

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشگاه یزد

دانشکده فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

فیزیک حالت جامد

**مطالعه‌ی نظری چگالش بوز- اینشتین پلاریتون‌های
اکسیتونی دو بعدی تحت پتانسیل هماهنگ**

استادان راهنما:

دکتر سید محمد علی صالحی

دکتر رضا خرداد

استاد مشاور:

دکتر محمد اعتصامی

پژوهش و نگارش:

سید مسیح حسینی

اسفند ۱۳۹۲

تقدیم به

پدر که عالمانه به من آموخت تا چگونه در عرصه زندگی،

ایستادگی را تجربه نمایم

و به مادرم، دریای بی‌کران فداکاری و عشق که وجودم، برایش

همه رنج بود و وجودش، برایم همه مهر.

تقدیر و تشکر از

اساتید گرانقدر جناب آقای دکتر سید محمد علی صالحی ،
دکتر رضا خرداد و دکتر محمد اعتصامی که با راهنمایی‌های
خویش مرا در انجام این پژوهش یاری داده‌اند و سایر اساتید
ارجمندم که در مکتب آنان نه تنها علم و دانش را بلکه درس
عشق و ایمان و سخاوت آموختم. امید که بتوانم روزی
سپاسگذار زحمات بی‌دریغشان باشم.

چکیده

پلاریتون اکسیتونی به عنوان یک شبه ذره حالت جامد امکان مشاهده چگالش بوز-اینشتین را در جامدات ممکن ساخته است. این شبه ذره ترکیب خطی از یک مولفه نوری (فوتون) و یک مولفه مادی (اکسیتون) است و به علت جرم موثر بسیار پایین آن بسیار مورد توجه است. در این پایان نامه با فرض رقیق بودن پلاریتون ها و بنابراین تبعیت از آمار بوز-اینشتین، چگالش بوز-اینشتین این شبه ذرات تحت پتانسیل هماهنگ در دو بعد مورد بررسی قرار گرفته است. وجود تله در مشاهده این پدیده ضروری است، چرا که بدون اعمال تله، چگالی ذرات در دو بعد با کاهش دما، واگرا می شود. برای بررسی، مدل هامیلتونی پلاریتون اکسیتونی جهت توصیف برهم کنش نور- ماده ارائه می شود. از آنجایی که با دستگاه هایی با تعداد زیاد ذرات سروکار داریم هامیلتونی در شکل کوانتت دوم و در تقریب نیمه کلاسیک بیان می شود. اعتبار این تقریب در گزارشات تجربی مورد تایید قرار گرفته است. معادلات در دو حالت به روش خودسازگار حل می شوند. در حالت ایده آل از برهم کنش پلاریتون- پلاریتون صرف نظر می شود. انحراف از حالت ایده آل با در نظر گرفتن برهم کنش ضعیف بین پلاریتون ها در تقریب میدان میانگین بررسی می شود. نتایج حاکی از آن است که با اعمال تله، چگالی ذرات در دو فاز چگالیده و ناچگالیده رفتاری وابسته به فاصله از مرکز تله دارند. پتانسیل شیمیایی تابع نزولی از دما و تابع صعودی از ثابت پتانسیل هماهنگ است. همچنین با اعمال تله، کسر اکسیتونی افزایش یافته و طول عمر پلاریتون نیز افزایش خواهد یافت که این امر منجر به سرد شدن تبخیری می گردد. علاوه بر این کسر چگاله، تابع صعودی از انحنای فضا و تابع نزولی از دما است، به این معنا که تله اکسیتونی علاوه بر سرد سازی تبخیری، فاز چگالیده را نیز حفظ می کند.

