بسم الله الرحمن الرحيم

۸۷/۱/۱۰ ۵۳۰۰
۸۷/۱۱/۱۹

دانشگاه مازندران

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

گرایش اختر فیزیک

موضوع

تاثیر وشکسانی مصنوعی بر شبیه سازی امواج ضربه ای به روش هموارسازی ذرات

استاد راهنما : دکتر علیرضا خصالی

استاد مشاور : دکتر محسن نژاد اصغر

نگارش

جعفر سلطانی

زمستان ۱۳۸۶

علی علیه السلام :

دانش میراثی ارزشمند است، آداب نیکو زیورهای همیشه تازه، و اندیشه آیینه ای صاف و روشن است.

تقدیم به پدر و مادر بزرگوار و گرامیم

که با تمام وجود، مرا در تمام مراحل تحصیل تشویق کرده اند.

با امید به اینکه این نوشته ناچیز پاسخگوی گوشه ای از زحمات بی دریغ آنها باشد.

بسم الله الرحمن الرحیم

سپاس و ستایش خداوند را که رحمتش جای نومیدی ندارد، و نعمتش همگان را فرا گرفته، و به آمرزشش یاس راه ندارد، و از پرستشش تکبر نباید ورزید، خدایی که رحمتش همیشگی و نعمتش پایدار است، خداوندی که رازها را می داند و بر درون ها بیناست و بر همه چیز تواناست.

و خداوند را سپاسگزارم که توانستم از محضر استادان بزرگ و ارجمندم، آقایان دکتر علیرضا خصالی و دکتر محسن نژاد اصغر، نهایت استفاده را ببرم هر چند که تقدیر و تشکر از آنان در سیطره این قلم و گفتار نیست و حتی گوشه ای از زحمات آنان را نیز نمی تواند جبران کند.

و همچنین در پایان از همه استادان، به ویژه مدیر محترم گروه فیزیک و استادان مدعو و نیز از تمامی دانشجویانی که در مراحل تهیه و تنظیم این پایان نامه مرا یاری نمودند بسیار سپاس گزارم و کمال تشکر و قدردانی را دارم.

فهرست مطالب

فصل اول

فصل دوم

چکیده :

هیدرودینامیک به روش هموارسازی ذرات شاره[1] روشی برای بدست آوردن جوابهای عددی معادلات حاکم بر شاره می باشد. که در آن یک دستگاه ذرات هموار شده را جانشین شاره می کنیم. در SPH ، ذرات همانند ذرات واقعی سیستم رفتار می کنند و اگر انواع ذرات داشته باشیم هر یک توسط دستگاه مخصوص خودش توضیح داده می شوند. در این حالت، وجه اشتراک بین دستگاهها در SPH ناچیز می باشد. این روش شبیه سازی نخستین بار توسط *لوسی*[2] (۱۹۷۷) و *جینگلد و موناگان*[3] (۱۹۷۷) ارائه شده است. این روش برای شبیه سازی پدیده های اختر فیزیکی ای که دارای چگالی عددی زیاد و شکل هندسی نامتقارن می باشند بسیار مناسب است. برای شبیه سازی کهکشانها، ابرنواخترها، انواع سحابی ها، ابرهای مولکولی و خیلی از پدیده های اخترفیزیکی از این روش استفاده می کنیم. SPH یک تکنیک بسیار قوی است که به طور موفقیت آمیزی توانسته به مسائل زیادی پاسخ دهد. ولی تا کنون این روش نتوانسته است با *وشکسانی* رفتار درستی داشته باشد. هنوز قائده خاصی برای ارائه وشکسانی وجود ندارد و در واقع مجبوریم وشکسانی را به صورت *وشکسانی مصنوعی*[4] در SPH وارد نمائیم. این وشکسانی می تواند از نفوذ بین ذره ای در جریان های برخوردی جلوگیری کند. و نیز سبب می شود که پدیده شوک تشکیل و نوسانات پس ضربه ای میرا شوند. از طرفی دیگر وشکسانی مصنوعی گرمای اضافی تولید می کند و سبب می شود ذرات شبیه سازی شده دچار نوسانات شوند. وشکسانی نقش بسیار مهمی در پدیده های اختر فیزیکی بازی می کند، بویژه در دیسک های برافزایشی، بنابراین تعریف یک شکل مناسب برای وشکسانی در SPH لازم و ضروری است. این پدیده ابتدا توسط لوسی (۱۹۷۷) و جینگلد- موناگان (۱۹۷۷) بررسی پیگیری شده است. در این پایان نامه، برآنیم ابتدا مدلهایی که تا کنون ارائه شده اند را مجددا بررسی و مدل جدیدی برای وشکسانی مصنوعی ارائه کنیم تا بتوانیم بدین وسیله از این اثرات نا مطلوب بکاهیم.

