بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده صنایع

مسئله فروشنده دوره گرد

امیر هوشنگ ناظریان

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته

مهندسی صنایع و تحلیل سیستمها

آبان ۱۳۷۲

استاد راهنما : دکتر علی کاوه ،استاد

اساتید مشاور : دکتر میربهادر قلی آریانژاد، دانشیار

دکتر مسعود باباخانی، استادیار

دکتر علی منصورخاکی، استادیار

تقدیم به مادر عزیزم

... تا هستم و هست دارمش دوست

چکیده

مسئلـه فروشنـده دوره گـرد یکـی از مسائـل بسیـار معـروف در زمینـه بهینـه سـازی ترکیباتـی (Combinatorial Optimization) می باشد که انواع و کاربردهای مختلفی دارد. در این پایان نامه دو روش جدید برای حل مسئله فروشنده دوره گرد متقارن اقلیدسی ارائه شده اند.

اولین روش جهت کاهش محاسبات و تسریع روش 3-opt می باشد. تاثیر این روش بر روی چند نوع تور اولیه بررسی شده و با سایر روشهای تعویض کمان مقایسه شده است. این روش نسبت به روش 3-opt زمان محاسباتی را 1/3 کاهش می دهد و بر روی کیفیت جواب در برخی موارد به میزان بسیار کمی (در حدود دهم درصد) اثر منفی دارد.

دومین روش برای کاهش اندازه مسائل بسیار بزرگ فروشنده دوره گرد پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی بسیار سریع است. مشخصه بارز آن اینست که جوابهای خوبی برای مسائل بزرگ بدست میدهد و با چند بار تکرار می توان هر مسئله بزرگی را براحتی کوچک نمود. همچنین با استفاده از این روش می توان روشهای دقیق را برای حل مسائل بسیار بزرگی که بسیار بیشتر از قابلیت معمول آنها است بکار گرفت.

از زحمات و راهنمائیهای

استاد راهنما :

دکتر علی کاوه

(استاد دانشکده مهندسی عمران دانشگاه علم و صنعت ایران)

و اساتید مشاور (به ترتیب حروف الفبا) :

دکتر میر بهادر قلی آریانژاد

(دانشیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران)

دکتر مسعود باباخانی

(استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران)

دکتر علی منصورخاکی

(استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه علم و صنعت ایران)

تشکر و قدردانی می نمایم و از درگاه خداوند متعال

موفقیت روز افزون ایشان را خواهانم .

فهرست مطالب

فهرست جداول

فهرست جداول

۱ ـ مقـــــدمـــه

مسئله فروشنده دوره گـرد Travelling Salesman Problem (TSP) عبـارت از پیداکـردن توری است که فروشنده ای باشروع ازیک شهر مبدا بـه تمـام شهرهـای دیگـر یکبـار و فقـط یکبـار مسافرت نموده ومجددا" به شهر مبدا بازگردد و مسافت کل این تور حداقل باشد.

البته تعریف ارائه شده دربالا فقط شایع ترین تعریف می‌باشد و بجای معیار مسافت میتـوان معیـار زمـان یا هزینه (یامعیاری دیگر) رادرنظر گرفت . فواصل بیـن شهرهـا می‌توانـد متقـارن یـا غیرمتقـارن باشـد کـه دراین صورت مسئله فروشنـده دوره‌گـرد بـه ترتیـب متقـارن یـا غیرمتقـارن می‌شـود. همچنیـن بجـای شهرهـا می‌تـوان نقـاط تخلیـه و بارگیـری، قطعـات کـار و غیـره رادرنـظر گرفـت. لـذا TSP دارای انواع‌گوناگـون می‌باشـد. از لحـاظ تئـوری بهینـه سـازی مسائـل ترکیباتـی of Combinatorial Optimization Theory این مسئله جایگاه ویژه ای دارد. روشهای حل این مسئله بطور کلی به دو دسته‌روشهـای حـل دقیـق و روشهای حل ابتکاری تقسیم بندی می‌شوند که درروشهـای حـل دقیـق جـواب دقیقـی بـرای مسئلـه بدسـت می‌آید امااین روشها بازیادشدن تعداد شهرهـا (n) زمـان بسیـار زیـادی بـرروی کامپیوتـر صـرف می‌کننـدو هزینه‌حل مسئله بسیار بالا می رود، روشهای حل ابتکاری تورهای نزدیک بهینـه را بـا صـرف زمـان کمتـری بدست می‌آورند ولی هیچ تضمینی وجود ندارد که بتوانند تور بهینه را بدست آورنـد (ودر اکثـر مواقـع نیـز تور بدست آمده بوسیله این روشها بهینه نمی‌باشد) .

