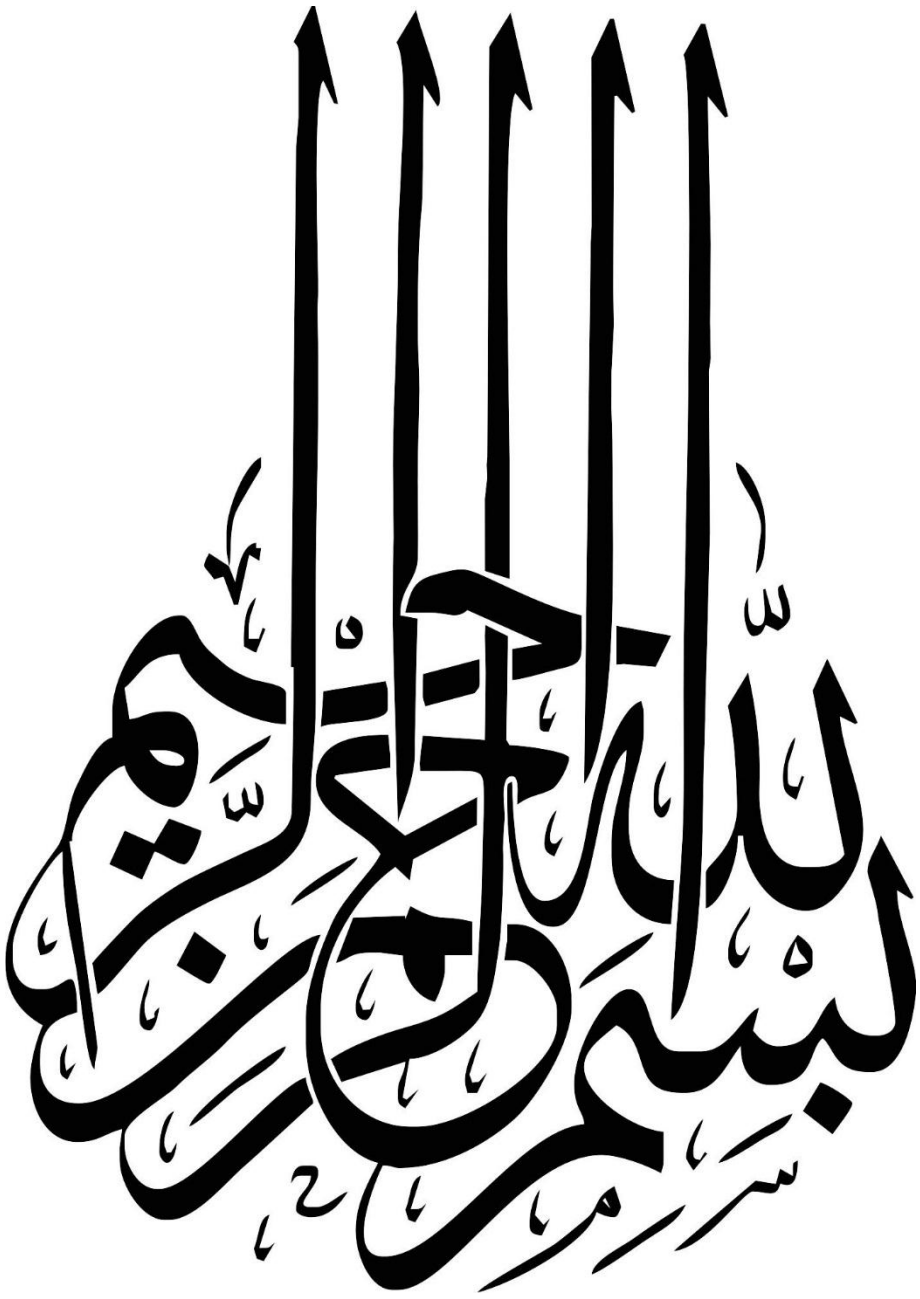

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده‌ی علوم
گروه آموزشی فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد
در رشته‌ی فیزیک گرایش بنیادی (نظری)

عنوان:
بررسی گذارهای فاز کوانتومی در زنجیرهای اسپینی درهم تنیده

استاد راهنما:
دکتر قادر نجارباشی

استاد مشاور:
دکتر مرتضی نطاق نجفی

پژوهشگر:
سمیرا اسفندیار پور بروجنی

تابستان ۱۳۹۳

تعهدنامه‌ی اصالت اثر و رعایت حقوق دانشگاه

تمامی حقوق مادّی و معنوی مترتب بر نتایج، ابتکارات، اختراعات و نوآوری‌هایِ ناشی از انجام این پژوهش، متعلق به **دانشگاه محقق اردبیلی** می‌باشد. نقل مطلب از این اثر، با رعایت مقرّرات مربوطه و با ذکر نام دانشگاه محقق اردبیلی، نام استاد راهنما و دانشجو بلامانع است.