۱- Smoothed particle hydrodynamics (SPH)
۲- Lucy
۳- Gingold & Monaghan
٤- Artificial viscosity

فصل اول

مقدمه

در روش SPH ، شاره توسط N ذره مجزای هموار شده اما گسترش یافته نمایش داده می شود. این ذرات همدیگر را همپوشانی می کنند. این همپوشانی توسط یک تابع هموار نشان داده می شود لذا ابتدا لازم است که شکل یک تابع در SPH را مشخص کنیم. بعد از اینکه شکل تابع مشخص شد می توانیم گرادیان و واگرایی آن را نیز تعریف کنیم. در این روش حالت سیستم توسط یک دستگاه ذرات نمایش داده می شود، که تمامی ویژگیهای ماده را داراست و بر اساس معادلات بقا حرکت می کند. از زمان اختراعش تا کنون مسائل زیادی در اختر فیزیک حل شده اند. SPH برتری های ویژه ای نسبت به سایر روشهای عددی قدیمی دارد، مهمترین آن، ویژگی انطباق پذیری روش SPH با مسائل گوناگون است است.

۱-۱) نمایش انتگرالی یک تابع در SPH

فرمولبندی SPH به دو قسمت کلیدی تقسیم می شود. قسمت اول نمایش انتگرالی می باشد که اصطلاحا تقریب کرنل میدان تابعی نامیده می شود. قسمت دوم تقریب ذره ای نامیده می شود. در اولین قسمت،

انتگرال گیری روی حاصلضرب یک تابع متقارن با یک تابع کرنل هموار، تقریب کرنل در حالت نمایش انتگرالی یک تابع را می دهد.

مفهوم نمایش انتگرالی تابع $f(x)$ در SPH برگرفته از ویژگی تابع دلتای دیراک می باشد. تابع دلتای دیراک به صورت زیر نمایش داده می شود

$$f(x)=\int_{\Omega} f(x')\delta(x-x')dx'$$ (۱.۱.۱)

$$(x-x') = \begin{cases} ۱, & x = x' \\ ۰, & x \neq x' \end{cases}$$

که در آن $f(x)$ تابع سه بعدی از بردار x می باشد و Ω حجمی است که بردار x را در بر دارد.

در SPH تابع دلتای دیراک را با تابع هموار W (*کرنل*[1]) که در واقع همان تابع وزنی می باشد، تعویض می کنیم

$$f(x)=\int_{\Omega} f(x')W(x-x',h)dx'$$ (۲.۱.۱)

که h طول هموار شده در ناحیه تاثیر پذیر از تابع هموارW می باشد که در ادامه در مورد آن به تفصیل صحبت خواهیم کرد. شرط بهنجارش در کل نواحی به صورت زیر بیان می شود

$$\int_{\Omega} W(x-x')dx'=۱$$ (۳.۱.۱)

که این به عنوان شرط اول پذیرفته می شود علاوه براین تابع هموارW باید دو شرط زیر را نیز داشته باشد

$$\lim_{h\to ۰} W(x-x',h) = \delta(x-x')$$ (۴.۱.۱)

$$W(x-x',h)=۰ \quad \text{اگر} \quad |x-x'| > \kappa h$$ (۵.۱.۱)

κ ثابتی است که به تابع هموار W نسبت داده می شود. معادله (۴.۱.۱) بیان می کند که اگر طول هموار به سمت صفر میل کند ، تابع هموار باید به تابع دلتای دیراک تبدیل شود و معادله (۵.۱.۱) نیز بیان می کند که تابع هموار در خارج از محدوده ، که کره ای است به شعاع طول هموارκh ، صفر است. شکل(۱-۳)