دراین پایان نامه تاثیر تورهای اولیه بر دو روش ابتکاری تعویض کمـان بررسـی شـده اسـت و همچنیـن روش‌هائی برای کاهش محاسبات و کاهش اندازه مسئله در الگوریتمهای ابتکاری تعویض کمـان ارائـه شـده است و میزان تاثیر آن بر کیفیت جواب و کاهش زمان محاسباتی بررسی شده‌است.

در فصل بعدی به تعریف مسئله و در فصل سوم برخی از قضایایی را که درباره TSP اثبات شده‌اند بیان می کنیم . در فصل چهارم به بررسی مقالات ارائه شده درباره این مسئله می‌پردازیم و در فصل پنجم برنامه‌های کامپیوتری نوشته شده را شرح میدهیم. درفصل ششم ضمن توضیح روشهای پیشنهادی، نتایج محاسباتی و ارزیابی آنهارا ارائه نموده و در نهایت در فصل هفتم جمع‌بندی می کنیم .

۲ـ تعریف مسئله

مسئله فروشنده دوره‌گرد Travelling Salesman Problem (TSP) بوسیله یک ماتریس هزینه C مربعی nxn تعریف می‌شود که درایه‌های آن cij اعداد صحیح غیر منفی و معرف فاصله یا هزینه سفراز شهر i ام به شهر j ام می‌باشند و هرتور توسط توالی ۱ + n عدد از ۱ تا n مشخص می‌شود که عدد اول و آخر دراین تور یکسان می‌باشند و بقیه اعداد یکبار و فقط یکبار دراین تور ظاهرشده اند، مثل :

$$t = (i_1 , i_2 , \ldots , i_n , i_1)$$

که در این مثال i_j معرف j امین شهری است که فروشنده دراین تور از آن شهر عبور می کند. هر توری که شرایط فوق را داشته باشد یک جواب موجه برای مسئله TSP می‌باشد. هزینه هرتور از حاصل‌جمع مسافت یا هزینه های بین شهرهای مجاور آن تور بدست می آید . یعنی :

$$C = \sum_{(i,j)\in t} c_{ij} = c_{i_1 i_2} + c_{i_2 i_3} + \ldots + c_{i_n i_1}$$

توری بهینه است که دارای حداقل هزینه باشد یعنی :

$$Z(t) = \mathrm{Min} \sum_{(i,j)\in t} c_{ij}$$

مسئله TSP یکی از مسائل معروف در زمینه بهینه سازی ترکیباتی (Combinatorial Optimization) می‌باشد و از دیرباز مورد توجه بوده است .

این فصل ازسه قسمت تشکیل شده است. در قسمت اول معیاری که برای ارزیابی الگوریتم‌ها مورد استفاده قرار می گیرد ارائه می‌شود و جایگاه TSP در دسته‌بندی مسائل به کلاسهای P و NP از دیدگاه تئوری فوق بررسی می‌شود. در قسمت دوم انواع مسائل TSP و کاربردهای متنوع آن بررسی می گردند.

در قسمت سوم روشهای حل TSP دسته‌بندی می‌شوند.

۱-۲ - معیار پیچیدگی مسائل و دسته‌های P و NP [1] :

معیار کارآئی هنگامی مطرح می‌گردد که ترکیبی از منابع را بخواهیم بهینه نمائیم . درمورد الگوریتم‌های کامپیوتری دو منبع اصلی عبارتند از :

۱- زمان : یعنی زمان اجرای قدم های محاسباتی لازم .

۲- فضا : یعنی میزان حافظه کامپیوتری لازم برای اجرای برنامه .

