دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین

گروه مهندسی نانو الکترونیک

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی نانو الکترونیک

عنوان

طراحی گیت‌های کوانتومی با استفاده از تونل‌زنی اسپین الکترون در زنجیر نقاط کوانتومی

اساتید راهنما

پروفسور علی رستمی

دکتر رضا یدی‌پور

استاد مشاور

دکتر حسن رسولی

پژوهشگر

ساناز شعار غفاری

در آغاز لازم می دانم از زحمات پدر و مادر عزیزم و همسر مهربانم و کلیه کسانیکه در دوران تحصیل همواره مشوق و پشتیبان اینجانب بوده اند کمال تشکر را بنمایم.

هم چنین از زحمات اساتید محترم، به خصوص جناب آقای پروفسور علی رستمی و جناب آقای دکتر کریم عباسیان که با راهنمایی های خود راهگشای اینجانب بوده اند تشکر می‌کنم .

از خواهر مهربانم و دوست عزیزم خانم مهشید زند مشایخی به خاطر یاری و همراهی همیشگیشان کمال تشکر و سپاسگذاری را دارم.

نام خانوادگی دانشجو: شعار غفاری **نام:** ساناز

عنوان پایان‌نامه: طراحی گیت‌های کوانتومی با استفاده از تونل زنی اسپین الکترون در زنجیر نقاط کوانتومی

استاد راهنما: پروفسور علی رستمی و دکتر رضا یدی پور **استاد مشاور:** دکتر حسن رسولی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته:** مهندسی فناوری‌های نوین **گرایش:** نانو الکترونیک **دانشگاه:** دانشگاه تبریز **دانشکده:** مهندسی فناوری‌های نوین **تاریخ فارغ‌التحصیلی:** ۸۹/۱۱/۱۸

تعداد صفحات:۸۹

واژه‌نامه: اسپین، گیت کوانتومی، تونل زنی

چکیده:

الگوریتم‌های محاسبات کوانتومی در واقع عملیات متوالی منطقی هستند که روی کیوبیت‌ها انجام می‌گیرند. در حالت کلی کیوبیت‌ها اطلاعات کوانتومی را ذخیره می‌کنند و توسط عملیات منطقی کنترل شده که تحت عنوان گیتهای کوانتومی خوانده می‌شوند، تغییر حالت می‌دهند. بدین منظور سیستم‌های فیزیکی بسیاری برای تحقق کامپیوترهای کوانتومی مورد مطالعه می‌باشند. یکی از بهترین سخت‌افزارهای پیشنهادی در این زمینه، اسپین الکترون حبس شده در نقطه کوانتومی است.

برای تحقق گیت CNOT که یکی از اساسی‌ترین گیت‌های کوانتومی می‌باشد. ما دو الکترونی که در

داخل دو نقطه کوانتومی کوپل شده به هم قرار دارند را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. انرژی جابجایی[1] حاصل اندرکنش کولنی و اصل طرد پائولی است. روش‌های مختلفی برای کنترل این انرژی وجود دارد، از جمله آنها اعمال میدان مغناطیسی یا الکتریکی یا تغییر فاصله بین دو نقطه کوانتومی کوپل شده است.

در این پایان نامه اثرات میدان الکتریکی همگن را در انرژی اندرکنش هایزنبرگ بررسی می‌کنیم. بدین منظور باید معادله شرودینگر برای همیلتونین دو الکترونی را حل کنیم. برای چنین مساله‌ای راه‌حلهای زیادی وجود دارد که از جمله روشهای عددی دقیق، متد اندرکنش ترکیبی[2] می‌باشد. در اینجا از این روش و با استفاده از اوربیتالهای نوع گوسین، ترازهای انرژی را برای یک سیستم دو الکترونی محبوس شده در نقاط کوانتومی کوپل شده افقی بدست می‌آوریم. پتانسیل توسط دو چاه کوانتومی مدل شده است که رنج و درجه نرمی آن قابل تغییر می‌باشد. در تمامی حالتها میزان انرژی مبادله شده بین دو اسپین، رفتار مشابهی را نسبت به میدان الکتریکی از خود نشان می‌دهند. در میدانهای متوسط میزان این انرژی به یک حالت بیشینه می‌رسد و پس از عبور یک مقدار بحرانی سریعا به میزان صفر میل می‌کند. بنابراین قادر هستیم با استفاده از میدان الکتریکی این انرژی را سویچ ویا تنظیم کنیم.