۱- Kernel

همانطور که می دانیم تابع دلتای دیراک دارای مقدار دقیق است ولی جایگذاری تابع هموار W در معادله (۲.۱.۱) با مقداری خطا همراه است. معادله (۲.۱.۱) را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\langle f(x)\rangle = \int_{\Omega} f(x')W(x-x',h)dx' \qquad (۶.۱.۱)$$

در نمایش انتگرالی مقدار خطا را می توانیم با استفاده از بسط سری تیلور $f(x')$ حول نقطه x به صورت زیر تخمین بزنیم

$$\langle f(x)\rangle = \int_{\Omega} [f(x)+(x'-x)f'(x)+r((x'-x)^{۲})]W(x-x',h)dx'$$

$$= f(x)\int_{\Omega} W(x-x',h)dx' + f'(x)\int_{\Omega}(x'-x)W(x-x',h)dx' + O(h^{۲}) \qquad (۷.۱.۱)$$

اگر تابع هموار W را زوج در نظر بگیریم انتگرال دوم ، با توجه به اینکه $(x'-x)$ فرد است ، برابر صفر خواهد شد. یعنی

$$\int_{\Omega} (x'-x)W(x-x',h)dx' = ۰ \qquad (۸.۱.۱)$$

حال با استفاده از معادلات (۳.۱.۱) و(۸.۱.۱) ، معادله (۷.۱.۱) به صورت زیر در می آید.

$$\langle f(x)\rangle = f(x) + O(h^{۲}) \qquad (۹.۱.۱)$$

ازمعادله بالا در می یابیم که مقدار خطا ازمرتبه $h^{۲}$ می باشد و این به شرطی برقرار است که تابع هموار W را زوج در نظر بگیریم. بدین ترتیب در روش SPH ، نمایش انتگرالی از یک تابع دارای خطایی از مرتبه دوم طول هموارسازی h می باشد. علاوه بر سه شرط ارائه شده در معادلات (۳.۱.۱) و (۴.۱.۱) و (۵.۱.۱) ، چهارمین شرط ، زوج بودن تابع هموار W می باشد. به عبارت دیگر اگر تابع هموار W یک تابع زوج نباشد و یا اگر ناحیه بهنجارش شامل فضای مناسب نباشد ، تقریب کرنل یا استفاده از تابع هموار دارای خطایی از مرتبه دوم نخواهد بود.

۱-۲) نمایش انتگرالی از واگرایی یک تابع

در قسمت قبل شکل یک تابع در SPH را در حالت انتگرالی نشان داده ایم. به طور خیلی ساده تقریب برای مشتق با قرار دادن $\nabla \cdot f(x)$ بجای $f(x)$ در معادله (۶.۱.۱) بدست می آید

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = \int_{\Omega} [\nabla \cdot f(x)] W(x - x', h) dx' \tag{۱.۲.۱}$$

که واگرایی در این انتگرال متناسب با مختصات اولیه بکاربرده می شود. ازاین رو

$$[\nabla \cdot f(x')] W(x - x', h) = \nabla \cdot [f(x') W(x - x', h)] - f(x') \cdot \nabla W(x - x') \tag{۲.۲.۱}$$

با استفاده از معادله های (۱.۲.۱) و (۲.۲.۱) معادله زیر به دست می آید

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = \int_{\Omega} \nabla \cdot [f(x') W(x - x', h)] dx' - \int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x - x') dx' \tag{۳.۲.۱}$$

اولین انتگرال سمت راست معادله (۳.۲.۱) ، طبق قانون دیورژانس به انتگرال سطحی S ازدامنه انتگرال گیری Ω ، تبدیل می شود

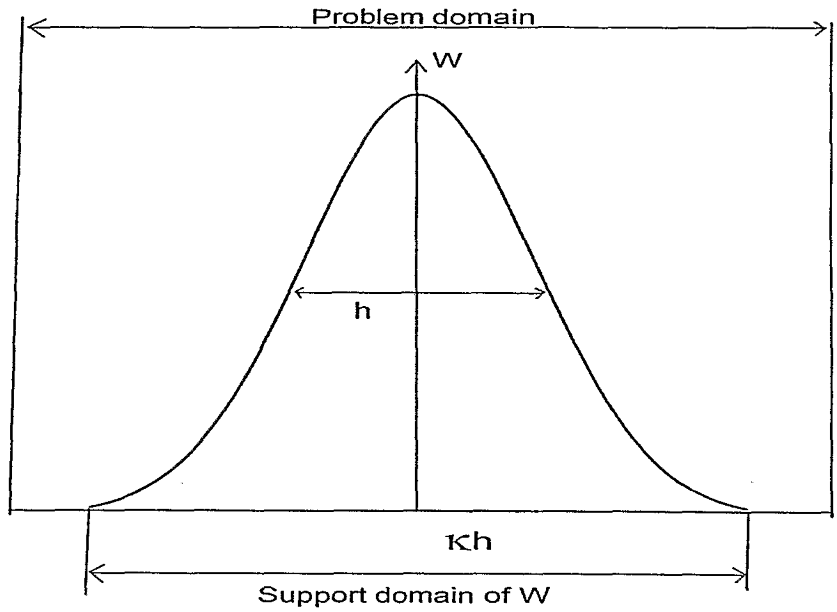
$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = \int_{S} f(x') W(x - x', h) \cdot \hat{n} dS - \int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x - x') dx' \tag{۴.۲.۱}$$

که $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر سطح می باشد.

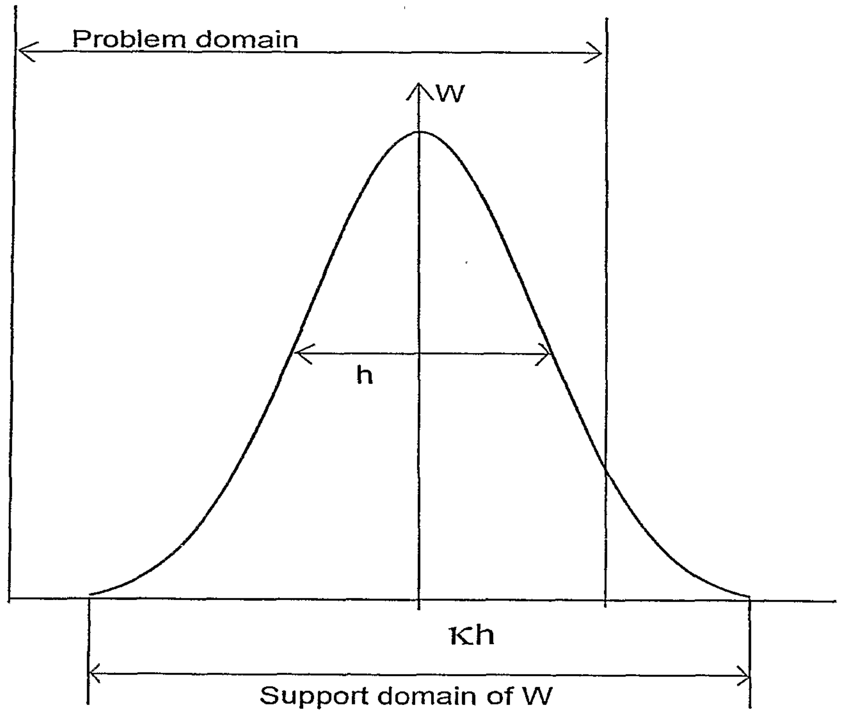
دو حالت وجود دارد ، اگر دامنه مورد نظر در داخل دامنه مسئله قرار گیرد ، انتگرال سطحی در سمت راست معادله (۴.۲.۱) صفر خواهد شد (شکل ۱-۱). ولی اگر دامنه مورد نظر شده با دامنه مسئله وجه اشتراک داشته باشد انتگرال سطحی صفر نخواهد شد (شکل ۱-۲) . بنابراین ، با فرض اینکه دامنه مورد نظر در داخل دامنه مسئله باشد ، معادله (۱.۲.۴) به صورت زیر خلاصه می شود

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = -\int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x - x') dx' \tag{۵.۲.۱}$$

معادله بالا تعریف واگرایی یک تابع در SPH می باشد.



شکل ۱- ۱: دامنه مورد نظر در داخل دامنه مسئله قرار دارد . لذا ، انتگرال سطحی در سمت راست معادله (۴.۲.۱) برابر صفر است.



شکل ۱-۲ : دامنه مسئله با دامنه مورد نظر برخورد کرده است . لذا ، تابع هموار توسط مرز بریده شده است ، و انتگرال سطحی در سمت راست معادله (۴.۲.۱) صفر نمی باشد.

۱-۳) نمایش انتگرالی از گرادیان یک تابع

مانند حالت قبل ، تقریب برای گرادیان با قرار دادن $\nabla f(x)$ بجای $f(x)$ در معادله (۶.۱.۱) بدست می آید

$$\langle \nabla f(x) \rangle = \int_{\Omega} [\nabla f(x)] W(x-x',h)dx' \qquad (۱.۳.۱)$$

که مانند حالت قبل ، گرادیان در این انتگرال متناسب با مختصات اولیه بکار برده می شود. ازاین رو

$$[\nabla f(x')] W(x-x',h) = \nabla [f(x') W(x-x',h)] - f(x') \nabla W(x-x') \qquad (۲.۳.۱)$$

با استفاده از معادله های (۱.۲.۱) و (۲.۲.۱) معادله زیر به دست می آید

$$\langle \nabla f(x) \rangle = \int_{\Omega} \nabla [f(x') W(x-x',h)]dx' - \int_{\Omega} f(x') \nabla W(x-x')dx' \qquad (۳.۳.۱)$$

اولین انتگرال سمت راست معادله بالا صفر است ، در نتیجه داریم

$$\langle \nabla f(x) \rangle = - \int_{\Omega} f(x') \nabla W(x-x')dx' \qquad (۴.۳.۱)$$

معادله بالا تعریف گرادیان یک تابع در SPH می باشد.

۱-۴) تقریب ذ ره ای

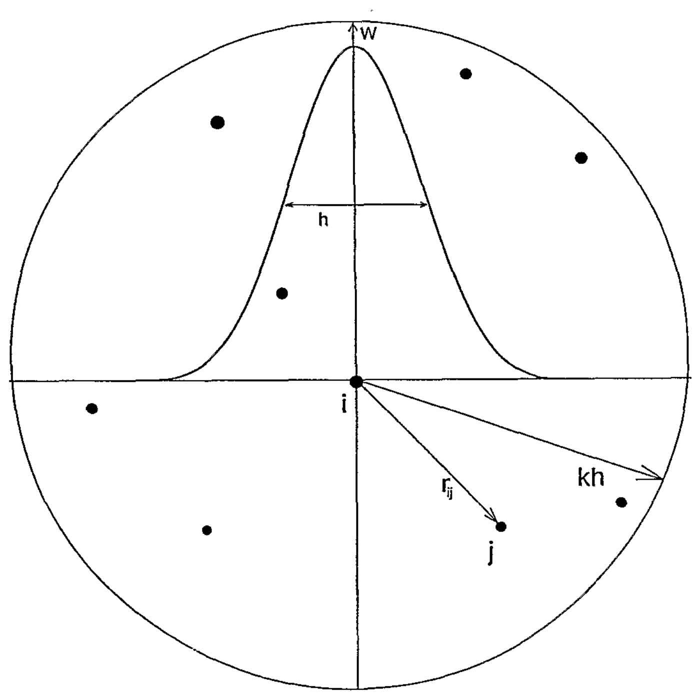
در SPH ، کل شاره توسط تعداد محدودی ذره نمایش داده می شود که هر کدام جرم منحصر به فرد دارند و فضای منحصر به فردی را نیز اشغال می کنند. دراین روش بمانند آنچه که در شکل (۱-۴) نشان داده شده است ، ذرات موجود در داخل مورد نظر را با استفاده از تابع هموار W روی ذره i-ام هموار می کنیم. دامنه مورد نظر به شکل کروی (یا بیضی وار) با شعاع κh می باشد که h همان طول هموارسازی می باشد. همنطور که در شکل (۱-۴) آمده است اشکال دامنه مورد نظر می توانند مستطیلی (یا دقیقا مربع) و نیز کروی باشند.

در SPH دامنه موثر برای یک ذره متناسب با طول هموار سازی h از آن ذره تعریف می شود. به طور دقیق تر طول هموار h ضربدر فاکتور κ ، بیان کننده دامنه موثر در تابع هموار W می باشد.

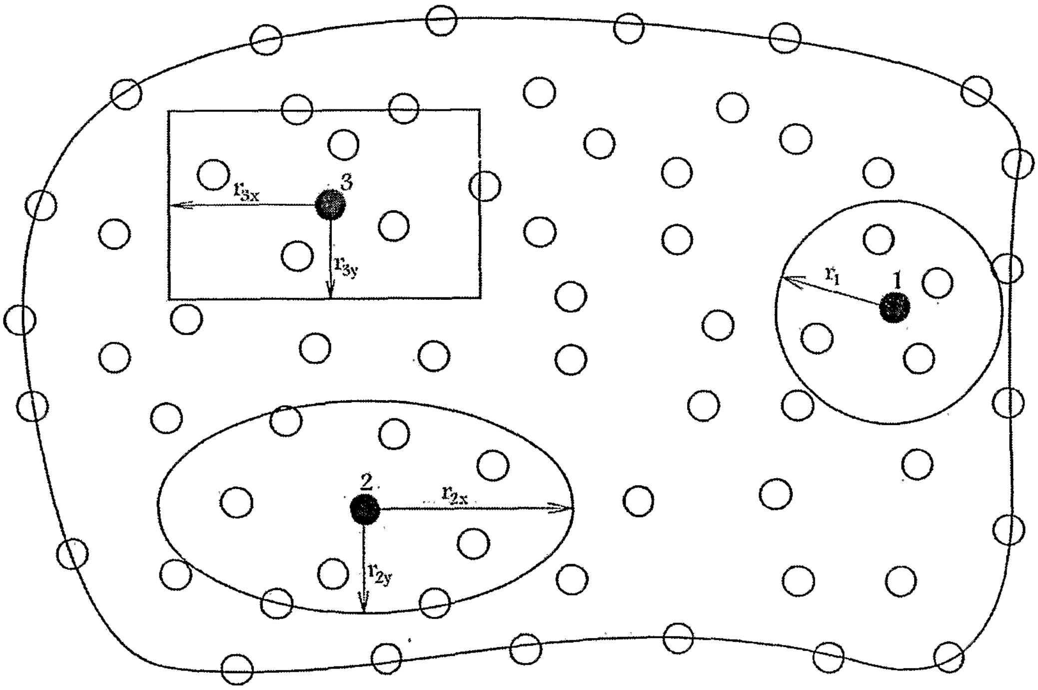
همانطور که گفتیم در SPH هر ذره دارای جرم منحصر بفرد می باشد. برای محاسبه جرم ، حجم بینهایت کوچک dx' را با حجم محدود ΔV_j تعویض می کنیم که ΔV_j به جرم ذره j نسبت داده می شود

$$m_j = \Delta V_j \rho_j \qquad j=۱,۲,۳,.....,N \qquad (۱.۴.۱)$$

که ρ_j چگالی ذره j می باشد و N نیز تعداد ذرات در داخل مورد نظر می باشد. به این ذرات که در داخل دامنه مورد نظر قرار دارند ذرات همسایهٔ ذره مرکزی i-ام گفته می شود که توسط تابع هموار W روی ذره مرکزی i-ام هموار و یا همپوشانی می شوند.



شکل۱-۳ : دامنه مورد نظر ذره i-ام کره ای با شعاع κh میباشد.



شکل ۱-۴ : دامنه مسئله به صورت مستطیلی ، دایروی ویا کروی می تواند تعریف شود.

معادلاتی که تاکنون در مورد مقدار تابع در SPH بیان کرده بودیم به صورت انتگرالی بودند ، اکنون سعی می کنیم آن را به صورت تقریب ذره ای بنویسیم. در SPH نمایش انتگرالی تابع f(x) را می توانیم به صورت تقریب ذره ای زیر بنویسیم

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \int_{\Omega} f(x')W(x-x',h)dx' \\
&\cong \sum_{j=1}^{N} f(x_j)W(x-x_j,h)\Delta V_j \\
&\cong \sum_{j=1}^{N} f(x_j)W(x-x_j,h)\frac{1}{\rho_j}(\rho_j \Delta V_j) \\
&\cong \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j)W(x-x_j,h)
\end{aligned}
$$

و سرانجام

$$f(x)=\sum_{j=۱}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)W(x-x_j,h) \qquad (۲.۴.۱)$$

این معادله بیان می کند که مقدار یک تابع در محل ذره i–ام با متوسط مقادیر تابع مذکور در محل همه ذرات واقع در دامنه مورد نظر ذره i ، تقریب زده می شود که آن را می توانیم به صورت زیر نیز بنویسیم

$$\langle f(x_i)\rangle=\sum_{j=۱}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)W_{ij} \qquad (۳.۴.۱)$$

که در آن

$$W_{ij}=W(x-x_j,h) \qquad (۴.۴.۱)$$

حال با استدلالی مشابه قبل تقریب ذره ای مشتق یک تابع و همچنین گرادیان یک تابع را به صورت زیر می نویسیم

$$\langle \nabla\cdot f(x_i)\rangle=-\sum_{j=۱}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)\cdot\nabla W(x-x_j,h) \qquad (۵.۴.۱)$$

که در آن ∇W نسبت به ذره j گرفته می شود. سرانجام تقریب ذره ای یک تابع در محل ذره i به صورت زیر نوشته می شود

$$\langle \nabla f(x_i)\rangle=-\sum_{j=۱}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)\nabla W_{ij} \qquad (۶.۴.۱)$$

که در آن

$$\nabla_i W_{ij}=\frac{x_i-x_j}{r_{ij}}\frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}}=\frac{x_{ij}}{r_{ij}}\frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \qquad (۷.۴.۱)$$

که در آن r_{ij} فصله بین دو ذره i و j می باشد.

معادله (۶.۴.۱) مانند معادله (۲.۴.۱) بیان می کند که مقدار گرادیان یک تابع در ذره محل i–ام با متوسط مقادیر تابع در محل همه ذرات واقع در دامنه مورد نظر ذره i ، تقریب زده می شود .شکل(۱–۳)

بطور خلاصه ، برای یک ذره داده شده i ، بر حسب تقریب ذره ای ، مقدار یک تابع و اولین مشتقش برای ذره i به صورت زیر تقریب زده می شود

$$\langle f(x_i)\rangle = \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W_{ij} \tag{۸.۴.۱}$$

$$\langle \nabla\cdot f(x_i)\rangle = \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j)\cdot \nabla_i W_{ij} \tag{۹.۴.۱}$$

$$W_{ij} = W(x - x_j, h) = W(|x - x_j|, h) \tag{۱۰.۴.۱}$$

$$\nabla_i W_{ij} = \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} = \frac{x_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \tag{۱۱.۴.۱}$$

باید یاد آوری کرد که گرادیان $\nabla_i W_{ij}$ نسبت به ذره i گرفته می شود ، بنابراین علامت منفی در معادله (۵.۴.۱) حذف می شود.

در یک شاره چگالی نقش بسیار مهمی را بازی می کند ، لذا لازم است آن را به صورت تقریب ذره ای تعریف کنیم. برای به دست آوردن تابع چگالی ρ ، می توانیم آن را با تابع $f(x)$ در معادله (۳.۴.۱) جایگذاری کنیم. بنابرین تقریب ذره ای SPH برای چگالی ρ بصورت زیر نوشته خواهد شد

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{N} m_j W_{ij} \tag{۱۲.۴.۱}$$

معادله بالا یکی از مهم ترین شکلهای بدست آمده برای چگالی در SPH می باشد و روی تمام ذرات واقع در دامنه مورد نظر ذره i جمع زده می شود. درحالت کلی به آن *روش محاسبه چگالی به شیوه جمع بندی*[۱] گفته می شود. از معادله (۸.۴.۱) در میابیم که W_{ij} واحد عکس حجم را دارد.

قوانین زیر را برای دو تابع دلخواه می توانیم اعمال کنیم :

$$\langle f_1 + f_2\rangle = \langle f_1\rangle + \langle f_2\rangle \tag{۱۳.۴.۱}$$

$$\langle f_1 f_2\rangle = \langle f_1\rangle\langle f_2\rangle \tag{۱۴.۴.۱}$$

۱- Summation density approach

دو معادله بالا بیان کننده این موضوع هستند که عملگر تقریب در SPH یک عملگر خطی می باشد. اگر c یک ثابت باشد، خواهیم داشت :

$$\langle cf_1 \rangle = c\langle f_1 \rangle \qquad (۱۵.۴.۱)$$

همچنین عملگر تقریب در SPH جابجاپذیر نیز می باشد :

$$\langle f_1 + f_2 \rangle = \langle f_2 + f_1 \rangle \qquad (۱۶.۴.۱)$$

$$\langle f_1 f_2 \rangle = \langle f_2 f_1 \rangle \qquad (۱۷.۴.۱)$$

تمامی ویژگیهای یک تابع هموار را به صورت زیر خلاصه می کنیم :

۱- تابع هموار باید روی دامنه مورد نظر هموار باشد :

$$\int_{\Omega} W(x - x')dx' = 1 \qquad (۱۸.۴.۱)$$

۲- تابع هموار باید ویژگی صفر شدن خارج از دامنه مورد نظر را داشته باشد :

$$W(x - x',h) = 0 \quad \text{اگر} \quad |x - x'| > \kappa h \qquad (۱۹.۴.۱)$$

۳- تابع هموار برای هر نقطه x' واقع در دامنه مورد x باید مثبت باشد :

$$W(x - x',h) \geq 0 \qquad (۲۰.۴.۱)$$

۴- هنگامیکه فاصله ذرات از همدیگر زیاد می شود ، مقدار تابع هموار باید بطور یکنواخت کاهش یابد.

۵- تابع هموار باید شرط تابع دلتای دیراک را زمانی که طول هموار به سمت صفر میل می کند برآورده کند که به آن ویژگی *تابع دلتا*[1] می گویند :

$$\lim_{h \to 0} W(x - x', h) = \delta(x - x') \qquad (۲۱.۴.۱)$$

۶- تابع هموار باید تابعی زوج باشد(خاصیت تقارنی).

۱- Delta function property

۷- تابع هموار باید به اندازه کافی ویژگی هموار سازی داشته باشد.

البته باید یادآور شد که در مورد انواع تابع هموار در بخش(۱-۷) بحث خواهیم کرد.

۱-۵) تقریب از یک میدان تابعی

تا کنون توابع هموار زیادی معرفی شدند. اکنون این سئوال مطرح می شود که چگونه می توان یک تابع هموار استاندارد ایجاد کرد. دراین قسمت شرایطی را که یک تابع هموار باید داشته باشد مورد بررسی قرار می دهیم بطوریکه این شرایط می توانند در ساختن توابع هموار و در یک حالت منظم مورد استفاده قرار گیرند. در روش SPH ، برای یک میدان تابعی f ، با ضرب f در تابع هموار W و سپس انتگرال گیری روی تمام دامنه مورد نظر Ω از یک نقطه ، می توانیم مقدار میدان تابعی را تقریب بزنیم.

$$f(x)=\int_{\Omega} f(x')W(x-x',h)dx' \qquad (۱.۵.۱)$$

اگر f(x) به اندازه کافی هموار باشد می توانیم آن را در مجاورت x بسط تیلور دهیم

$$f(x')=f(x)+f'(x)(x'-x)+\frac{۱}{۲}f''(x)(x'-x)^{۲}+\cdots$$
$$=\sum_{k=۰}^{n}\frac{(-۱)^k h^k f^{(k)}(x)}{k!}\left(\frac{x-x'}{h}\right)^k + r_n\left(\frac{x-x'}{h}\right) \qquad (۲.۵.۱)$$

که $r_n\left(\frac{x-x'}{h}\right)$ باقیمانده بسط سری تیلور می باشد. با جانشینی معادله (۲.۵.۱) در معادله (۱.۵.۱) خواهیم داشت

$$f(x)=\int_{\Omega}\sum_{k=۰}^{n}\frac{(-۱)^k h^k f^{(k)}(x)}{k!}\left(\frac{x-x'}{h}\right)^k W(x-x',h)dx' + r_n\left(\frac{x-x'}{h}\right)$$

$$=\sum_{k=۰}^{n}\frac{(-۱)^k h^k f^{(k)}(x)}{k!}\int_{\Omega}\left(\frac{x-x'}{h}\right)^k W(x\text{-}x',h)dx' + r_n\left(\frac{x-x'}{h}\right)$$