بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

گرایش ماده چگال

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

بررسی رفتار کلوئیدهای استوانه‌ای در میدان خارجی

از

نیلوفـــر سعیدزاده خانقاه

استاد راهنما

سید نادر رسولی

دی 1391

تقدیم به

پدر و مادر عزیز، دلسوز و صبورم که تمام صفات زیبای خود را نثار من کردند، با مهربانی چگونه زیستن را به من آموختند و همواره دعای خیرشان بدرقه‌ی راهم بود.

قدردانی و تشکر

از استاد راهنمای بزرگوارم، دکتر سیدنادر رسولی، که همواره حمایتهایشان شامل حال من بوده سپاسگزارم.

از آقای محسن آذری وتک تک عزیزانی که لطف و محبت بی‌دریغ خود را در پیمودن این مسیر پرفراز و نشیب نثار این حقیر کرده‌اند صمیمانه تشکر می‌کنم.

چکیده

بررسی رفتار کلوئیدهای استوانه‌ای در میدان خارجی

نیلوفر سعیدزاده خانقاه

اعمال میدان‌خارجی اعم از میدان الکتریکی، گرمایی و ... موجب حرکت ذراتِ کلوئیدیِ باردار در محلول می‌شود. با استفاده از میدان‌خارجی می‌توان کلوئیدها را به حرکت درآورد و در مکان مورد نظر مجتمع ساخت. یک مثال جذاب از این پدیده به حرکت رشته‌های دی‌اِن‌اِی باز می‌گردد که کاربردهای متعددی در فن‌آوری زیستی و زیست–فیزیک دارد. می‌توان رشته‌های دی‌اِن‌اِی را با کلوئیدهای باردارِ استوانه‌ای تقریب زد و حرکتِ آنها را در حضور میدان خارجی بررسی کرد. تحلیل حرکت کلوئید باردارِ استوانه‌ای در میدان الکتریکیِ خارجی پیش از این انجام شده است؛ اما بررسی حرکتِ کلوئیدِ استوانه‌ای باردار در میدان دمایی هنوز مسئله‌ای باز به‌شمار می‌آید. برای هموارتر شدن مسیر ما ابتدا به بررسی حرکت استوانه‌ی باردار در میدان الکتریکی خارجی پرداختیم و پس از آن حرکت کلوئید استوانه‌ای باردار را درحضور گرادیان دما بررسی کردیم.

کلمات کلیدی: رشته‌های دی‌اِن‌اِی، کلوئیدهای استوانه‌ای، میدان الکتریکی، میدان گرمایی.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست شکل‌ها..... ج