همچنین به معیاری برای مقایسه بین دو الگوریتم برای حل یک مسئله خاص نیاز داریم . دو معیاری که بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از معیار بدترین حالت (worst case) و معیار حالت مورد انتظار (expected case).

برای حل مسئله P با اندازه n الگوریتم 'A بهتر ازالگوریتم "A گفته می‌شود هرگاه بر طبق معیاربدترین حالت (حالت مورد انتظار) بیشترین زمانی (زمان متوسطی) که 'A برای حل مسئله‌ای (تمام مسائل) صرف می‌کند از زمانی که الگوریتم "A برطبق همان معیار صرف می کند کمتر باشد.میتوان مقایسه مشابهی بر اساس معیارفضا (حافظه کامپیوتری) بجای معیار زمان انجام داد.

در سالهای اخیر بیشتر مقایسه ها براساس معیار زمان انجام می‌گیرد زیرا با بزرگ شدن حافظه کامپیوترها اهمیت منبع حافظه کامپیوتری در مقابل زمان لازم برای اجرای الگوریتم بسیار کاهش یافته‌است.

فرض کنید $C_A(n)$ معیاری برای اندازه گیری پیچیدگی الگوریتم A (برحسب زمان یا حافظه برای بدترین حالت یا حالت مورد انتظار) برای حل مسئله P بااندازه n باشد. $C_A(n)$ تابعی است که درحالت کلی میتواند شامل عبارات لگاریتمی، چند جمله‌ای ، نمائی یا فاکتوریل باشد.

یک فرض نسبتا" شایع و رایج اینست که الگوریتم A کارآ است اگر $C_A(n)$ فقط شامل عبارات

لگاریتمی و چندجمله‌ای باشد.اگر فرض کنیم $C_{A'}(n)=K'n^h$ (h>0) $C_{A''}(n)=K''a^n$ (a>1) a , h, K'', K', ثابت های دلخواهی باشند، آنگاه $\bar{n}$ به‌اندازه کافی بزرگ وجود دارد که برای آن $C_{A''}(\bar{n}) > C_{A'}(\bar{n})$ می‌باشد. البته ممکن است $K' >> K''$ و a بسیار نزدیک به ۱ باشد بطوریکه $\bar{n}$ بسیار بزرگ شود ولی این حالت بسیارنادری است و کم رخ میدهد، درحالیکه اندازه مسائلی بهینه‌سازی ترکیبی عملی اغلب بسیار بزرگ می‌باشد.

الگوریتم هائی که به معنی فوق و برطبق معیاربدترین حالت کارآ می‌باشند را محدود به چندجمله‌ای (برحسب زمان یا حافظه) می‌نامند.

پیداکردن بیشترین (کمترین) عدد دربین n عدد، پیداکردن بیشترین و کمترین عدد درمیان n عدد، ساختن یک فهرست مرتب شده از دو فهرست مرتب داده شده ، همگی مسائلی هستند که الگوریتم‌های ارائه شده برای حل آنها برطبق معیار زمان اجرا در بدترین حالت بهینه می‌باشند. بنظر می‌رسد روش‌های Dijkstra و Prim برای محاسبه کوتاهترین مسیرها و کوتاهترین درخت پوشا برروی شبکه‌های کامل بهینه باشند. هردو روش $O(n^2)$ می‌باشند، یعنی زمان اجرای روش دربدترین حالت را بایک تابع چند جمله‌ای می‌توان تخمین زد وبزرگترین جمله دراین چند جمله‌ای از درجه ۲ می‌باشد . لذا زمان اجرای روش در بدترین حالت بعنوان یک تابع کوادراتیک از n (تعداد گره‌های شبکه) می‌باشد.

دسته بزرگی از مسائل وجود دارند که برای آنها روشهائی وجود دارند که محدود به چندجمله‌ای می‌باشند و در بالا مثالهائی از آنها ذکر شد. در مقابل اینها دسته دیگری از مسائل وجود دارند که برای آنها الگوریتمهای محدود به چندجمله‌ای بدین معنی وجود ندارد. آنچه که در ذیل می آید بررسی دسته‌بندی مسائل به کلاسهای P و NP از دیدگاه تئوری صوری پیچیدگی مسائل of Complexity of Problems Formal Theory می باشد.