اینجانب سمیرا اسفندیار پور بروجنی دانش‌آموخته‌ی مقطع کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک گرایش بنیادی (نظری) دانشکده‌ی علوم دانشگاه محقق اردبیلی به شماره‌ی دانشجویی ۹۱۲۲۳۵۳۱۰۲. که در تاریخ../ .../۱۳۹۳ از پایان‌نامه‌ی تحصیلی خود تحت عنوان بررسی گذار فاز کوانتومی در زنجیره‌های اسپینی درهم تنیده دفاع نموده‌ام، متعهد می‌شوم که:

۱) این پایان‌نامه را قبلاً برای دریافت هیچ‌گونه مدرک تحصیلی یا به عنوان هرگونه فعالیت پژوهشی در سایر دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزشی و پژوهشی داخل و خارج از کشور ارائه ننموده‌ام.
۲) مسئولیت صحّت و سقم تمامی مندرجات پایان‌نامه‌ی تحصیلی خود را بر عهده می‌گیرم.
۳) این پایان‌نامه، حاصل پژوهش انجام شده توسط اینجانب می‌باشد.
۴) در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران استفاده نموده‌ام، مطابق ضوابط و مقرّرات مربوطه و با رعایت اصل امانتداری علمی، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در متن و فهرست منابع و مآخذ ذکر نموده‌ام.
۵) چنانچه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده یا هر گونه بهره‌برداری اعم از نشر کتاب، ثبت اختراع و ... از این پایان‌نامه را داشته باشم، از حوزه‌ی معاونت پژوهشی و فنّاوری دانشگاه محقق اردبیلی، مجوزهای لازم را اخذ نمایم.
۶) در صورت ارائه‌ی مقاله‌ی مستخرج از این پایان‌نامه در همایش‌ها، کنفرانس‌ها، سمینارها، گردهمایی‌ها و انواع مجلات، نام دانشگاه محقق اردبیلی را در کنار نام نویسندگان (دانشجو و اساتید راهنما و مشاور) ذکر نمایم.
۷) چنانچه در هر مقطع زمانی، خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن (منجمله ابطال مدرک تحصیلی، طرح شکایت توسط دانشگاه و ...) را می‌پذیرم و دانشگاه محقق اردبیلی را مجاز می‌دانم با اینجانب مطابق ضوابط و مقرّرات مربوطه رفتار نماید.

نام و نام خانوادگی دانشجو: سمیرا اسفندیار پور بروجنی

امضا

تاریخ

دانشکده‌ی علوم

گروه آموزشی فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد

در رشته‌ی فیزیک گرایش بنیادی (نظری)

عنوان:

بررسی گذارهای فاز کوانتومی در زنجیرهای اسپینی درهم تنیده

پژوهشگر:

سمیرا اسفندیار پور بروجنی

ارزیابی و تصویب شده‌ی کمیته‌ی داوران پایان‌نامه با درجه‌ی خوب .....

نام و نام خانوادگی	مرتبه‌ی علمی	سمت	امضاء
دکتر قادر نجارباشی	استادیار	استاد راهنما و رییس کمیته‌ی داوران	
دکتر مرتضی نطاق نجفی	استادیار	مشاور	
دکتر حسین محمدزاده	استادیار	داور	

شهریور ماه ۱۳۹۳

تقدیم به:

دلایل زندگیم

پدر و مادر عزیزم

سپاسگزاری:

خداوند بزرگ را سپاس می گویم که هر وقت صدایش کردم، بی جوابم نگذاشت. . . هرگز مرا در رنج هایم تنها نگذاشت. . . و به من قدرت و یاری داد تا مقطعی دیگر از تحصیلاتم را به پایان رسانم.

در آغاز از دلایل زندگیم پدر و مادر عزیزتر از جانم و خواهر و عموی عزیزم حسین که همواره در تمام لحظات زندگی پشتوانه ی من بودند و وجودشان گرمی بخش زندگیم می باشند کمال تشکر و قدردانی را می نمایم .

در اینجا بر خود واجب می دانم از استاد راهنمای محترم، جناب آقای دکتر قادر نجار باشی به خاطر راهنمایی ها و زحمات بی دریغشان که در کمال سعه ی صدر، با حسن خلق و فروتنی از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و همچنین جناب آقای دکتر نطاق نجفی که مشاور بنده در نگارش این پایان نامه بودند تشکر و قدردانی نمایم. . .

در آخر از دوست عزیزم رقیه قائم مقامی که همچون خواهر در طی این دو سال یار و غمخوار من بوده تشکر و قدردانی می نمایم.