فهرست جدول‌ها..... چ

چکیده (فارسی)..... ح

چکیده (انگلیسی)..... خ

مقدمه..... ۱

فصل ۱) مفاهیم اساسی..... ۳

۱-۱- مقدمه..... ٤

۱-۲- شرط پیوستگی جریان..... ٤

۱-۳- مفاهیم تنش، کشش و چسبندگی..... ۵

۱-٤- محاسبه‌ی تنش کل و نیروی کل وارد بر سطح یک جزء حجم..... ۸

۱-۵- معادله‌ی حاکم بر سیال (معادله‌ی نویر-استوکس)..... ۱۰

۱-٦- عدد رینولدز..... ۱۱

فصل ۲) چگونگی توزیع یون‌ها پیرامون کلوئیدهای باردار..... ۱۳

۲-۱- مسئله‌ی ما..... ۱٤

۲-۲- توزیع یون‌ها پیرامون کلوئید باردار..... ۱٤

۲-۳- معادله‌ی پواسون بولتزمن در هندسه‌ی تخت..... ۲۱

۲-٤- معادله‌ی پواسون بولتزمن برای کلوئیدهای کروی..... ۱۸

۲-۵- معادله‌ی پواسون بولتزمن برای کلوئیدهای استوانه‌ای..... ۱۸

۲-٦-تقریب سطح تخت و استفاده از آن در پتانسیل کلوئیدهای استوانه‌ای..... ۱۹

فصل ۳) الکتروفورز..... ۲۱
۳-۱- مبانی و تاریخچه‌ی الکتروفورز..... ۲۲
۳-۲- الکتروفورز در هندسه‌ی تخت..... ۲۳
۳-۳- الکتروفورز در هندسه‌ی کروی..... ۲۵
۳-٤- الکتروفورز دی‌اِن‌اِی و محاسبات تحلیلی..... ۲۵
۳-۵- اعمال میدان الکتریکی به صورت موازی با محور استوانه..... ۲۵
۳-٦- اعمال میدان الکتریکی به صورت عمود بر محور استوانه..... ۲۸
۳-۷- اعمال میدان در یک جهت خاص..... ٤۱
فصل ٤) اثر سُره..... ٤۳
٤-۱- مبانی و تاریخچه..... ٤٤
٤-۲- معرفی اثر سُره..... ۲۵
٤-۳- چگالی یونی ومعادلات حاکم بر پخش یون‌ها..... ٤۷
٤-٤- اعمال گرادیان دما به صورت موازی با محور استوانه..... ٤۸
٤-۵- اعمال گرادیان دما به صورت عمود بر محور استوانه..... ۵۲
فصل ۵) خلاصه و نتیجه‌گیری، پیشنهادات در مورد ادامه‌ی کار..... ۵۹
پیوست ۱)..... ٦۱
پیوست ۲)..... ٦۲
پیوست ۳)..... ٦٤
منابع و مراجع..... ٦۷

فهرست شکل‌ها

شکل (۱–۱) رابطه‌ی تنش برشی با چسبندگی ٦

شکل (۱–۲) مولفه‌های تانسور تنش کل برای یک جزء حجم از سیال ۹

شکل (۱–۳) مقایسه‌ی شرط مرزی مختلف روی دیواره ۱۲

شکل (۲–۱) تصویری ساده از یک کلوئید و لایه‌ی پخشی دورش ۱۵

شکل (۳–۱) شمایی از سطح تخت ۲٤

شکل (۳–۲) شمای یک رشته‌ی دی‌اِن‌اِی در حضور میدان الکتریکی ۲۸

شکل (۳–۳) دستگاه مختصات استوانه‌ای ۲۹

شکل (۳–٤) نمودار چگالی جریان اطراف استوانه ۳۳

شکل (۳–۵) شمایی از اعمال نیرو به کلوئید در صفحه‌ی xy ۳٦

شکل (۳–٦) در نظر گرفتن کلوئید و لایه‌ی پخشی اطرافش به صورت دو استوانه ۳۷

شکل (۳–۷) رفتار سیال اطراف استوانه در صفحه‌یxy ۳۹

شکل (۳–۸) رفتار تابع $g(\kappa a)$ از سرعت سوق نسبت به κa ٤۰

شکل (۳–۹) مثالی از جهت‌گیری دلخواه استوانه ٤۱

شکل (٤–۱) رفتار توابع $g(\kappa a)$ و $f(\kappa a)$نسبت به κa ۵۱

شکل (٤–۲) رفتار توابع $g(\kappa a)$ و $f(\kappa a)$نسبت به κaهای کوچک ۵۱

شکل (٤–۳) رفتار توابع $g(\kappa a)$ و $f(\kappa a)$نسبت به κaهای بزرگ ۵۱

شکل (٤–٤) رفتار دو تابع $F(\kappa a)$ و $G(\kappa a)$ نسبت به κa ۵۷

فهرست جدول‌ها

جدول (۱-۱) ضریب چسبندگی بعضی از سیالات ۷

جدول (٤-۱) عامل پخش حرارتی برای بعضی از یون‌ها ٤٦

مقدمه

هر انسانی در زندگی روزمره‌ی خود با انواع گوناگونی از محلول‌های کلوئیدی ارتباط خواهد داشت، شیر، ژله، دود، ابر، مـواد پاک کننده‌ی آرایشی،... نمونه‌هایی از کلوئیدها هستند. کلوئیدها در بسیاری از شاخه‌های علمی مورد تحقیق و بررسی قرار می گیرند. به عنوان مثال بسیاری از ماکرومولکول‌های زیستی مانند دی‌اِن‌اِی و پروتئین‌ها، کلوئید هستند که بسیاری از محقـیقن و دانشمندان در شاخه‌ی زیست–فیزیک به تحقیق و بررسی رفتار آنها می‌پردازند.