فهرست مطالب

فصل اول: اثر محدودیت کوانتومی در پاشندگی اکسیتون و فوتون

۱-۱ مقدمه	۲
۲-۱ اکسیتون چاه کوانتومی	۲
۱-۲-۱ محدودیت کوانتومی	۲
۲-۲-۱ تابع موج و انرژی بستگی اکسیتون	۵
۳-۱ میکروکاواک نیمرسانا	۸
۱-۳-۱ آینه‌های براگ	۸
۲-۳-۱ پاشندگی فوتون میکروکاواک	۱۱

فصل دوم: مدل هامیلتونی پلاریتون اکسیتونی

۱-۲ هامیلتونی اکسیتون در کوانتش دوم	۱۶
۲-۲ هامیلتونی فوتون در کوانتش دوم	۱۹
۳-۲ هامیلتونی برهم‌کنش اکسیتون-فوتون	۱۹
۴-۲ هامیلتونی پلاریتون میکروکاواک	۲۲
۵-۲ هامیلتونی پلاریتون میکروکاواک در تقریب جرم موثر	۲۶

فصل سوم: چگالش بوز اینشتین پلاریتون میکروکاواک در تقریب میدان متوسط

۱-۳ مقدمه	۳۰
۲-۳ گاز بوزونی ایده‌آل همگن	۳۰
۱-۲-۳ گاز بوزونی سه بعدی	۳۰
۲-۲-۳ گاز بوزونی دو بعدی	۳۲
۳-۳ گاز بوزونی ایده‌آل در تله‌ی هماهنگ در دو بعد	۳۳
۴-۳ تقریب نیمه کلاسیک	۳۵