این مشخصات بدست آمده برای این انرژی می‌تواند در راستای دستکاری کامل الکتریکی کیوبیتهای اسپینی امیدوار کننده باشد.

1 - Exchange Energy

2 - Configration Interaction

فهرست مطالب

فصل ۱: پیشینه پژوهش و بررسی منابع مورد مطالعه..... ۱

۱-۱- مقدمه..... ۱

۱-۲- مروری بر تاریخچه محاسبات کوانتومی..... ۳

۱-۳-مفهوم بیت کوانتومی..... ۸

۱-٤- گیت‌های کوانتومی..... ۱۰

۱-٤-۱- گیت هادامارد..... ۱۰

۱-٤-۲- گیت X..... ۱۱

۱-٤-۳- گیت Y..... ۱۱

۱-٤-٤- گیت Z..... ۱۲

۱-٤-٥- گیت S..... ۱۲

۱-٤-٦- گیت T..... ۱۲

۱-٤-۷- گیتCNOT..... ۱۳

۱-٥- مدارهای کوانتومی..... ۱٤

۱-٥-۱- گیت swap..... ۱٤

۱-٥-۲- گیت تافلی..... ۱٥

۱-٦- عملیات موازی در مکانیک کوانتومی..... ۱٦

۱-۷- درهم‌تنیدگی کوانتومی..... ۲۱

۱-۷-۱- تله‌پرتیشن کوانتومی..... ۲۳

۱-۸- مفهوم اسپین..... ۲۶

۱-۸-۱- برهم‌کنش اسپین با میدان مغناطیسی..... ۲۷

۱-۸-۲- اثبات تجربی وجود اسپین- آزمایش اشترن گرلاخ..... ۲۹

۱-۹- مکانیک کوانتومی اسپین..... ۳۳

۱-۹-۱- ماتریس‌های پائولی..... ۳۳

۱-۹-۲- بردارهای ویژه ماتریس پائولی..... ۳۵

۱-۹-۲-۱- بردارهای ویژه ماتریس σ_z..... ۳۵

۱-۹-۲-۲- بردارهای ویژه ماتریس σ_x..... ۳۶

۱-۹-۲-۳- بردارهای ویژه ماتریس σ_y..... ۳۶

فصل ۲: مواد و روش های مورد استفاده در پژوهش..... ۳۸

۲-۱- برهم‌کنش جابجایی..... ۳۸

۲-۲- ذرات همسان و قانون طرد پائولی..... ۳۸

۲-۳- اتم هلیم..... ۳۹

۲-۳-۱- راه حل هارتری..... ۴۰

۲-۴- معادله شرودینگر در سیستم‌های چند الکترونی..... ۴۸

۲-۴-۱- تقریب بورن – اپنهایمر..... ۵۰

۲-۴-۲- اصل تقارن در سیستم‌های چند الکترونی..... ۵۱

۲-٤-۳- دترمینان‌های اسلیتر در سیستم‌های چند الکترونی.....۵۱

۲-٤-٤- روش هارتری- فک.....۵۳

۲-٤-۵- دترمینانهای برانگیخته.....۵٦

۲-٤-٦- روش اندرکنش ترکیبی.....۵۸

۲-٤-۷- ترازهای انرژی سیستم دو الکترونی.....٦۱

۲-۵- تحقق فیزیکی گیت‌های کوانتومی.....٦۳

۲-٦- گیت کوانتومی ناشی از اندرکنش هایزنبرگ.....٦٦

۲-٦-۱- تنظیم اندرکنش دواسپین با استفاده از میدان مغناطیسی در دو نقطه کوانتومی کوپل شده...٦٦

۲-٦-۲- تنظیم اندرکنش دواسپین با استفاده از میدان الکتریکی در دو نقطه کوانتومی کوپل شده....٦۷

فصل ۳: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

فهرست اشکال:

اشکال فصل ۱

۱-۱- نمودار مور..... ٤

۱-۲- کره بلاخ..... ۹

۱-۳- گیت هادامارد..... ۱۱

۱-٤- گیت X..... ۱۱

۱-۵- گیت Y ۱۱

۱-٦- گیت Z..... ۱۲

۱-۷- گیت S..... ۱۲

۱-۸- گیت T ۱۲

۱-۹- شماتیک و جدول منطقی گیت CNOT..... ۱۳

۱-۱۰-شماتیک و جدول منطقی گیت SWAP..... ۱٤

۱-۱۱-شماتیک و جدول منطقی گیت تافلی..... ۱۵

۱-۱۲-مدار کوانتومی دویچ..... ۱۷

۱-۱۳-عملیات موازی در گیت‌های کوانتومی..... ۲۰

۱-۱٤-مدار کوانتومی حالت‌های بل..... ۲۱

۱-۱۵-مدار کوانتومی تله پرتیشن..... ۲۲

۱-۱٦-آزمایش اشترن- گرلاخ..... ۲۸

اشکال فصل ۲

۲-۱- سیستم مختصات مولکولی.....٤٨

۲-۲-ترازهای اشغال شده و اشغال نشده سیستم چند الکترونی.....٥٥

۲-۳- گذار یک الکترون از اوربیتال اشغال شده به اوربیتال برانگیخته.....٥٦

۲-٤- حالت دوگانه، گذار دو الکترون از اوربیتال‌های اشغال شده به اوربیتالهای برانگیخته....٥٧

۲-٥- وابستگی دقت محاسبات برحسب تعداد توابع پایه و دترمینانهای برانگیخته ٦٠

۲-٦- گذارهای نوری و دوران مغناطیسی در گیت CNOT.....٦٣

۲-۷- تغییر حالت ترازهای انرژی دو الکترون برای تحقق گیت CNOT.....٦٤

۲-۸- شماتیک نقاط کوانتومی کوپله و پتانسیل حبس شدگی.....۷۰

۲-۹- میزان انرژی جابجایی دو نقطه کوانتومی کروی (حالت ۱).....۷۲

۲-۱۰- میزان انرژی جابجایی برای دو نقطه کوانتومی کروی و بیضوی (حالت ۲).....۷۳

۲-۱۱- میزان انرژی جابجایی برای دو نقطه کوانتومی کروی و بیضوی (حالت ۳).....۷٤

۲-۱۲- میزان انرژی جابجایی برای دو نقطه کوانتومی کروی و بیضوی (حالت ٤).....۷٥

۲-۱۳- میزان انرژی جابجایی برحسب درجه نرمی پتانسیل ۷٦

۲-۱٤- میزان انرژی جابجایی برحسب اندازه نقاط کوانتومی.....۷۷

۲-۱٥- انرژی‌های تکی وسه‌گانه و مقدار انرژی جابجایی برای

دو حالت کوپلینگ قوی و ضعیف.....۷۸

۲-۱۶- تقسیم‌بندی ناحیه نقاط کوانتومی در دو راستای x و y.....۷۹

فصل ۱- پیشینه پژوهش و بررسی منابع

۱-۱- مقدمه

در سالهای اخیر، محاسبات کوانتومی به عنوان یکی از زمینه‌های مطالعاتی بین رشته‌ای پیشرفت زیادی کرده است که شامل حوزه‌هایی چون فیزیک، مهندسی و علوم کامپیوتری می‌باشد. با گسترش روزافزون تئوری محاسبات و اطلاعات کوانتومی، تحقیقات وسیعی در مورد نحوه تحقق فیزیکی و سخت‌افزاری کامپیوترهای کوانتومی آینده انجام می‌گیرد. یکی از بهترین کاندیداها که امید زیادی برای ساخت کامپیوترهای کوانتومی آینده بر مبنای آن وجود دارد، اسپین الکترونی می‌باشد که در نقطه کوانتومی حبس شده است. اسپین الکترون به طور طبیعی دارای فضای هیلبرت دو بعدی است و بهترین گزینه برای توصیف حالتهای صفر و یک به صورت اسپین بالا و پایین می‌باشد. علاوه بر این، مساله همدوسی در ذخیره اطلاعات کوانتومی، یکی از چالش های سخت افزارهای پیشنهادی برای محاسبات کوانتومی است. به این معنی که حالتهای کوانتومی پس از گذشت زمان در اثر اندرکنش با محیط، اطلاعات اولیه ذخیره شده را از دست می‌دهند. بنابراین هر چه زمان همدوسی بیشتر باشد، بهتر است. که در اینجا نیز اسپین الکترون برهم‌کنش ضعیفی با عوامل محیطی داشته و از این حیث نیز قابل اطمینان خواهد بود.