این رساله به بررسی رفتار رشته‌های دی‌اِن‌اِی به عنوان نوعی از کلوئیدهای استوانه‌ای می‌پـردازد. از آنجـا کـه بـیش از ٦٠٪ از بدن انسان را آب فراگرفته و همچنین در بدن انسان به مقدار قابل توجهی نمک وجود دارد به مطالعه‌ی دی‌اِن‌اِی هـا در سـیال آب نمک می‌پردازیم.

کلوئیدها ذراتی در ابعاد میکرومتر تا نانومتر هستند که در مقایسه با مولکـول‌هـای آب (شـعاع مولکـولی ٣ آنگسـتروم) بسـیار بزرگترند، بنابراین می‌توان آب و محیط پیرامون آنها را سیالی پیوسته در نظـر گرفـت. اعمـال میـدان‌هـای خـارجی (همچـون الکتریکی و گرمایی) به این مجموعه باعث ایجاد پدیده‌های جالبی می‌شود.

به سبب آنکه ماکرومولکول‌های زیستی باردار هستند می‌توان آنها را از نظر بعضی خواص فیزیکی ماننـد شـکل فضـایی، وزن مولکولی و بار الکتریکی تفکیک کرد. یکی از روش‌های موجود اعمال میدان الکتریکـی بـه محلـول، الکتروفـورز، مـی باشـد. تاکنون آزمایش الکتروفورز به شکل‌های گوناگونی صورت گرفته و امروزه الکتروفورز ژلی، که در آن از یک محیط نیمه جامد (ژل) به عنوان یک فاز ثابت استفاده می‌شود، از بخش‌های جداناپذیر فعالیت‌های آزمایشگاهی مانند تسلسل ژن‌ها، جداسـازی کروموزوم‌ها و تعیین خصوصیات پروتئین‌ها می‌باشد.

اعمال دما به یک محلول کلوئیدی موجب جابجایی مواد تشکیل دهنده‌ی محلول و تجمع آنها در ناحیه‌ی سردتر و یا گرمتر محلول می‌گردد، در این اثر که به اثر سُره مشهور است، میدان دمایی نقش میدان خارجی را بازی می‌کند. این پدیده برای جداسازی محلول‌ها، به حرکت در آوردن سیال‌ها [۱] ونیز به دام انداختن و اعمال حرکت کنترل شده‌ی رشته‌های دی‌اِن‌اِی [۲] بکار می‌رود. علی رغم یافتن کاربردهای بسیار متفاوتی از این اثر، بنیان‌های نظری آن هنوز کاملا روشن نشده‌است و محققین به تصویر مشترکی از این اثر دست نیافته‌اند[۳].

ما به بررسی رفتار دی‌اِن‌اِی در سیال آب نمک در حضور میدان خارجی می‌پردازیم.

در فصل اول، خلاصه‌ای از مفاهیم دینامیک سیالات همچون تنش و چسبندگی و نیروهای وارد بر سیال را عنوان می‌کنیم و معادله‌ی اساسی حاکم بر دینامیک سیالات، معادله‌ی نویر–استوکس، را بدست می‌آوریم، و در نهایت به مفهوم عدد رینولدز و شرایط مرزی می‌پردازیم.

در فصل دوم، به الکتروستاتیک می‌پردازیم و با معرفی معادله‌ی پواسون بولتزمن، شکل مناسب توزیع یون‌ها را در پیرامون کلوئیدهای باردار و همچنین پتانسیل الکتریکی ناشی از آنها را بدست می‌آوریم.

