کور وقتی تعداد سیگنال‌های منبع برابر با تعداد سیگنال‌های مرکب باشد.^۲

ج) جداسازی کور وقتی تعداد سیگنال‌های منبع بیشتر از تعداد سیگنال‌های مرکب باشد.^۳



شکل (۱-۳) تقسیم بندی مسئله BSS براساس تعداد سیگنال‌های منبع و مرکب

¹ Overdetermined Mixing

² Determined Mixing

³ Underdetermined Mixing

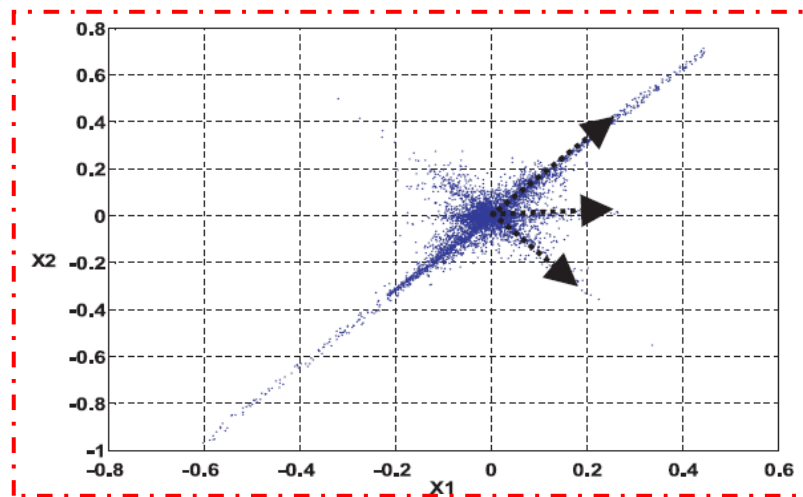
در شکل (۳-۱) این تقسیمات نشان داده شده است. در این شکل‌ها x_i سیگنال مرکب و S_i سیگنال منبع می‌باشند. در ماتریس مرکب A ، تعداد ستون‌ها نشان دهنده تعداد سیگنال منبع و تعداد سطرها نشان دهنده تعداد سیگنال مرکب یا سیگنال دریافتی می‌باشد. بدترین حالت BSS وقتی است که تعداد سیگنال منبع بیشتر از تعداد سیگنال مرکب باشد که در این زمینه کارهای زیادی توسط محققان انجام شده است.

۱-۲-۱ نمودار پراکندگی

دو سیگنال مرکب که از منابع مختلف دریافت شده‌اند را در نظر بگیرید. واضح است که این سیگنال‌های مرکب تابعی از زمان می‌باشد و می‌تواند به عنوان یکی از محورهای مختصات رسم شود. حال اگر ما این دو سیگنال را در یک نمودار رسم کنیم طوری که پارامتر زمان را حذف کنیم، شکل به دست آمده یک نمودار پراکنده^۱ نام دارد.

اگر منابع کاملاً مستقل باشند، جهات مختلف در نمودار پراکندگی نمایان‌گر تعداد منابعی هستند که با هم ترکیب شده و سیگنال مرکب را ایجاد کرده‌اند.

شکل (۴-۱) یک نمودار پراکنده را برای دو سیگنال مرکب نشان می‌دهد. همان طور که از شکل پیداست تعداد جهت فلش‌ها سه تا می‌باشد پس این دو سیگنال مرکب ترکیبی از سه سیگنال گفتار می‌باشد. همچنین جهت فلش‌ها جهت سیگنال‌های منبع را نشان می‌دهد.



شکل (۴-۱) نمودار پراکندگی دو سیگنال مرکب x_1 و x_2 با حذف پارامتر زمان

^۱ Scatter