مسئله P1 را قابل تقلیل به مسئله دیگر P2 گویند هرگاه روشی (محدود به) چندجمله‌ای وجود داشته

باشد که هرنمونه‌از P1 را به نمونه‌ای از P2 تبدیل نماید بطوریکه یک الگوریتم فرضی برای P2 بتواند P1 را نیز حل نماید. چنین حالتی را به اختصار با $P2 \propto P1$ نشان می‌دهیم.

نتایجی که Cook (1971) [1] بدست‌آورده‌است نشان می‌دهد که تمام مسائل قابل حل باروش polynomial depth backtrack search قابل تقلیل به مسئله زیر می‌باشند.

مسئله ارضاپذیری (SAT) (Satisfiability Problem) یک عبارت جبربولی (boolean) به شکل حاصلضرب چند مجموع، مثلا" $(A+\overline{B})\ (\overline{A}+\overline{B})\ (A+\overline{B}+C)$ را ارضاپذیر می‌نامند هرگاه بتوان به متغیرهای آن طوری ۱ یا ۰ نسبت داد که حاصل عبارت برابر ۱ شود. بعنوان مثال برای عبارت فوق با قراردادن B=0 می‌بینیم که ارزش آن برابر ۱ می‌گردد مستقل از مقادیر A و C. با دانستن هر عبارت جبر بولی به این شکل مسئله عبارتست از اینکه تعیین کنیم آن عبارت ارضاپذیر است یا خیر.

یک مفهوم کلیدی درتوسعه تئوری صوری پیچیدگی مسائل مفهوم ماشینهای تورینگ معین و نامعین می‌باشد. بطور کلی برای منظور مادراینجا می‌توان ماشینهای تورینگ را بعنوان مدلهای مناسب ساده شده ماشینهای محاسب در نظر گرفت که اگر نمونه‌ای از یک مسئله بدان داده شود قادر به تشخیص این هستند که آیا این نمونه خصوصیت مفروض را دارا هست یا خیر.

در حالیکه ماشین تورینگ معین کامپیوتر معمولی را مدلسازی می‌نماید، ماشین نامعین دارای خاصیت غیرمعمولی می باشد که قادراست وضعیت خودش را در مدت زمان صفر هر موقع که مناسب باشد مکرر نماید: بدین ترتیب مانند اینست که بینهایت درجه موازی سازی داریم، لذا یک backtrack search polynomial depth برای چنین ماشینی یک الگوریتم (محدود به) چند جمله‌ای می‌باشد.

P دسته‌بندی مسائلی (مسائل تصدیقی‌ای) می‌باشد که با یک روش چندجمله‌ای برروی یک ماشین معین حل می‌شود. NP بطورمشابه برای ماشینهای نامعین تعریف می‌شود. توضیح‌این که مسائل تصدیقی (recognition problems) مسائلی هستند که پاسخ آن بلی یا خیر می‌باشد. می‌توان برای هر مسئله

بهینه‌سازی یک مسئله تصدیقی متناظر با آن تعریف نمود.

مسئله P را NP hard می‌نامند اگر $P' \propto P$ برای هر $P' \in NP$. بعلاوه اگر $P \in NP$ باشد آنگاه P را NP-complete می‌نامند.

Cook ثابت نمود که هر مسئله NP قابل تقلیل است به SAT. بنابراین SAT نخستین مسئله NP-complete می‌باشد. با توجه به این نتیجه اگر مسئله $P \in NP$ طوری‌است که $p' \propto p$ و p' خود NP-complete باشد، آنگاه ثابت شده‌است که P نیز NP-complete است.

درسالهای اخیر فهرست مسائل NP-complete تغییر زیادی نکرده است و فقط چند مثال در زیر می‌آید.

مسئله دسته (Clique Problem) با داشتن یک شبکه و یک عدد صحیح K : آیا این شبکه دارای یک زیر شبکه کامل (دسته (Clique)) با K گره می‌باشد؟

مسئله پوشش گره‌ها (Vertex Covering) با فرض یک شبکه معلوم و عدد صحیح l، آیامی‌توان با انتخاب حداکثر l گره تمام کمان ها را پوشش داد؟

مسئله شبکه اشتاینر (Steiner Network Problem) باداشتن شبکه‌ای که وزن یا هزینه کمانهای آن بصورت عدد صحیح باشد، زیرمجموعه معین از گره‌های این شبکه و عدد صحیح K آیا می‌توان تمام گره‌های این زیرمجموعه را به کمک یک درخت طوری بهم متصل نمود که وزن کل درخت از K تجاوز ننماید؟

مسئله ترتیب (Sequencing Problem) باداشتن مجموعه‌ای از کارها که هریک زمان اجرا یا پردازششان ، زمان تحویل و هزینه دیرکردشان معلوم می‌باشد، و عدد صحیح K آیا می‌توان کارها را برروی یک ماشین طوری مرتب نمود که جمع کل هزینه‌های دیرکرد برای کارهای تاخیری از K تجاوز ننماید؟

مسئله مدار جهت دار هامیلتونی (Directed Hamiltonian Circuit) با داشتن یک شبکه

جهت دار، آیا این شبکه دارای مسیری جهت‌دار می‌باشد که از هر گره دقیقا" یکبار عبور نماید؟

مسئله مدار بی‌جهت هامیلتونی (Undirected Hamiltonian Circuit) با داشتن یک شبکه بی‌جهت، آیا این شبکه دارای مسیری بی‌جهت می‌باشد که از هر گره دقیقا" یکبار عبور نماید؟

مسئله کوله پشتی Knapsack با داشتن اعداد صحیح مثبت $a_1, a_2, \dots, a_t, b$ آیا زیرمجموعه $S \subset \{1, \dots, t\}$ وجود دارد بطوریکه $\sum_{j \in S} a = b$ باشد؟

مسئله‌افراز (Partition Problem) باداشتن اعداد صحیح مثبت $a_1, a_2, \dots, a_t$ آیا زیرمجموعه S از $\{1, 2, \dots, t\}$ وجود دارد بطوریکه $\sum_{j \notin S} a_j = \sum_{j \in S} a_j$ باشد؟

تمام مسائل فوق "تصدیقی" هستند بجای اینکه "بهینه سازی" باشند.

NP-complete بودن همواره در مورد مسائل تصدیقی اثبات می‌شود. مسئله بهینه‌سازی متناظر با آن را اغلب نمی‌توان بصورت رسمی نشان داد که به NP تعلق دارد، اما می‌توان آنرا NP-hard نامید بدین معنی که وجود الگوریتمی خوب برای حل آن متضمن این‌است که P=NP باشد که این امر بسیار غیرمتحمل می‌باشد زیرا به‌معنی امکان حل کارآی تمام مسائلی که در فوق به آنها اشاره شد و مسائل بسیار دیگر می‌باشد. با توجه به تلاش تحقیقاتی معتنابهی که برای حل این مسائل شده است و تا بحال هیچ الگوریتم خوبی پیدا نشده‌است، بعنوان یک نتیجه‌احتمال اینکه هریک از این مسائل به P تعلق داشته باشد بسیار کم است.

بطور خلاصه P را بصورت غیر رسمی میتوان بعنوان دسته مسائلی معرفی نمود که الگوریتمهای محدود به چند جمله‌ای برای حل آنها وجود دارد ، یعنی P دسته مسائل تصدیقی‌ای هستند که نسبتا" آسان می‌باشند و برای آنها الگوریتمهای کارآ وجود دارند. درحالیکه برای دسته مسائل NP (که بنظر می آید تعداد زیادی از مسائل تصدیقی در این دسته قرار دارند) لازم نیست که پاسخ هر مسئله (تصدیقی) را بتوان بوسیله الگوریتمی درزمان محدود به چندجمله‌ای بدست آورد بلکه فقط لازم است که اگر x مثالی از پاسخ