در فصل سوم، به مفهوم الکتروفورز می‌پردازیم والکتروفورزِ کلوئیدها در هندسه‌ی تخت، کروی و استوانه‌ای را بررسی می‌کنیم. بعد از بررسی چگونگی توزیع یون‌ها در اطراف کلوئید در حضور میدان الکتریکی خارجی به طور مشخص به محاسبه‌ی ضریب تحرک‌پذیری کلوئیدهای استوانه‌ای می‌پردازیم.

در فصل چهارم، به مفهوم اثر سُره می‌پردازیم و با معرفی ضریب سُره بار دیگر به بررسی توزیع یون‌ها در اطراف کلوئید در حضور میدان گرادیان دماییِ خارجی می‌پردازیم و سرعت سوق کلوئیدهای استوانه‌ای را بدست می‌آوریم.

فصل ۱

مفاهیم اساسی

فصل ۱

مفاهیم اساسی

۱-۱- مقدمه

از آنجا که کلوئیدها داخل سیال هستند مطالعه‌ی رفتار آنها نیازمند مطالعه و درک رفتار سیالات است. بنابراین در این فصل به بررسی مفاهیم اساسی دینامیک سیالات می‌پردازیم.

از آنجا که گازها و سیالات خواص مشترکی دارند، به طور کلی به آنها شاره می‌گویند که خاصیت جاری شدن دارند. دینامیک شاره‌ها به مطالعه‌ی حرکت شاره‌ها درحالت‌های مختلف و تحت تاثیر عوامل گوناگون می‌پردازد. برای بررسی شاره‌ها دو دیدگاه گسسته و پیوسته وجود دارد، در دیدگاه پیوسته، کوچکترین طول بامعنی مسئله هم مرتبه با طول پویش آزاد مولکول‌هاست. چنانچه کوچکترین طول، کوچکتر از طول پویش آزاد مولکول‌ها باشد باید از دیدگاه گسسته به بررسی مسئله پرداخت.

در اینجا ما از دیدگاه پیوسته برای مطالعه‌ی مسئله‌ی مورد نظر استفاده می‌کنیم.

۱-۲-شرط پیوستگی جریان

می‌توان به سیال پیوسته، چگالی جرمی $\rho(\vec{r},t)$ و سرعت $\vec{u}(\vec{r},t)$ نسبت داد، در اینصورت اگر به یک المان حجم dV_0 از این سیال که سطح مقطع آن ds است نگاه کنیم. مقدار جرمی که با گذشت بازه‌ی زمانی dt از سطح مقطع ds عبور کرده و به آن حجم وارد می‌شود برابر خواهد بود با:

$$\rho(\vec{r},t)\,\vec{u}(\vec{r},t)\,dt\,ds = \rho(\vec{r},t)\,dV_0 \qquad (۱-۱)$$

$$= \rho(\vec{r},t)\,\vec{u}(\vec{r},t) \qquad (۲-۱)$$

بنابراین می‌توان با نوشتن جرمی از سیال که در واحد زمان به حجم مورد نظر وارد می‌شود معادله‌ی بقای جرم یا معادله‌ی پیوستگی سیال را بدست آورد.

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_0} \rho(\vec{r},t)\,dV = \oint_s \vec{J}(\vec{r},t).\overrightarrow{ds}$$

$$-\frac{\partial \rho(\vec{r},t)}{\partial t} = \vec{\nabla}.\vec{J} \qquad (۳-۱)$$

که در آن علامت منفی برای زمانی است که جریان عبوری از سطح مقطع رو به سمت بیرون باشد که معادل با کاهش جرم در المان حجم است[**٤ و ٥**].

حال اگر در هر لحظه به همان میزان ماده که داخل حجم می‌شود، خارج شود چگالی جریان تغییری نمی‌کند یا به عبارت دیگر می‌توان گفت چگالی جرمی $\rho(\vec{r},t)$ در همه جای سیال برابر با مقدار ثابت ρ_0 است. به این نوع سیال، سیال تراکم ناپذیر گفته می‌شود. و شرط تراکم ناپذیری سیال نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\vec{\nabla}.\vec{J}(\vec{r},t) = 0 \;\rightarrow\; \vec{\nabla}.\vec{u}(\vec{r},t) = 0 \qquad (٤-۱)$$

۱-۳-مفاهیم تنش، کشش(تراکم) و چسبندگی

تنش:

به میانگین نیروی (F) وارد بر واحد سطح (A) تنش گفته می‌شود که نسبت به نوع نیروی موثرِ وارد بر سطح اجسام با نام‌های مختلف خوانده می‌شود.

تنشِ کششی(تراکمی):

در این مورد جسم مورد بررسی تحت تاثیر نیروهای کششی[1] و یا نیروهای تراکمی قرار می‌گیرد و جسم کشیده می‌شود یا تحت فشار قرار می‌گیرد، یا به عبارت دیگر بردار نیرو به صورت عمود بر سطح جسم مورد بررسی وارد می‌شود.

[1] Tension stress

تنشِ برشی:

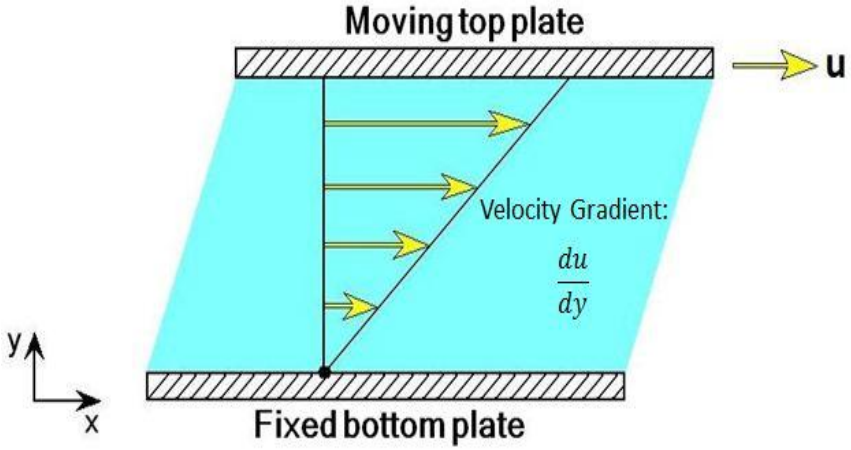
در این مورد جسم تحت تاثیر نیروهای به اصطلاح برشی[1] قرار دارند با به عبارت دیگر بردار نیرو به صورت موازی با صفحه‌ی سطح مورد نظر وارد می‌شود.

جامدات به دلیل ساختار مولکولی منظمی که دارند می‌توانند انواع تنش‌ها را تحمل کرده و در سراسر جسم خود انتشار دهند، مایعات تا حدی تنش‌های کششی را تحمل می‌کنند اما نمی‌توانند تنش‌های برشی را تحمل کنند چون در تنش برشی نیرو به صورت مماس بر سطح وارد می‌شود و لایه‌های مختلف سیال می‌توانند روی هم بلغزند و سیال جاری می‌شود.

چسبندگی(وُشکسانی):

چسبندگی[1] یک مشخصه ی فیزیکی سیال و توصیفی از اصطکاک داخلی سیالِ در حال حرکت است. به عبارت دیگر مقیاسی است از مقاومت سیال، در برابر اعمال تنش برشی. سیالی که چسبندگی کمی دارد به راحتی تحت تاثیر تنش برشی جریان می‌یابد مانند آب، اما سیال‌هایی هم وجود دارند که به راحتی جریان نمی‌یابند مانند عسل.

به طور کلی در هر سیال، لایه‌ها به سرعت‌های متفاوتی حرکت می‌کنند. می‌توان رابطه‌ی بین تنش برشی و گرادیان سرعت را به صورت زیر بدست آورد:



شکل(۱-۱): رابطه‌ی تنش برشی با چسبندگی

[1] Shear stress

در شکل(۱-۱) سیالی بین دو صفحه‌ی بسیار بزرگ موازی باهم قرار گرفته است. اگر صفحه‌ی پایینی ثابت بماند و صفحه‌ی بالایی تحت تاثیر نیروی ثابت F با سرعت u مطابق شکل شروع به حرکت کند، یک تنش برشی به سیال بین دو صفحه اعمال می‌شود که مخالف با حرکت سیال در جهت نیروی اعمالی است. این تنش برشی متناسب با گرادیان سرعت است، به ضریبی که این تناسب را برقرار می‌کند ضریب چسبندگی یا وُشکسانی سیال گویند که بُعد $\frac{pa}{s}$ دارد.

$$\tau = \frac{F}{A} = \eta \frac{u}{d} \qquad (۱-۵)$$

d فاصله‌ی دو صفحه از هم وη ضریب چسبندگی است. به سیالی که به تنش برشی به شکل $\frac{F}{A}$ پاسخ می‌دهد سیال نیوتنی گویند. در این نوع سیال، وشکسانی مستقل از سرعت است. اما در سیال‌های غیر نیوتنی وشکسانی به سرعت سیال وابسته است، نشاسته و مرکب چاپ نمونه‌ای از سیال غیر نیوتنی هستند. در جدول زیر ضریب وشکسانی برای برخی از سیالات در دمای ۲۰ درجه‌ی سلسیوس آورده شده است[۵].

جدول۱-۱: ضریب چسبندگی بعضی از مواد

سیال	ضریب چسبندگی در 20°C، kg/m.s
هوا	1.8×10^{-5}
آب	1×10^{-3}
جیوه	1.56×10^{-3}
الکل	1.8×10^{-3}
روغن زیتون	0.1
گلیسیرین	0.85

[1] Viscosity

۱-٤-محاسبه‌ی تنش کل و نیروی کلِ وارد بر سطح یک جزء حجم:

با توجه به تعاریف گفته شده از تنش برشی و تنش کششی، اکنون در مرحله‌ای هستیم که می‌توانیم تنش کل و همچنین نیروی کل وارد بر یک جزء کوچک حجم از سیال را محاسبه کنیم. تنش کل وارد بر یک جزء حجم برابر است با مجموع تنش‌های برشی و فشار وارد بر آن جزء حجم.

محاسبه‌ی تانسور تنش کل:

اگر یک جزء حجم کوچک از سیال به ضخامت Δy و با سطح $\Delta A_y = \Delta x \Delta z$ در نظر بگیریم، می‌توانیم تنشِ در امتداد Δy وارد شده به سطح ΔA_y را به صورت زیر بنویسیم.

$$\tau = \eta \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad (۱-٦)$$

به این ترتیب می‌توان با تعمیم دادن، مولفه‌ی xy از تانسور تنش را به صورت زیر نوشت:

$$\tau = \eta \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right) \qquad (۱-۷)$$

و به طور کلی برای i،j امین مولفه از تانسور تنش می‌توان نوشت:

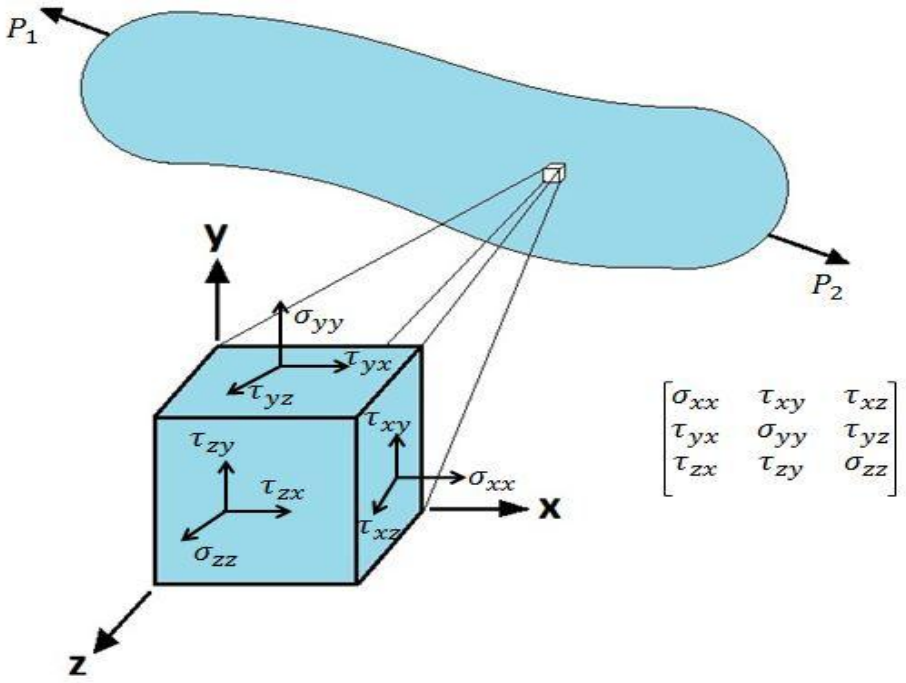
$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (۱-۸)$$

که در آن $i, j = 1,2,3$ هستند.

از سوی دیگر می‌دانیم تنش کل مجموع تنش‌های برشی و تنش ناشی از فشار است بنابراین تانسور تنش کل را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \qquad (۱-۹)$$

که در آن P فشار و δ_{ij} دلتای کرونکر می‌باشد.



شکل(۱-۲): مولفه‌های تانسور تنش کل برای یک جزء حجم از سیال، شکل از مرجع[۵]

محاسبه‌ی نیروی کل وارد بر سطح جزء حجم:

با محاسبه‌ی اختلاف تنش‌های وارد شده به جزء حجم بسیار کوچک می‌توان نیروی کل وارد شده به جزء حجم را بدست آورد، به عنوان نمونه برای مولفه‌ی iام نیروی در واحد حجم را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$F_i = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \qquad (۱-۱۰)$$

که در آن

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \eta \nabla^2 u_i + \eta \frac{\partial}{\partial x_i} \vec{\nabla}.\vec{u} \qquad (۱-۱۱)$$

که می‌دانیم برای سیال تراکم ناپذیر $\vec{\nabla}.\vec{u} = 0$ است.

بنابراین نیروی کلِ در واحد حجمِ وارد بر سطح جزء حجم که ناشی از افت و خیزهای فشار و سرعت در سطح جزء حجم از سیال است به‌صورت زیر بدست می‌آید.

$$\vec{f} = -\vec{\nabla} P + \eta \nabla^2 \vec{u} \qquad (۱-۱۲)$$

۱-۵-معادله‌ی حاکم بر سیال (معادله‌ی نویر-استوکس)

برای رسیدن به معادله‌ی حاکم بر سیال با نوشتن معادله‌ی نیوتن برای یک جزء حجم کوچک از حجم سیال شروع می‌کنیم. معادله‌ی نیوتن برای یک جزء حجم کوچک از سیال در حال حرکت به حجم dV به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$m\vec{a} = \rho dV\vec{a} = \sum \vec{F} \qquad (۱-۱۳)$$

اگر به این جزء کوچک از سیال در حال حرکت سرعت $\vec{u}(\vec{r},t)$ نسبت دهیم جمله‌ی شتاب برای آن به راحتی با نگاه کردن به آن جزء در دو مکان و دو زمان متفاوت به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{a} = \left(\vec{u}(\vec{r},t).\vec{\nabla}\right)\vec{u}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\vec{u}(\vec{r},t) \qquad (۱-۱۳)$$

که در آن جمله‌ی اول ناشی از تغییرات سرعت در مکان‌های مختلف و جمله‌ی دوم ناشی از تغییرات سرعت در زمان‌های مختلف است، بدیهی است شتابِ سیالی که در مکان‌های مختلفش یک سرعت دارد و فقط با گذشت زمان سرعتش تغییر می‌کند فقط شامل جمله‌ی دوم است.

در سمت راست معادله‌ی نیوتن(۱-۱۳)، نیروهای وارد بر جزء حجم از سیال به دو دسته‌ی کلی طبقه‌بندی می‌شوند. یکی نیروهای ناشی از افت و خیزهای فشار و سرعت سیال، به عبارتی نیروهای داخلیِ وارد بر آن، که در صفحات قبل بدست آمد، و دیگری نیروهای خارجی‌ای است که به آن وارد می‌شوند مانند نیروی گرانش، نیروی الکتریکی، نیروی مغناطیسی،...)

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{Stochastic} + \vec{F}_{External} \qquad (۱-۱٤)$$

که در آن:

$$\vec{F}_{Stochastic} = \left(-\vec{\nabla}P + \eta\nabla^2\vec{u}(\vec{r},t)\right)dV \qquad (۱-۱۵)$$

به $-\vec{\nabla}PdV$ نیروی ناشی از تغییرات فشار و به $\eta\nabla^2\vec{u}(\vec{r},t)dV$ نیروی ناشی از وجود چسبندگی در سیال می‌گویند.

بنابراین معادله‌ی نیوتن(۱-۱۳) به شکل زیر نوشته می‌شود، که به آن معادله‌ی نویر-استوکس[1] گویند[۵و۷].

$$\rho\left(\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right) = -\vec{\nabla}P + \eta\nabla^2\vec{u}(\vec{r},t) + \vec{f}_{external} \qquad (۱-۱٦)$$

[1] Navier Stokes

۱-٦-عدد رینولدز

عدد رینولدز[1] کمیتی بی‌بعد است که نسبت نیروی اینرسی به نیروی چسبندگی و یا اهمیت نسبی این دو نیرو را نشان می‌دهد. این کمیت به افتخار ازبورن رینولدز[1]، فیزیکدان بریتانیایی، عدد رینولدز نامگذاری شد.

$$Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی چسبندگی}} = \frac{\rho(u.\nabla)u}{\eta\nabla^2 u} \quad \rightarrow \quad Re = \frac{\rho u L}{\eta} \tag{۱-۱۷}$$

که در آن L مقیاس طول مشخصه است، مثلا برای کره‌ای که داخل سیال در حال حرکت است طول مشخصه همان قطر کره می‌باشد. عدد رینولدز برای جریان‌های مختلف به صورت تجربی اندازه‌گیری می‌شود.

برآوردی از مقدار عدد رینولدز

در ماده چگال نرم معمولا طول مشخصه در حد میکرومتر تا آنگستروم است، بنابراین با در نظر گرفتن طول مشخصه در حد میکرومتر و چگالی و چسبندگی آب خواهیم داشت:

$$\rho = 10^3 \frac{Kg}{m^3}$$

$$\eta = 10^{-3} \frac{Kg}{m.s}$$

$$Re = \frac{\rho u L}{\eta} \approx u \ll 1 \tag{۱-۱۸}$$

متناسب با اینکه به چه مسئله‌ای می‌پردازیم، سرعت رفتارهای متفاوتی خواهد داشت. مثلا برای یک موتور پروتئینی که در یک سلول حرکت می‌کند سرعت کمتر از $\frac{\mu m}{s}$ است، معمولا در ماده چگال نرم سرعت‌ها در حد $\frac{\mu m}{s}$ و یا حتی کمتر از آن است به همین دلیل می‌توان به راحتی از ترم غیر خطی از معادله‌ی نویر-استوکس صرفنظر کرد.

شرایط مرزی

شرایط مرزی برای حرکت سیال روی دیواره‌ها با حالت‌های بدون لغزش[2]؛ لغزش جزئی[3] و لغزش کامل[4] بیان می‌شوند؛ هر کدام از حالت‌های فوق در شکل زیر نشان داده شده‌اند:

---

[1] Reynolds number