عامل مهم دیگری که باید در تحقق فیزیکی کامپیوترهای کوانتومی مدنظر قرار دهیم، قابلیت مجتمع سازی بالا است. علاوه براین در بحث گیتهای کوانتومی خواهیم دید که کنترل تغییر حالتهای کوانتومی با استفاده از عوامل کنترل شده خارجی یکی دیگر از نیازهای سخت افزاری این کامپیوترهاست. از طرفی تکنولوژی همچنان مایل است که این کامپیوترها را نیز برمبنای زمینه‌های

قبلی (کامپیوترهای کلاسیک کنونی) که از نیمه‌هادیها ساخته شده‌اند پایه‌ریزی کند. مجموعه عوامل ذکر شده ما را به سمتی سوق داد که در میان انواع وسیعی از سخت افزارهایی که برای تحقق فیزیکی گیت‌ها پیشنهاد می‌شود، گیت کوانتومی پیشنهادی در مقاله سال ۱۹۹۸ دنیل لاس و دیوید دیوینسنزو[1] را به عنوان گیت پایه بر مبنای اندرکنش اسپین الکترونهای مجاور هم، در دو نقطه کوانتومی کوپل شده، انتخاب کرده و به دنبال کنترل الکتریکی این گیت باشیم.

در فصل اول در مورد محاسبات کوانتومی، سپس مفاهیم اصلی محاسبات کوانتومی چون بیت کوانتومی و گیت‌های کوانتومی بطور خلاصه بیان می‌شوند. سپس به بررسی مدارهای الکتریکی و به مفاهیم مهمی چون عملیات موازی و در هم‌تنیدگی کوانتومی پرداخته می‌شود. تعریف اسپین الکترون و مکانیک کوانتومی اسپین در ادامه خواهد آمد.

در فصل دوم مفهوم انرژی جابجایی (هایزنبرگ) و راه‌حل‌های متفاوت حل معادله شرودینگر در یک سیستم چند الکترونی مورد بررسی قرار می‌گیرند. و در نهایت یک سیستم دو الکترونی توسط یکی از این روشها حل شده و کنترل انرژی هایزنبرگ توسط میدان الکتریکی خطی بررسی می‌شود.

1- Daniel Loss, David P.Divincenzo

۱-۲- مروری بر تاریخچه محاسبات کوانتومی

یکی اززمینه های مورد استفاده مکانیک کوانتومی درفناوریهای اخیرکه تحقیقات وسیعی را در برمی‌گیرد، محاسبات کوانتومی واطلاعات کوانتومی می باشد. بطورکلی مطالعه روند پردازش اطلاعاتی که درسیستم های کوانتوم مکانیکی قابل پیاده سازی است را به طورساده محاسبات کوانتومی و اطلاعات کوانتومی گویند. برای درک بهتر اینکه چرا علم کامپیوترو مخابرات به این سمت روی آورده، بهتراست به تاریخچه ای ازسیر تکاملی علم فیزیک و کامپیوتراشاره کرد.