مثبت به یک مسئله می‌باشد آنگاه بتوان صحت این امر را درزمانی محدود به چندجمله‌ای (براساس‌اندازه x) بررسی نمود [2]. به‌عنوان مثال مسئله پوشش گره‌ها را درنظر بگیرید: پیداست پاسخ مثبت یا منفی به این پرسش که آیا میتوان تمام کمانهای یک شبکه مورد نظر را با انتخاب حداکثر l (l عدد صحیح و معلوم) گره پوشش داد، توسط یک الگوریتمی که درزمان محدود به چندجمله‌ای باشد امکان پذیر نیست (حداقل تابحال) ولی‌اگرادعا شود که برای یک شبکه مفروض (حداکثر) l گره پیدا شده‌است که تمام کمانهای این شبکه را پوشش می‌دهد (یعنی یک مثال از پاسخ مثبت به این مسئله) صحت این ادعا را میتوان توسط الگوریتمی که از لحاظ زمانی محدود به چندجمله‌ای است بررسی نمود.

حال درمورد TSP بایستی گفت که مسئله تصدیقی متناظر با بهینه سازی TSP عبارتست از:

باداشتن یک ماتریس nxn ازاعداد صحیح غیرمنفی [dij]، و یک عدد صحیح L، آیا توری مانند t وجود دارد بطوریکه $\sum_{j=1}^{n} d_{it(j)} <= L$.

این مسئله NP است، با فرض اینکه (n, [dij], L) معلوم و داده شده باشند و ادعا شود که تور t پاسخ مثبتی برای این مسئله است، صحت این ادعا را براحتی میتوان بررسی نمود.الگوریتم a در ابتدا نگاه می‌کند که آیا n، L و [dij] در تعریف مسئله صدق می‌کنند یا خیر، آیا t واقعا یک تور است یا خیر و درنهایت آیا طول تور t برابر یا کمتراز L است یا خیر.

توجه کنید که P زیرمجموعه‌ای از NP است. به عبارت دیگر هر مسئله‌ای که بسیار سریع حل می‌شود بهمان گونه‌نیز قابل‌بررسی است که آیا مثالی ازپاسخ مثبت به مسئله تصدیقی متناظر باآن است یا خیر.

TSP همچنین NP- complete است چون میتوان اثبات نمود که SAT در زمانی محدود به چندجمله‌ای قابل تبدیل به آن می‌باشد (یابرعکس).

۲ـ۲ ـ انواع TSP و کاربردهای آن :

این بخش از سه قسمت تشکیل شده است . درقسمت اول با انواع TSP آشنا می‌شویم . در قسمت دوم

کاربرد انواع TSP همراه باذکر مثالهائی بیان می‌گردد و در قسمت سوم روش تبدیل کردن سایر مسائل به TSP نشان داده می‌شود.

الف- انواع TSP :

TSP بر اساس انواع ماتریس هزینه آن به شرح زیر تقسیم‌بندی می‌شود:

- TSP
  - ۱ TSP متقارن Symmetric
    - ۱ اقلیدسی Euclidean
      - ۱ مستوی Planar
      - ۲ غیر مستوی non-Planar
    - ۲ غیر اقلیدسی non- Euclidean
  - ۲ TSP نامتقارن non- Symmetric
    - ۱ اقلیدسی Euclidean
    - ۲ غیر اقلیدسی non- Euclidean

در TSP های متقارن ماتریس هزینه متقارن می‌باشد یعنی $Cij = Cji \quad \forall ij$.

در TSP های نامتقارن حداقل یک عنصر از ماتریس یافت می‌شود که بازای آن $Cij \neq Cji$ یعنی :

$$\exists\, i,j \mid Cij \neq Cji$$

در TSP های اقلیدسی رابطه نامساوی مثلث درماتریس هزینه صدق می کند یعنی :

$$\forall\, i,j,k \;\; Cij <= Cik + Ckj$$

در TSP هـای مستوی نقـاط حتمـا برروی یـک صفحـه دو بعـدی قراردارنـد. ماتریـس صفحـه‌ای لزومـا اقلیدسی است زیرا رابطه نامساوی مثلث در صفحه دو بعدی و نیز درفضای سه بعدی ، صادق می‌باشد.