سمیرا اسفندیار پور

شهریور ۱۳۹۳

نام خانوادگی دانشجو: اسفندیارپور بروجنی نام: سمیرا

عنوان پایان‌نامه: بررسی گذارهای فاز کوانتومی در زنجیرهای اسپینی درهم تنیده

استاد راهنما: دکتر قادر نجارباشی

مقطع تحصیلی: **کارشناسی ارشد** رشته: فیزیک

گرایش: نظری (بنیادی) دانشگاه: **محقق اردبیلی**

دانشکده:علوم تاریخ دفاع۱ /۱۳۹۳/۶ تعداد صفحات: ۱۱۲

چکیده:

گذارهای فاز کوانتومی در دمای صفرکلوین، نقش اساسی در سیستم‌های بس ذره‌ای کوانتومی بازی می‌کنند. در فیزیک ماده چگال گذارهای فاز کوانتومی به افت و خیزهای کوانتومی در دمای صفر دلالت دارند که بالطبع زمانی اتفاق می‌افتند که برخی پارامترهای خارجی یا ذاتی هامیلتونین به یک مقدار خاص به نام نقطه‌ی گذار برسند. به عبارت دیگر گذارهای فاز کوانتومی به تغییرات بحرانی حالت پایه‌ی یک سیستم کوانتومی وابسته هستند که به خاطر تقاطع تراز در طیف انرژی آن در دماهای پایین رخ می‌دهند. به ویژه یک گذار فاز مرتبه‌ی اول، توسط ناپیوستگی معین در مشتق اول انرژی حالت پایه مشخص می‌شود. به طور مشابه یک گذار فاز مرتبه‌ی دوم (یا گذار فاز پیوسته) توسط یک طول همبستگی بینهایت و یک توان واپاشی همبستگی‌ها مشخص می‌شوند که اغلب توسط یک ناپیوستگی بینهایت (واگرایی) در مشتق مرتبه‌ی دوم انرژی حالت پایه بروز می‌کنند با این شرط که مشتق مرتبه‌ی اول پیوسته باشد. نتایج بسیاری نشان می‌دهند که در هم‌تنیدگی کوانتومی که خود نوعی همبستگی کوانتومی است، در زنجیرهای اسپینی، وقتی که دما به نقطه صفر نزدیک می‌شود، به طور طبیعی ایجاد می‌شود. از این رو انتظار داریم سنجه‌هایی مانند آنتروپی فون نویمن که میزان درهم‌تنیدگی را مشخص می‌کند حاوی اطلاعاتی در مورد گذارهای فاز کوانتومی باشد.

کلمات کلیدی: گذار فاز، درهم‌تنیدگی، زنجیرهای اسپینی

فهرست مطالب

شماره و عنوان **صفحه**

فصل اول: فازها و گذارهای فاز

۱- مقدمه ۲
۱-۱-فازها و گذارهای فاز: ۳
۱-۲-انواع گذار های فاز: ۵
۱-۳- طول همبستگی: ۶
۱-۴- نظریه‌ی میدان میانگین: ۸
۱-۵-نظریه‌ی میدان میانگین لاندائو: ۹
۱-۶-گذار فاز مرتبه‌ی اول در نظریه‌ی لاندائو: ۱۰
۱-۶-۱-نظریه‌ی لاندائو همراه با افت وخیزها: ۱۱
۱-۷-نماهای بحرانی: ۱۳
۱-۸-گروه بازبهنجارش: ۱۴
۱-۹-نقاط ثابت نگاشت: ۱۴

فصل دوم: زنجیره‌های اسپینی

۲-مدل آیزینگ ۱۹
۲-۱- مدل آیزینگ یک بعدی ۲۱
۲-۲- مدل آیزینگ دو بعدی: ۲۳
۲-۳-مدل آیزینگ سه بعدی: ۲۷
۲-۴- RG مدل آیزینگ یک بعدی: ۳۰
۲-۵-RG مدل آیزینگ دو بعدی برای شبکه‌ی مربعی: ۳۲
۲-۶-RGمدل آیزینگ دو بعدی برای شبکه‌ی مربعی در حضور میدان مغناطیسی خارجی: ۳۵
۲-۷-فرومغناطیس هایزنبرگ و مدل‌های مرتبط ۳۷
۲-۸-مدل گاوسی: ۳۹
۲-۹-مدل کروی: ۴۲
۲-۱۰-مدل پاتس: ۴۴
۲-۱۰-۱- مدل پاتس برای شبکه ی مربعی: ۴۴
۲-۱۱-برهمکنش های بس اسپین: ۴۸
۲-۱۲-مدل x-y ۴۹
۲-۱۳-مدل یونین جک: ۵۱

۲-۱۳-۱-نمایش مدل آیزینگ ۲ بعدی در شبکه‌ی یونین جک: ۵۱

فصل سوم :گذار فاز و در هم تنیدگی زنجیره‌های اسپینی

۳-گذار فاز و در هم‌تنیدگی زنجیره‌های اسپینی ۵۴
۳-۱-محاسبه‌ی شبکه‌ی مربعی دو بعدی: ۵۴
۳-۲- در هم‌تنیدگی مدل x-y: ۵۶
۳-۳-درهم‌تنیدگی در مدل آیزینگ عرضی: ۶۱
۳-۴- ماتریس چگالی کاهش یافته وتحول تلاقی: ۶۵
۳-۵-زنجیره‌ی اسپینی مدل XXZ: ۷۰
۳-۶-درهم‌تنیدگی افت وخیزهای آنتروپی در زنجیره‌ی آیزینگ کوانتومی: ۷۲
۳-۷-مدل و نتایجی برای زنجیره‌های متناهی: ۷۳
۳-۸-زنجیره طولانی و نامحدود: ۷۵
۳-۹-در هم‌تنیدگی در مدل هایزنبرگ ۷۹
۳-۱۰-درهم‌تنیدگی تک همسری برای شبکه‌ی اسپینی ۸۱
۳-۱۱-منفیت و گذار فاز کوانتومی در مدل XXZ غیرهمسانگرد ۸۲
۳-۱۲-بهنجارش کوانتومی مدل XXZ ۸۳
۳-۱۳-رفتار دینامیکی منفیت بهنجار شده ۸۵
۳-۱۴- رفتار غیر تحلیلی ومقیاس بندی ۸۷
۳-۱۵-درهم‌تنیدگی و گذارهای فاز کوانتومی ۸۹
نتیجه‌گیری ۹۳
پیشنهادات ۹۵
پیوست ها ۹۶
منابع و مآخذ: ۱۱۰