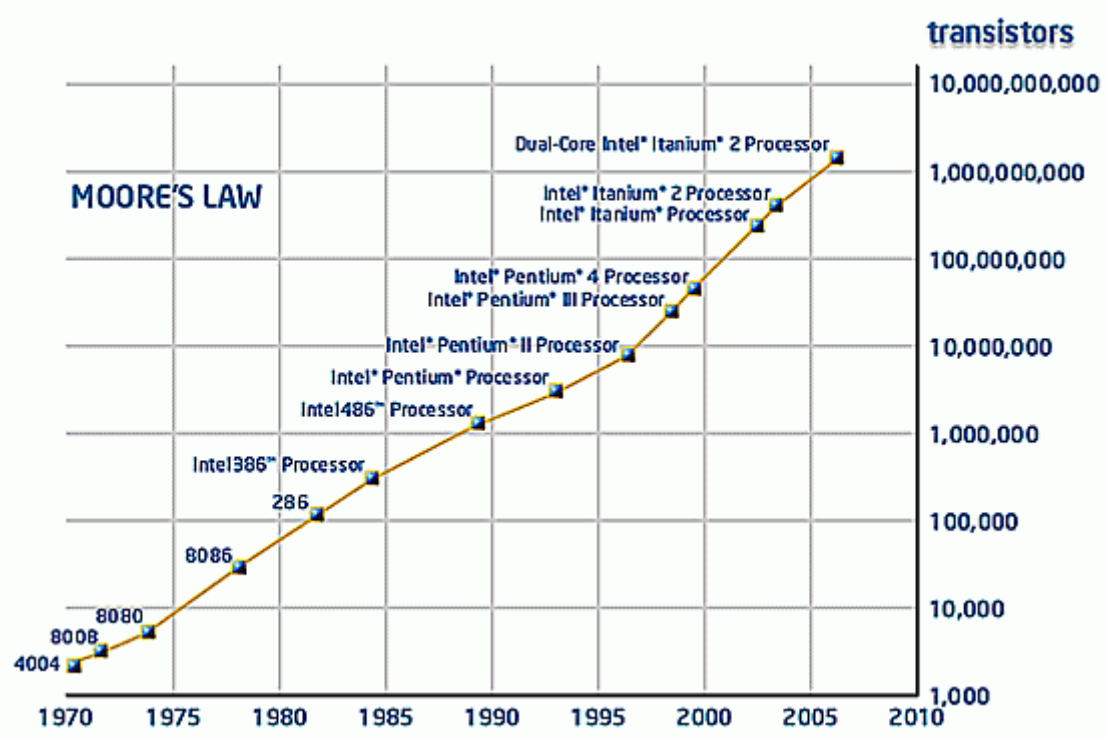
علم فیزیک پس ازپیدایش مکانیک کوانتومی تحول عظیمی را به خود دید و به طورقابل ملاحظه ای در توصیف پدیده ها موفق عمل کرد. می دانیم که علم کوانتوم برای ذهن کلاسیکی انسان در بسیاری از زمینه ها برای درک اولیه سخت به نظرمی رسد، یکی ازاهداف محاسبات کوانتومی این است که ابزاری برای بشر فراهم آورد تا درک انسان از دنیای کوانتوم بهتر شود.

از این مهمتر وقتی علم فیزیک و دانسته های ما به مرزهای اتم نفوذ می کند، لاجرم فناوری نیز براساس این دانسته ها شکل می گیرد و مهمترین چالش دراین زمینه بناچارکنترل سیستم های کوانتومی خواهد بود. به عنوان مثال می توان به میکروسکوپ های اتمی و ادوات الکترونیکی که عملکرد آنها بر مبنای انتقال تک الکترونهاست اشاره کرد. بنابراین محاسبات کوانتومی به طورطبیعی دراین روند قرارمی گیرند و از طریق آن می توان سیستم های کوانتومی را کنترل و شبیه‌سازی کرد.

حال اگرازدیدگاه علوم کامپیوتری به این مساله نگاه کنیم، می‌دانیم که برای پیاده سازی الگوریتم های کامپیوتری نیازمند سخت افزاری هستیم که بتواند با الگوریتم های محاسباتی ارتباط برقرار کند،

کامپیوتر های اولیه توسط ادوات الکترونیکی ساخته شدند. با اختراع ترانزیستور و پیشرفت سریع دراین حوزه، سخت افزار کامپیوتر پیشرفت وسیعی را به خود دید.

درسال ۱۹۶۵ شخصی به نام گردن مور[1]، نموداری را ارائه داد که به نام قانون مورمشهور شد. طبق این قانون میزان مجتمع سازی درمساحت واحد هر ساله مطابق منحنی زیر به صورت نمایی افزایش می یابد.



شکل۱-۱- نمودار مور نشان می دهد که قدرت محاسبات تقریبا هر دو سال یکبار دوبرابرمی‌شود. (دیاگرام از Intel's w کپی شده است.)

این نموداربرای دهه ۱۹۶۰ کاملا صدق می‌کرد ودیده شد که تا دو دهه اول قرن بیست و یکم نیزصادق است.

1- Gordon Moore

همانطورکه تکنولوژی ساخت سخت افزاری پیش میرفت، کوچک شدن ابعاد این ادوات دراندازه اتمی این تکنولوژی را با مشکلات جدی مواجه کرد. اثرات کوانتومی در عملکرد ادوات در ابعاد اتمی اختلال ایجاد می کردند. این مشکل به سمتی پیش می رفت که قانون مور را باطل اعلام کند، تنها عاملی که می توانست پیش بینی مور را از ابطال نجات دهد توصیف الگوی متفاوتی از محاسبات بود، چنین الگویی را تئوری محاسبات کوانتومی فراهم آورد [1].