۳-۵ گاز بوزونی در تقریب میدان متوسط ۳۷

فصل چهارم: کارهای تجربی

۴-۱- گیراندازی اکسیتون در ساختار نامتجانس GaAs ۴۸

۴-۲- گیراندازی پلاریتون با قابلیت تنظیم جفت‌شدگی اکسیتون و فوتون ۴۹

۴-۳- چگالش بوز-اینشتین پلاریتون در تله هماهنگ ۵۳

فصل پنجم: نتایج و بحث

۵-۱ مقدمه ۶۰

۵-۲ اثر تله اکسیتونی در غیاب برهم‌کنش ۶۰

۵-۳ پاشندگی پلاریتون در تله‌ی هماهنگ و بررسی آثار تله‌ی اکسیتونی ۶۹

۵-۴ چگالش بوز-اینشتین پلاریتون در تله هماهنگ در تقریب میدان متوسط ۷۸

۵-۴ نتیجه‌گیری ۸۰

پیشنهادات ۸۲

پیوست‌ها

الف-۲ مروری بر کوانتس دوم ۸۳

ب-۲ اثبات رابطه (۲-۱۴) ۹۰

ج-۲ گذار دو قطبی ۹۱

د-۲ مفهوم شبه ذره ۹۵

ی-۲ اثبات روابط مربوط به پاشندگی پلاریتون، کسر اکسیتونی و کسر فوتونی ۹۷

الف-۳ انتگرال بوز-اینشتین ۹۹

ب-۳ نوسانگر هماهنگ دو بعدی در مختصات قطبی ۱۰۰

ج-۳ اثبات رابطه (۳-۵۱) ۱۰۳

مراجع ۱۰۶

فصل اول

اثر محدودیت کوانتومی در پاشندگی

اکسیتون و فوتون

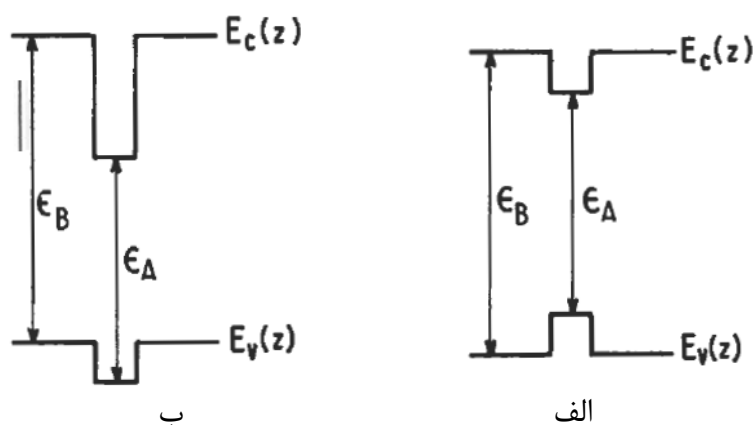
۱-۱ مقدمه

هنگامی که نیم‌رسانای مستقیم با گاف انرژی ϵ_g ، تحت تابش نوری با انرژی $\hbar\omega \approx \epsilon_g$ قرار می‌گیرد، جفت‌های الکترون-حفره تشکیل می‌شوند. اگر الکترون و حفره هیچ برهم‌کنشی با یکدیگر نداشته باشند فقط فوتون‌هایی با انرژی $\hbar\omega > \epsilon_g$ جذب خواهند شد. اما برهم‌کنش جاذب بین الکترون و حفره باعث تغییر این دیدگاه خواهد شد به گونه‌ای که حالت‌های مقید الکترون - حفره ممکن می‌شود [۱]. از لحاظ تجربی مشاهده خطوطی با جذب تیز و شدت بالا در انرژی‌هایی کمتر از انرژی گاف ϵ_g نشانه‌هایی از وجود چنین حالت‌های مقیدی است. چنین حالت‌های مقیدی را اکسیتون می‌نامند.

۲-۱ اکسیتون چاه کوانتومی

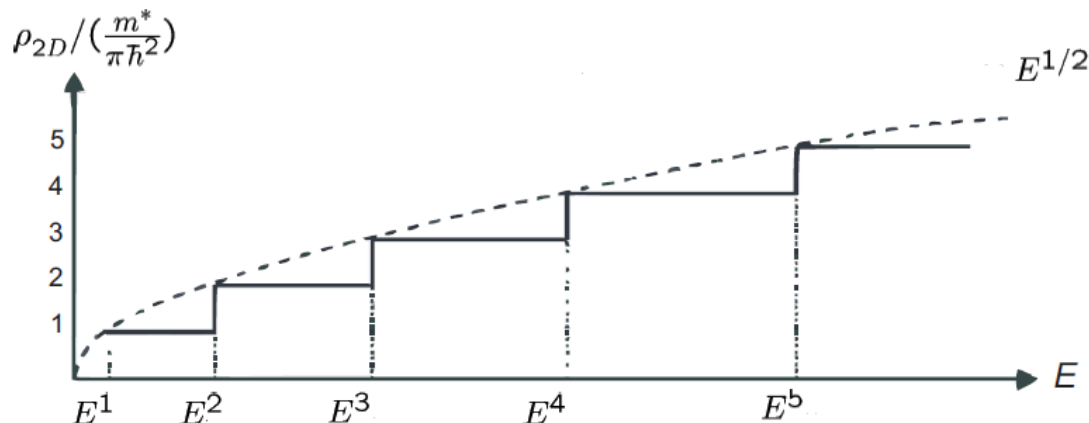
۱-۲-۱ محدودیت کوانتومی

با پیشرفت تکنولوژی، در روش‌های رشد لایه‌های نازک، پیشرفت‌های زیادی حاصل شد به گونه‌ای که امکان ساخت مواد نیم‌رسانا با لایه‌هایی با ابعاد اتمی (نانو) به وجود آمده است. چاه کوانتومی عبارت است از یک لایه از ماده‌ی نیم‌رسانا به ضخامتی در حدود نانومتر و گاف انرژی کوچک که بین دو ماده با گاف انرژی بزرگتر قرار گرفته است.



شکل (۱-۱): برای موقعیت‌های نسبی الکترون و حفره دو حالت وجود دارد: الف) الکترون و حفره هر دو در یک لایه (A) قرار دارند به این ساختار چاه کوانتومی نوع I می‌گویند. مانند $\text{GaAs} - \text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ ب) الکترون در لایه (A) و حفره در لایه (B) قرار دارد به این ساختار چاه کوانتومی نوع II می‌گویند. مانند $\text{InP} - \text{AlInAs}$.