فهرست جداول

شماره و عنوان **صفحه**

جدول ۱-۱: نماهای بحرانی ۱۴

جدول۳-۱: نوع گذار فاز وسطح –متقاطع (LC) رادر حالت پایه(GS) واولین حالت برانگیختگی (ES) وتقارن در نقطه‌ی گذارو همچنین تلاقی را نیز بیان می‌کند ۹۰

فهرست شکل ها

شماره و عنوان **صفحه**

شکل ۱-۱: دیاگرام فشار-دما ٤

شکل ۱-۲: $T<Tc$ فرومغناطیس – پارامغناطیس $T>T_C$ ٤

شکل ۱-۳: گذار فاز مرتبه‌ی اول را نشان می‌دهد..... ٦

شکل ۱-۴: گذار فاز مرتبه‌ی دوم را نشان می‌دهد..... ٦

شکل۱-۵: طول همبستگی..... ۷

شکل ۱-۶: نقاط ثابت ۱٦

شکل ۲-۱: مدل آیزینگ (سمت چپ) وهایزنبرگ (سمت راست)..... ۲۰

شکل۲-۲: مدل آیزینگ در دای بالا و پایین دمای بحرانی..... ۲۱

شکل۲-۳: مدل آیزینگ یک بعدی..... ۲۱

شکل ۲-۴: مدل آیزینگ درشرایط مرزی دوره‌ای ۲۲

شکل۲-۵: مدل آیزینگ بدون شرایط مرزی دوره‌ای ۲۳

شکل ۲-۶: شبکه ی مربعی..... ۲٤

شکل ۲-۷: شبکه‌ی مربعی برای چهار گروه مختلف ۲٦

شکل ۲-۸: آیزینگ سه بعدی..... ۲۸

شکل ۲-۹: مدل آیزینگ یک بعدی پس از جایگزینی تک اسپین به‌جای دو اسپین ۳۰

شکل ۲-۱۰:مدل آیزینگ دو بعدی برای شبکهی مربعی..... ۳۲

شکل ۲-۱۱: گذار فاز بدون حضور میدان مغناطیسی خارجی ۳۵

شکل ۲-۱۲: منحنی تابع گاوسی ٤۰

شکل ۲-۱۳: مدل پاتس برای شبکه‌ی بلوک مربعی..... ٤٥

شکل ۲-۱۴: نقطه‌ی ثابت برای میدان مغناطیسی خارجی($k_0=(0\cdot 2)$ ،$k_c=0.188$) ٤۷

شکل ۲-۱۵: نقطه‌ی ثابت برای میدان مغناطیسی خارجی($k_0=(-0\cdot 2)$ ، $k_c=-0.22$) ٤۷

شکل ۲-۱۶: نقطه‌ی ثابت برای میدان مغناطیسی خارجی ($k_0=(0\cdot 15)$ ،$k_c=0.122$) ٤۸

شکل ۲-۱۷: مدل یونین جک ٥۲

شکل ۳-۱: تصویری از مدل آیزینگ دو بعدی بر روی شبکه‌ی مربعی خطوط افقی با $J2$ و خطوط عمودی با $J1$ با هم برهمکنش دارند ٥٤

شکل۳-۲: درهم‌تنیدگی دو قسمتی را بین نزدیک ترین همسایه برای مدل XY همسانگرد را نشان می‌دهد ٦٠

شکل ۳-۳: در ناحیه $0.8 < \lambda < 0.99$ ودر ناحیه ی $2 < \beta < 20$ درهمتنیدگی Max مقدار است ٦١

شکل۳-۴: این یک زیر نمای کلی از تحول در هم تنیدگی به عنوان تابعی از زمان t و پارامتر λ را نشان می‌دهد ٦٨

شکل۳-۵: تلاقی‌های مختلف در زمانهای مختلف برحسب تابع λ ٦٨

شکل ۳-۶: دینامیک درهم‌تنیدگی برای میدانهای عرضی مختلف ٦٩

شکل ۳-۷: زمانی که در آن درهم‌تنیدگی به اولین حالت بیشینه‌ی خود می‌رسد ٦٩

شکل۳-۸: نمودارهای $S\lambda$ و $\Delta S\lambda$ و $\delta S\lambda = \Delta SS$ برای مدل کوانتومی آیزینگ دو کیوبیتی می‌باشد ٧٤