در سال ۱۹۸۵ دیوید دویچ[۱] مقاله ای تئوری ارائه داد که یک کامپیوتر کوانتومی جهانی[۲] را توصیف می کرد [2]، همچنین او الگوریتمی را با استفاده از قوانین مکانیک کوانتومی نوشت که این الگوریتم در حین سادگی بیان می کرد که چگونه می توان سرعت محاسبات را با استفاده از مکانیک کوانتومی افزایش داد. در سالهای بعد اشخاصی مانند پیتر شر [3][۳] و لوگروور [4][۴] الگوریتم های کوانتومی ارائه کردند که به ترتیب در فاکتوریابی اعداد اول والگوریتم‌های جستجو بسیار سریعتر و مؤثرتر از کامپیوترهای معمولی عمل می‌کردند [5].

در سال ۱۹۸۲ ریچارد فایمن[۵] به خاطر مشکلات اساسی که درشبیه سازی سیستمهای کوانتومی در کامپیوترهای کلاسیکی بروز می‌کند، پیشنهاد ساخت کامپیوترهای کوانتومی را داد تا بتوان بر این مشکلات فائق آمد. البته با وجود اینکه سرعت محاسبات کامپیوترهای کوانتومی در بعضی از مسائل بسیار سریعتر از کامپیوترهای کلاسیکی است، ولی این کامپیوترها از نویز کوانتومی[۶] که در اثر عملکرد تعداد زیادی از سیستمهای کوانتومی درکنارهم بوجود می‌آید، رنج می‌برند [6] که البته با

1- David Deutsch
2- Universal Quantum Computer
3 -Peter W.Shor
4 -Lov Grover
5-Richard Feynman
6- Quantum Noise

روشهایی مثل کدهای اصلاح خطای کوانتومی[1]، می توان تا حدودی براین مشکلات غلبه کرد [8,7]. همچنین تا کنون هیچ تضمینی نمی توان یافت که براساس آن بتوان بسیاری ازمسائل کلاسیکی که کامپیوترهای معمولی براحتی قادر به حل آنها هستند را توسط کامپیوترهای کوانتومی با سرعت بیشتری حل کرد.

با تمام اینها نمی توان قدرت محاسباتی و منابع کوانتومی این سیستم ها را نادیده گرفت و مطالعه و تحقیق برای کشف این دنیا و غلبه بر آن کماکان با سرعت زیادی پیش می‌رود.

یک کامپیوتر کوانتومی بر مبنای سیستم های کوانتومی دو حالته کارمی‌کند. تحقیقات وسیعی در زمینه پیاده‌سازی سخت افزاری این کامپیوترها وجود دارد، ازجمله سیستم تله یونی درسال ۱۹۹۵ توسط مؤسسه تکنولوژی واستاندارد کالیفرنیا که از یونهای گازی سرد شده به عنوان سیستم دو حالته استفاده شده است. قدم بعدی روش ان- ام- آر[2] در سال ۱۹۹۶ با همکاری دانشگاههای برکلی، ام- آی- تی[3]، هاروارد و سازمان آی- بی- ام[4] ابداع شد [9]. دراین روش از رزونانس مغناطیسی هسته درفازمایع استفاده می شود [10].

بعدها این تحقیقات در فاز حالت جامد و بخش اپتیک گسترش یافت [11]. در تمام سخت-افزارها آنچه مد نظر محققان است، کاهش نویز کوانتومی، توانایی مجتمع‌سازی بالا وصرفه اقتصادی کامپیوترهای کوانتومی آینده است [2].

1- Quantum Error Correction Codes
2- NMR(Nuclear Magnetic Resonance)
3- MIT
4- IBM

همزمان با گسترش و پیشرفت علوم کامپیوتر، تئوری مخابرات نیز شکل گرفت. یکی از زمینه-های حساس در این علم، مساله مخابرات کوانتومی رمزدار[1] می‌باشد [12]. برای یک سیستم مخابراتی محرمانه که بین دو نفر برقرار است ارسال رمز و اطلاعات، حیاتی است. حال اگر نفر سومی به رمز و اطلاعات مذکور دسترسی پیدا کند، سیستم دیگر غیر قابل اطمینان است. پس همیشه بیم آنکه اطلاعات یا رمز آنها توسط گیرنده‌ای غیر از مقصد خوانده شود وجود دارد.