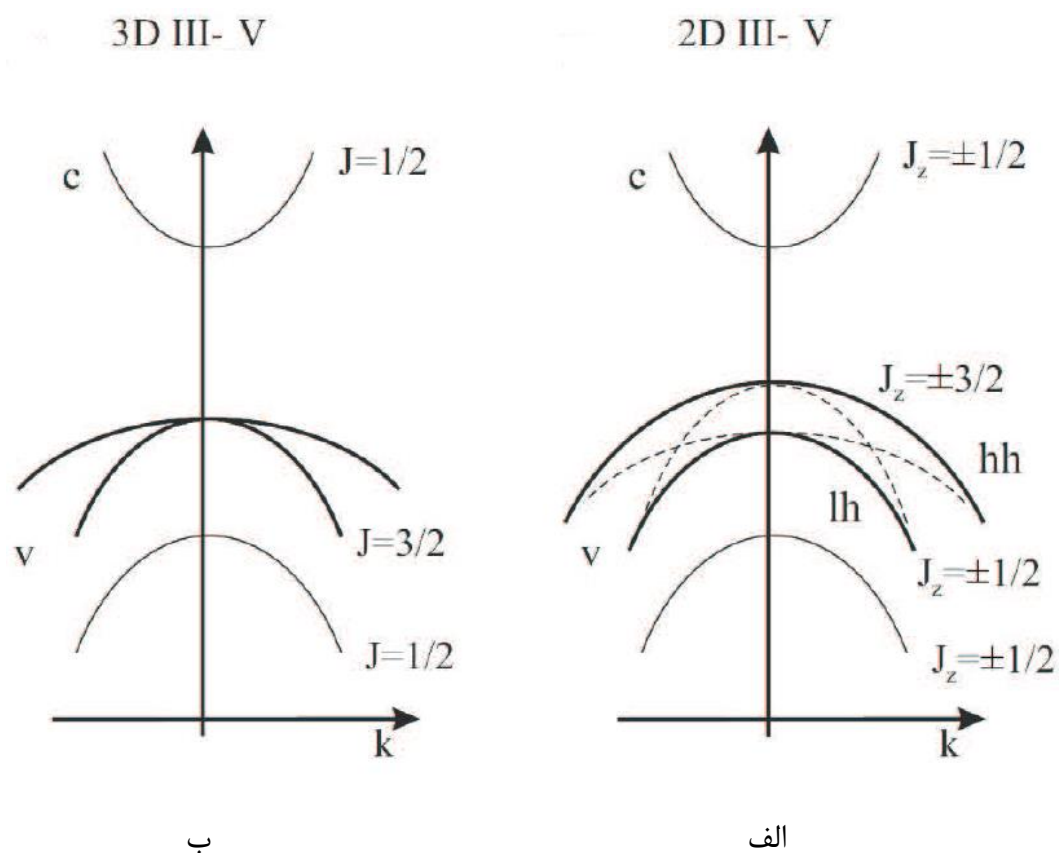
محدودیت کوانتومی از نوع چاه کوانتومی برای الکترون و حفره، مزیت‌هایی را در پی دارد:
 الف) پهنای چاه کوانتومی با شعاع بوهرا اکسیتون قابل مقایسه است. بنابراین حرکت الکترون‌ها و حفره‌ها به صفحه‌ی چاه کوانتومی (عمود بر جهت رشد و در راستای محور Z) محدود می‌شود.
 علاوه بر این ترازهای انرژی نیز کوانتیده‌اند. چگالی حالت‌ها^۱ (DOS) نیز تغییر می‌کند.



شکل (۲-۱): چگالی حالت‌ها در ساختار کپه‌ای رفتاری به صورت $E^{1/2}$ دارد در صورتی که در ساختار چاه کوانتومی رفتار، به صورت یک تابع پله‌ای است. (E^n ها مربوط به انرژی زیرنوارها در چاه کوانتومی هستند)