شکل ۳-۹: نموداری از $\boldsymbol{\lambda}$ را بر حسب فاصله‌ی بین سطوح برانگیختگی رانشان می‌دهد ٧٧

شکل۳-۱۰: تغییر منفیت بر حسب Δ برای مراحل QRG مختلف نشان داده شده است ٨٦

شکل ۳-۱۱: $dNed\Delta$ را برحسب Δ برای تکرارهای مختلف نشان می‌دهد ٨٧

شکل۳-۱۲: $lnym$ بر حسب lnN یک رفتار خطی را نشان می‌دهد ٨٨

شکل ۳-۱۳: موقعیت Δm ، y در نقطه ی بحرانی $\Delta C = 1$ به اندازه‌ی افزایش‌های سیستم ٨٩

شکل۳-۱۴:نمودار تلاقی مدل $J_2 - J_1$ و مدل نردبانی اسپین ٩١

شکل ۳-۱۵: انرژی حالت پایه وانرژی حالت برانگیخته‌ی پایین مدل $J_2 - J_1$ ،مدل آیزینگ عرضی ،مدل XXZ ،مدل نردبانی در یک زنجیره‌ی محدود را نشان می‌دهد ٩١

فصل اول:

فازها و گذارهای فاز

۱- مقدمه

به طور خاص در هم‌تنیدگی می تواند یک نقش اساسی را در گذار فاز کوانتومی ایفا کند که به وسیله‌ی تغییر یک پارامتر بیرونی از ثابت جفت‌شدگی ایجاد می‌شود. این تغییر در دمای صفر مطلق اتفاق می‌افتد. گذار فاز کوانتومی به وسیله ی رفتارهای غیر تحلیلی در برخی ویژگی‌های فیزیکی سیستم‌ها شناسایی می‌شود و اغلب با واگرایی در برخی از توابع همبستگی همراه است . نتایج بسیاری نشان می‌دهند که در هم‌تنیدگی کوانتومی که خود نوعی همبستگی کوانتومی است، در زنجیره‌های اسپینی، وقتی که دما به نقطه صفر نزدیک می‌شود، به طور طبیعی ایجاد می‌شود. از این رو انتظار داریم سنجه‌هایی مانند آنتروپی فون نویمن که میزان درهم‌تنیدگی را مشخص می‌کند حاوی اطلاعاتی در مورد گذارهای فاز کوانتومی‌باشد. به منظور درک بهتر از این مسئله، برخی معیارهای اندازه گیری همبستگی کوانتومی شامل تلاقی[1]، درهم‌تنیدگی آنتروپی[2] ومنفیت [3]را بررسی می‌کنیم. تلاشهای نیلسون و ساچدو در سال ۲۰۰۰ منجر به ارتباط بین درهم‌تنیدگی کوانتومی و گذارهای فاز کوانتومی شد. ابتدا در سال ۲۰۰۲ توسط استرلو و توبایس این ارتباط برای مدل‌های خاصی به صورت کامل بررسی شد. هدف از این پایان نامه یافتن ارتباط بین گذارهای فاز کوانتومی و درهم‌تنیدگی کوانتومی در برخی زنجیره‌های اسپینی مانند مدل آیزینگ یک بعدی است. هدف دیگریافتن سنجه‌ای است که معیاری از همبستگی کوانتومی بین زیرسیستم‌های یک مدل مفروض را نشان دهد. بدین منظور مادر فصل اول به بررسی فازها وگذارهای فاز پرداختیم ودر فصل دوم به بررسی تعدادی از زنجیره‌های اسپینی پرداخته‌ایم ودر

[1] -concurrence
[2]- entropy of entanglement
[3]- Negativity

نهایت در فصل سوم گذار فاز و درهم‌تنیدگی در تعدادی از این زنجیره‌ها را بررسی می‌کنیم.

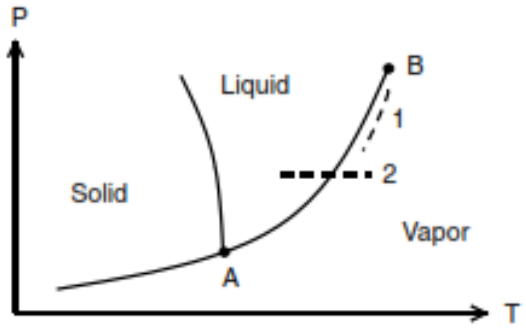
۱-۱-فازها و گذارهای فاز:

فاز یک مفهوم از ترمودینامیک و مکانیک آماری است که به عنوان یک سیستم همگن تعریف می‌شود. آشناترین مثال از زندگی روزمره آب است که در دمای اتاق و فشار اتمسفری معمولی مایع است ولی اگر دمایش به زیر صفر کاهش پیدا کند به یخ تبدیل می‌شود درحالی که اگر دمایش به بالای ۱۰۰ درجه افزایش داده شود به بخار تبدیل می‌شود. اگر هم فشار و هم دما را تغییر دهیم یک نمودار فشار- دما خواهیم داشت که در آن منحنی دو فاز می‌توانند در تعادل وجود داشته باشند که به این منحنی همزیستی می‌گویند که درشکل (۱-۱) نشان داده شده است. نوع گذار فازی که در سیستم اتفاق می‌افتد بستگی به شرایط آزمایش دارد. وقتی سیستم به خط تبدیل فاز می‌رسد فاز دوم (بخار) که چگالی بسیار پایین تری از مرتبه‌ی $0.001\ {}^{gr}/_{cm^2}$ آشکار می‌شود و دو فاز هم زمان می‌توانند وجود داشته باشند. پس از برخورد به خط تبدیل فاز سیستم به صورت کامل تبدیل به فاز بخار می‌شود که این نوع گذار فاز با یک گسستگی در چگالی، گذار فاز مرتبه‌ی اول نامیده می‌شود زیرا چگالی مشتق اول پتانسیل ترمودینامیکی مثلا در اینجا ا نرژی آزاد گیبس G می‌باشد. اگر فشار و دما تغییر داده شوند سیستم بر روی منحنی هم زیستی باقی می‌ماند، نهایتاً ما یک سیستم دو فازی در تمام طول مسیر تا نقطه‌ی بحرانی B داریم. وقتی سیستم به یک تک فاز مایع تبدیل می‌شود نقطه‌ی بحرانی نقطه‌ی پایانی منحنی هم زیستی است و انتظار داریم رفتار غیر عادی در این نقطه مشاهده شود. این نوع از گذار فاز، گذار فاز مرتبه‌ی دوم نامیده می‌شود، زیرا در نقطه‌ی بحرانی B چگالی پیوسته است و تنها مشتق دوم پتانسیل ترمودینامیکی به طور غیر عادی رفتار می‌کند(گیترمن[1]،۲۰۰٤).

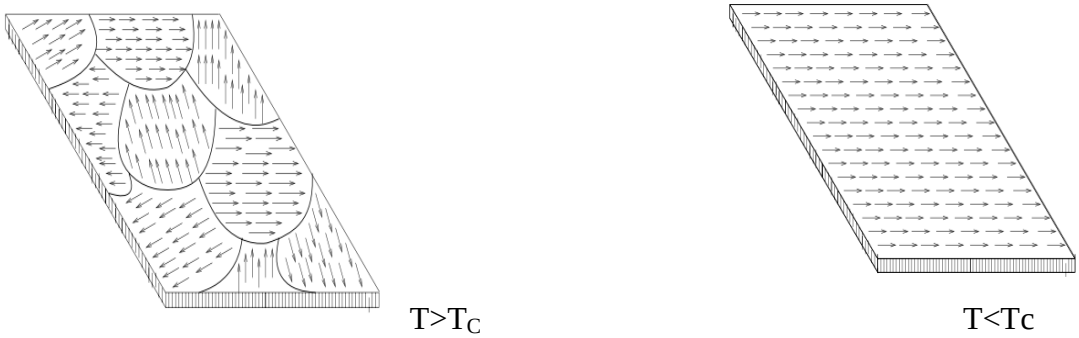
بی‌نظمی در کمیات ترمودینامیکی از مشخصات گذار فاز می‌باشد. برای اینکه مفهوم گذار را ساده‌تر بیان

[1] - Gittermana

کنیم گذار پارامغناطیسی به فرومغناطیسی در سیستم‌های مغناطیسی را در نظر می‌گیریم (شکل۱-۲)این سیستم‌ها شامل گشتاورهای مغناطیسی هستند و در $T = T_C$ متحمل گذار فاز می‌شوند که در دماهای بالا اسپین‌ها در جهت‌های تصادفی قرار دارند. به همین خاطر است که سیستم گشتاور مغناطیسی خالص ندارد ولی وقتی که سیستم سرد شود و به دمایی زیر دمای بحرانی برسد گشتاورها شروع به هم جهت سازی خود به صورت موازی با یکدیگر می‌کنند پس یک گشتاور مغناطیسی خالص پیدا می‌کنند این یک گذار فاز منظم- نامنظم نامیده می‌شود. پایین‌تر از این دمای بحرانی گشتاورها منظم هستند در حالی که بالای دمای بحرانی آن‌ها نامنظم هستند، به عبارتی گذار فاز به وسیله‌ی شکست تقارن به دست آمده است (موساردو[1]، ۲۰۱۰).



شکل ۱-۱: دیاگرام فشار-دما (گیترمن، ۲۰۰٤)



شکل ۱-۲: $T<T_c$ فرومغناطیس - پارامغناطیس $T>T_C$ (موساردو، ۲۰۱۰)

[1] . Mussardo

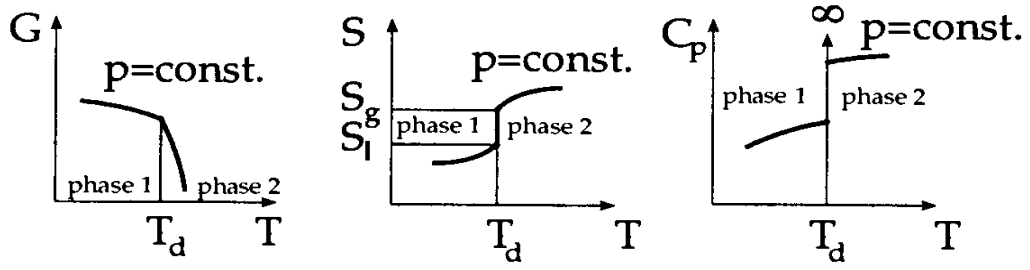
۱-۲-انواع گذار های فاز:

در اغلب اوقات مشتق‌های مرتبه اول انرژی آزاد (به عنوان مثال انرژی آزاد گیبس G) در تبدیل دو فاز به هم گسسته هستند. اهرنفست این گونه گذارهای فاز را مرتبه‌ی اول نامیده است، که این گذارهای فازی شامل گرمای نهان می‌باشند و با مقدار طول همبستگی توصیف می‌شوند که به عبارتی به وجود حوزه‌ی فازی مختلف اشاره می‌کند.در نقطه گذار یک سیستم مقدار انرژی ثابتی جذب و یا آزاد می‌کند در حالی که دمای آن‌ها ثابت می‌ماند. به عنوان مثال: زمانی که دمای آب را برای انجمادش به مقدار T_ρ کاهش دهیم آب فوراً تبدیل به یخ نمی‌شود اما ترکیبی از حوزه های آب و یخ تشکیل می‌شود(گیترمن، ۲۰۰٤؛ موساردو، ۲۰۱۰).

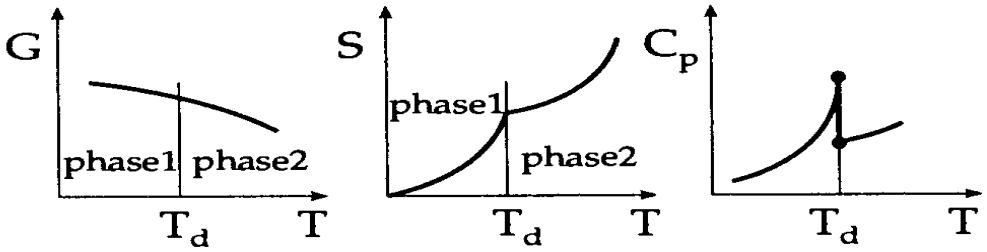
حال اگر این گونه مشتق‌های مرتبه‌ی اول $\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)$ و $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)$ در نقطه‌ی گذار فاز پیوسته باشند اما مشتق آن‌ها یعنی $\left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_{ph} = \frac{C_p}{T}$ و $\left(\frac{\partial^2 G}{\partial P^2}\right)_T = V$ گسسته باشد گذار مرتبه‌ی دوم یا گذار فاز پیوسته خواهیم داشت که هیچ گونه گرمای نهان وابسته‌ای وجود ندارد و از طریق واگرایی طول همبستگی در نقطه‌ی بحرانی توصیف می‌شوند، مثلاً گذار فرومغناطیس، ابر رسانا و گذار ابر شاره ها از این نوع می‌باشد. همچنین چندین گذار به عنوان گذارهای فازی نامحدود شناخته شده‌اند که آن‌ها به صورت پیوسته می‌باشند. مشهورترین مثال گذار کاسترلیز-تولس[1] در مدل دو بعدی xy می‌باشد، بسیاری از گذار فازهای کوانتومی در گازهای الکترون دو بعدی نیز مربوط به این گروه می‌باشند(گیترمن، ۲۰۰٤). لاندائو اولین کسی بود که نظریه‌ی پدیده‌شناختی از دیدگاه گذار فاز مرتبه‌ی دوم را بررسی کرد. درشکل(۱-۳) به ترتیب از چپ به راست انرژی آزاد گیبس G،آنتروپی S و ظرفیت گرمایی C_P بر حسب تابعی ازدما رسم شده است که نشان دهنده‌ی گذار فاز مرتبه‌ی اول است. همچنین شکل (۱-٤)نشان دهنده‌ی گذار

[1]- Kosterlitz-Thouless

فاز مرتبه‌ی دوم می‌باشد(گراینر[1]،۱۹۳۵)



شکل ۱-۳: گذار فاز مرتبه‌ی اول را نشان می‌دهد(گراینر،۱۹۳۵)



شکل ۱-٤: گذار فاز مرتبه‌ی دوم را نشان می‌دهد(گراینر، ۱۹۳۵)

۱-۳- طول همبستگی:

در یک سیستم اسپینی، تابع همبستگی دو نقطه‌ای درجه‌ی همسویی نسبی بین دو اسپین را که در فاصله‌ی r از هم قرار دارند اندازه می‌گیرد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r = |\vec{i} - \vec{j}| \quad , \quad G^2(r) = G^2(i,j) = \langle s_i, s_j \rangle \qquad (۱-۱)$$

به طور معمول گشتاورهای مغناطیسی (اسپین ها) در هر مکان، تمایل به هم جهت کردن اسپین در مکان‌های مجاور به خود دارند بنابراین انرژی را پایین می‌آورد، اگر چه این تمایل، مخالف با تمایل آنتروپی است (موساردو، ۲۰۱۰). پس دور از نقطه‌ی بحرانی یک طول همبستگی متناهی به صورت زیر تعریف می‌شود:

[1] -Greiner

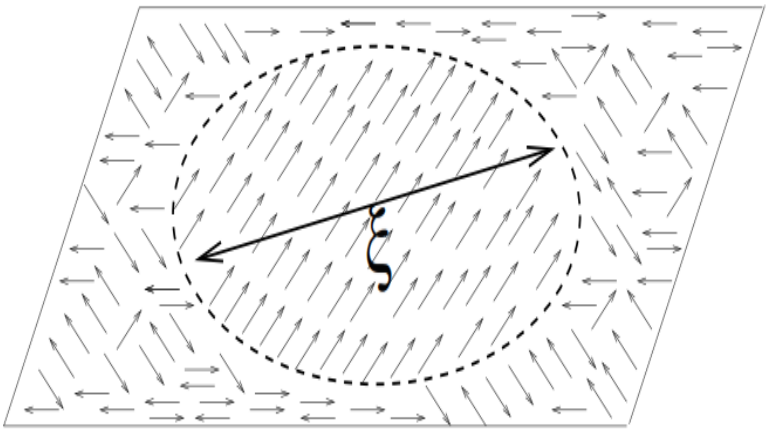
$$G_C^2(r) = e^{-\frac{r}{\zeta}} \quad r \gg a \quad , \; T \neq T_C \tag{۲-۱}$$

که ζ طول همبستگی و a فاصله شبکه‌ای است.

در این جا طول همبستگی ζ معنی فیزیکی دارد. اگر به یک اسپین خاص نیرو وارد کنیم تا هم-جهت با یک جهت خاص شود، طول همبستگی نشان می‌دهد که تا چه فواصلی همبستگی اسپین – اسپین ادامه دارد شکل (۱-۵). در حالت بی نظم، یک اسپین در نقطه‌ی مشخص تقریبا توسط اسپین‌های مجاور به طور تصادفی متأثر می‌شود و به همین دلیل طول همبستگی خیلی کوچک است. همان طور که به نقطه‌ی گذار نزدیک می‌شویم سیستم برای حالت کاملاً منظم آماده می‌شود. بنابراین نظم باید به فاصله‌های بزرگ و بزرگ‌تر گسترش پیدا کند یعنی ζ افزایش می‌یابد. در نقاط بحرانی $T = T_C$ یک تغییر مهم در سیستم رخ می‌دهد و تابع همبستگی رفتار توانی به صورت زیر پیدا می‌کند:

$$G_C^2(r) = \frac{1}{r^{d-2+\eta}} \quad r \gg a \quad , \; T = T_C \tag{۳-۱}$$

که η نمایی است که در حالت کلی به بعد سیستم بستگی دارد. (موساردو، ۲۰۱۰)



شکل ۱-۵: طول همبستگی(موساردو، ۲۰۱۰)

تحلیل میکروسکوپی گذار فاز می‌تواند فقط برای مدل‌های ساده‌ای مانند مدل آیزینگ بکار رود و نتایج حاصل از بررسی گذار فاز در مدل آیزینگ نشان می‌دهد که گذار فاز برای دمای غیر صفر در سیستم‌های یک بعدی آشکار نمی‌شود ولی گذار فاز در دو بعد نیز اتفاق می‌افتد که یک توضیح کیفی برای گذار فاز، مثل گذار منظم- نامنظم است.

۱-٤- نظریه‌ی میدان میانگین:

ساده‌ترین راه برای در نظر گرفتن برهمکنش‌های بین ذرات بکار بردن تقریب میدان میانگین است که در آن فرض می‌کنیم که محیط هر ذره متناظر با حالت متوسط سیستم می‌باشد. در اینجا کاربرد تقریب میدان میانگین ویس[1] را در مدل آیزینگ بررسی می‌کنیم .درنظریه‌ی میدان میانگین گذار فاز پارامغناطیس- فرومغناطیس در اصل توسط پیر ویس[2] تقریباً ۱۰۰ سال پیش در سال ۱۹۰۷ پیشنهاد شد که شامل مرتب شدن ناگهانی گشتاور های مغناطیسی در دمایی زیر دمای بحرانی T_C یک سیستم می‌باشد. فرض اصلی ویس مبنی بر یک میدان مغناطیسی داخلی می‌باشد که به هر یک از دو قطبی‌ها اعمال می‌شود و این میدان متناسب با M/M_0 است که:

$$M = (N_+ - N_-)\mu \quad , \quad E = -MH \tag{٤-١}$$

N_+ و N_- دو جهت از دو قطبی‌های موازی با میدان و یا پاد موازی با میدان را نمایش می‌دهد و می‌توان به راحتی نشان داد که:

$$\frac{M}{M_0} = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \tanh\left(\frac{T_C}{T}\frac{M}{M_0}\right) \tag{٥-١}$$

در این مدل انرژی حالت‌های سیستم از N اسپین S_J که هر یک می‌توانند مقادیر ± 1 را داشته باشند تشکیل شده‌اند ومی‌توانند روی مکان‌های شبکه قرار بگیرند.

[1]- Weiss

[2]- Pierrewiess