علم کوانتوم منبع جدیدی از طبیعت را به ما معرفی می‌کند که به واسطه آن می توان انتقال اطلاعات را به طور امن و قابل اطمینان انجام داد. این منبع تحت عنوان درهم تنیدگی[2] خوانده می شود. در این حالت باید رابطه کوانتومی بین اطلاعات بطوردست نخورده باقی بماند، در صورتی که نفر سومی در بین مسیر بخواهد به این اطلاعات دست یابد رابطه کوانتومی بین آنها ازبین رفته وهیچ اطلاعاتی عاید شخص ثالث نخواهد شد. این روش گام بزرگی در جهت امنیت اطلاعات محسوب می شود [1].

1- Quantum Cryptography
2- Entanglement

۱-۳- مفهوم بیت کوانتومی

همانطور که می‌دانیم مفهوم بیت در محاسبات کلاسیکی نقش اساسی ایفا می‌کند، در کامپیوترهای کوانتومی هم مورد مشابهی تحت عنوان بیت کوانتومی یا به اختصار کیوبیت[1] وجود دارد. اگر با کیوبیت به عنوان مفهوم فیزیکی برخورد کنیم، می‌توان کیوبیت را یک سیستم دو حالته مکانیک کوانتومی در نظر گرفت. برای مثال می‌توان به دو تراز انرژی اتم، حضور وعدم حضور فوتون در کاواک، پلاریزاسیون عمودی و افقی فوتون، اسپین الکترون، اسپین هسته و... اشاره کرد. دو حالت ممکن برای یک کیوبیت را به صورت حالتهای $|0\rangle,|1\rangle$ نشان می‌دهیم.

تفاوت اساسی بیت و کیوبیت در این است که علاوه بر اینکه کیوبیت می‌تواند در یکی از حالتهای صفر و یک قرار بگیرد، توانایی این را نیز دارد که در حالتی ما بین دو حالت فوق نیز باشد. در این صورت در ترکیب خطی حالتهای فوق قرار خواهد گرفت.

$$|\psi\rangle=\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle \qquad (۱-۱)$$

که β,α ضرایب مختلط می‌باشند و $|\alpha|^2,|\beta|^2$ به ترتیب احتمال حضور در حالتهای یک و صفر هستند. و مطابق اصل پایستگی احتمال همواره رابطه زیر برقرار خواهد بود.

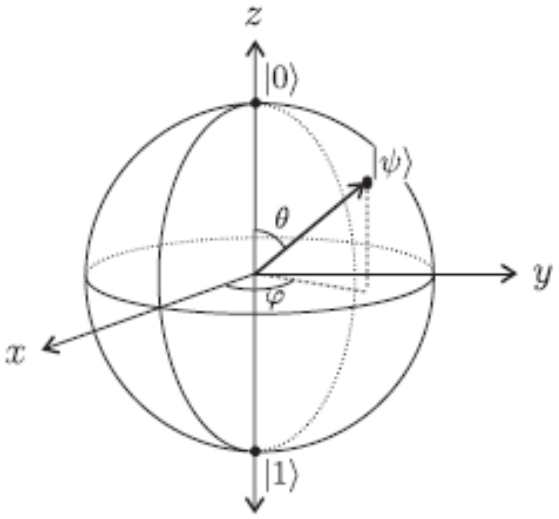
$$|\alpha|^2+|\beta|^2=1 \qquad (۱-۲)$$

1- Qubit

برای بررسی کیوبیت به عنوان یک مفهوم ریاضی، از کره‌ای به عنوان کره بلاخ استفاده می‌کنند. که در اینصورت می‌توان عملیات بر روی بیت کوانتومی را به راحتی مدل‌سازی کرد.

نمایش هندسی یک کیوبیت درکره بلاخ به حالت مختصات کروی زیر نشان داده می‌شود.

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle \qquad (۳-۱)$$



شکل۱-۲) نمایش حالت یک کیوبیت روی کره بلاخ

همانطور که از شکل بالا پیداست با تغییر پارامتر θ، می‌توان بی‌نهایت اطلاعات در یک کیوبیت ذخیره کرد، ولی متأسفانه مساله اینجاست که به هنگام اندازه‌گیری، کیوبیت صرفا در یکی از کت‌های ویژه خود قرار می‌گیرد و بیش از دو حالت را نمی‌توان از یک بیت کوانتومی مشاهده کرد.[13]