ب) محدودیت کوانتومی باعث تغییر در نوار ظرفیت می‌شود. حفره در GaAs، تابع موج P گونه با اندازه حرکت زاویه‌ای $L = \pm 1$ و اندازه حرکت اسپینی $S = \pm \frac{1}{2}$ دارد. در حالت کپه‌ای حفره‌ها دو نوار تبهگن مربوط به حفره سنگین (دونوار) و سبک (دو نوار) را تشکیل می‌دهند. بنابراین یک تبهگنی چهارگانه در $\mathbf{k} = 0$ وجود دارد. حفره‌های سبک اندازه حرکت کل $J = \pm \frac{1}{2}$ و حفره‌های سنگین‌تر اندازه حرکت کل $J = \pm \frac{3}{2}$ را دارند اما با ایجاد محدودیت کوانتومی در یک جهت مثلاً جهت محور Z و شکسته شدن تقارن انتقالی در آن جهت تبهگنی بین حفره‌های سبک و سنگین در $\mathbf{k} = 0$ از بین می‌رود و نوار حفره‌های سنگین به نوار رسانش نزدیک‌تر می‌شوند. بنابراین دو نوع اکسیتون در چاه کوانتومی وجود دارد. یک نوع مربوط به جفت‌شدگی بین الکترون و حفره سبک و دیگری مربوط به جفت‌شدگی بین الکترون و حفره سنگین.

^۱ Density Of State



شکل (۳-۱): ساختار نواری نیم‌رسانای نوع III-V (الف) ساختار نواری در حالت دو بعدی. کوانتس ایجاد شده تبهگنی حالت کپه‌ای را از بین برده است و نوار حفره سنگین به سمت نوار رسانش جابه‌جا شده است. (ب) در ساختار نواری حالت کپه‌ای در لبه نوار ظرفیت یک تبهگنی چهارگانه وجود دارد.

حالت مقید الکترون-حفره سبک از حالت مقید الکترون-حفره سنگین ضعیف‌تر است زیرا حفره های سبک در زیر نوار lh از لحاظ فضایی محدودیت کمتری نسبت به حفره‌های سنگین در زیر نوار hh دارند. بنابراین تابع موج حفره‌های سنگین نسبت به حفره‌های سبک جایگزیده‌تر است که خود برهم‌کنش ضعیف‌تر الکترون-حفره‌های سبک را نسبت به برهم‌کنش الکترون-حفره‌های سنگین نتیجه می‌دهد. نوع دیگری از دسته‌بندی برای اکسیتون‌ها نیز وجود دارد.

اکسیتون مات-وانیر: به علت استتار نیروی کولنی بین الکترون و حفره در محیط نیم‌رسانا، انرژی بستگی یک اکسیتون در ساختاری مانند GaAs از مرتبه‌ی 10meV خواهد شد علاوه بر این به

علت کوچک بودن نسبت جرم موثر الکترون به حفره (m_e/m_h)، شعاع یک اکسیتون می‌تواند در ساختاری مانند GaAs به حدود 100\AA برسد. چنین شعاعی چندین برابر ثابت شبکه GaAs است. اکسیتون با چنین ویژگی‌هایی اکسیتون مات-وانیر نامیده می‌شود [۲].

اکسیتون فرنکل: در مقابل اکسیتون مات-وانیر با شعاع بزرگ و انرژی کم، اکسیتون فرنکل شعاع کوچک (در حدود طول یک سلول و یا کوچکتر) و انرژی بستگی بزرگ دارد و در بعضی مواد شامل نیم‌رساناهای گاف پهن و یا عایق و مواد آلی مشاهده می‌شود [۳].

در قسمت اول این فصل اکسیتون چاه کوانتومی (اکسیتون مات-وانیر) به تفصیل بررسی می‌شود. ابتدا معادله شرودینگر حل شده و انرژی بستگی و تابع موج اکسیتون حاصل می‌شود. سپس به بحث در مورد میکروکاوک نیم‌رسانا پرداخته می‌شود

۲-۲-۱ تابع موج و انرژی بستگی اکسیتون

معادله شرودینگر برای اکسیتون در چاه کوانتومی عبارت است از:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h} \nabla_h^2 + V_e(z_e) + V_h(z_h) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 |\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} \right) \psi = E\psi \quad (1-1)$$

که در آن $V_{e,h}(z_{e,h})$ پتانسیل محدود کننده در راستای محور z برای الکترون و حفره است.