چنانچه نقاط در فضای سه بعدی واقع باشند ماتریس مسافت بین آنها یک ماتریس اقلیدسی غیرمستوی می‌باشد.

بـ کاربردهای TSP :

انواع TSP کاربردهای مختلفی دارند که دراینجا مثالهائی از آنها ذکرمی‌شود.

بـ۱ـ اگر نقاط معرف شهرهای مختلف و Cij بیانگر هزینه سفراز شهر i به شهر j مثلا" با هواپیما باشد،آنگاه ماتریس هزینه بیانگریکTSP متقارن است چون هزینه سفر با هواپیما از شهر i به شهر j برابر هزینه سفر از شهر j به شهر i می‌باشد.

بـ۲ـ مسئله TSP درحالت اصلی و اولیه آن شامل شهرهـای واقعی می‌باشـد کـه در روی سـطح زمیـن واقع شده‌است. سطح زمین را میتوان بااستفاده از فنون مختلف نقشه سازی تبدیل بـه سـطح دو بعـدی نمـود. Love و Morris [3] نشان داده‌اند که فواصل جاده‌ای بین شهرهـا درامریکـای شمالـی تقریبـا متناسـب بـا فاصله اقلیدسی آنها، که از روی نقشه‌اندازه گیری شده‌است، میباشد.

بـ۳ـ یکی دیگر از کاربردهای TSP متقـارن در سیستمهـای (خودکـار) ذخیـره و بازیابـی درانبارهـا می‌باشد. بدین ترتیب که هر سفارش شامل درخواست تعدادی از کالاهائی است کـه در قفسـه هـای مختلـف

انبار ذخیره شده‌اند. بادریافت سفارش، نقاله از نقطه بارگیری برای جمع آوری قطعات از قفسه‌های انبار حرکت می کند.نقاط معرف قفسه‌هائی است که قرار است کالاهااز آنها برداشته شوند و C_{ij} معرف فاصله بین قفسه‌های مورد نظر می‌باشد. هدف حداقل کردن مسافت یا زمان طی شده توسط نقاله می باشد و فرض می‌شود که نقاله هر دفعه فقط یک سفارش راسرویس میدهد و حجم کالاهای سفارش داده شده در هر سفارش از ظرفیت نقاله تجاوز نمی‌نماید [4] .

ب-۴- سرویس رفت‌و آمد مدارس و ادارات نیز یک TSP نامتقارن میباشد که در آن فاصله نقاط معرف خانه های شاگردان یا کارمندان (یک نقطه معرف مدرسه یا اداره) بوده و C_{ij} معرف فاصله از خانه iام به خانه jام است. چون خیابانهای شهر برخی یک‌طرفه و برخی دوطرفه هستند لذا ماتریس هزینه نامتقارن میباشد.

ب-۵- همچنین تعیین توالی n کاربر روی یک ماشین با زمان آماده‌سازی وابسته به توالی کارها یک مسئله معمولا نامتقارن می‌باشد. دراین مسئله نقاط معرف (قطعه) کارهائی هستند که بایستی برروی ماشین پردازش شوند و C_{ij} معرف زمان آماده‌سازی ماشین برای انجام دادن کار برروی قطعه jام پس از اتمام کار برروی قطعه i ام می‌باشد. کاربرد عمده این مسئله در صنایع داروئی ، شیمیائی و رنگسازی است.

ب-۶- کاربرد دیگرTSP دردسته‌بندی ماتریس داده‌ها CLUSTERING A DATA ARRAY می‌باشد Lenstra و Rinnooy Kan [5] .

فرض کنید که ماتریس (a_{ij}) $i \in R$ و $j \in S$ داده شده باشند که در آن a_{ij} معرف میزان رابطه بین عنصر i در R و عنصر j در S است. دسته‌بندی ماتریس مرتب کردن ردیف‌ها و ستونهای ماتریس است بطوریکه میزان ارتباط عناصر R با عناصر S حداکثر شود.

این موضوع در کاربردهای کاملا" مختلفی پیش می آید که سه مثال از آنها عبارتنداز :

۱- McCormick و همکاران [6] که در آن R مجموعه ۲٤ روش بازاریابی بوده و S مجموعه ۱۷