برای حل این معادله ابتدا تغییر متغیرهای زیر انجام می‌شود:

$$\mathbf{R} = \frac{m_e \mathbf{r}_e + m_h \mathbf{r}_h}{m_e + m_h} \quad (2-1)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$$

که در آن \mathbf{R} مختصات مرکز جرم اکسیتون و $\boldsymbol{\rho}$ بردار شعاعی حرکت نسبی الکترون و حفره است و همچنین معرفی می‌کنیم $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, Z)$. معادله (۱-۱) با روش جداسازی متغیرها در مختصات \mathbf{R} و $\boldsymbol{\rho}$ عبارت است از:

$$\psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = F(\mathbf{R}) f(\boldsymbol{\rho}) U_e(z_e) U_h(z_h) \quad (3-1)$$

در این معادله $F(\mathbf{R})$ حرکت مرکز جرم اکسیتون، $f(\boldsymbol{\rho})$ حرکت نسبی الکترون و حفره در صفحه‌ی چاه کوانتومی، $U_e(z_e)$ حرکت الکترون در راستای عمود بر صفحه‌ی چاه کوانتومی (راستای رشد) و

$U_h(z_h)$ حرکت حفره را در راستای عمود بر صفحه‌ی چاه کوانتومی توصیف می‌کنند. چنین جداسازی به این معناست که کوانتش الکترون و حفره مستقل از یکدیگر هستند. بنابراین نیاز است تا پهنای چاه کوانتومی کمتر یا در حدود شعاع اکسیتون کپه‌ای باشد. با جایگذاری معادله (۳-۱) در معادله (۱-۱) و انتگرال‌گیری بر روی \mathbf{R} داریم:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2}{\partial z_e^2} - \frac{\hbar^2}{2m_h} \frac{\partial^2}{\partial z_h^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + V_e(z_e) + V_h(z_h) \right. \quad (۴-۱)$$

$$\left. - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} - \frac{P_{exc}^2}{2(m_e + m_h)} - E \right\} f(\rho) U_e(z_e) U_h(z_h) = 0$$

معادله‌ی (۴-۱) را می‌توان به یک دستگاه شامل سه معادله دیفرانسیل تبدیل نمود. معادله مربوط به $f(\rho)$ با ضرب دو طرف معادله‌ی (۴-۱) در $U_e^*(z_e) U_h^*(z_h)$ و انتگرال‌گیری بر روی z_e و z_h حاصل می‌شود.

$$\left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint \frac{|U_e(z_e)|^2 |U_h(z_h)|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} dz_e dz_h \right\} f(\rho) = -E_B^{QW} f(\rho) \quad (۵-۱)$$

که در آن E_B^{QW} انرژی بستگی اکسیتون است. همچنین توابع $U_e(z_e)$ و $U_h(z_h)$ با ضرب معادله (۴-۱) در $f^*(\rho) U_{h,e}^*(z_{h,e})$ بدست می‌آیند:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_{e,h}} \nabla_{e,h}^2 + V_{e,h} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint \frac{|f(\rho)|^2 |U_{h,e}(z_{h,e})|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} 2\pi\rho d\rho dz_{h,e} \right\} U_{e,h}(z_{e,h}) \quad (۶-۱)$$

$$= E_{e,h} U_{e,h}(z_{e,h})$$

در رابطه‌ی فوق E_e انرژی الکترون و E_h انرژی حفره محدود شده در چاه کوانتومی است. در مورد یک سیستم دقیقاً دو بعدی $|U_e|^2 = \delta(z - z_e)$ و $|U_h|^2 = \delta(z - z_h)$ و معادله‌ی (۵-۱) به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{e^2}{\epsilon\rho} \right\} f(\rho) = E_B^{2D} f(\rho) \quad (۷-۱)$$

رابطه‌ی (۷-۱)، معروف به معادله‌ی وانیر، یک مساله قابل حل و همان معادله اتم هیدروژن دو بعدی است [۵]. برای حالت پایه (اکسیتون s) داریم: